Prof. Mamouni
myismail.net
2ème BAC PC

Série d'exercices

Continuité

elbilia skolar
Préscolaire · Primaire · Collège · Lycée
RABAT

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x^2 - x$.

1) Montrer que la fonction f est continue sur $[-1\,;2]$.
2) Calculer $f(-1)$ et $f(2)$.
3) En déduire que l'équation $f(x) = 5$ admet au moins une solution dans $[-1\,;2]$.

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie sur $]2\,;5]$ par $f(x) = \frac{1}{x-2}$.

1) Montrer que la fonction f est continue sur $]2\,;5]$.
2) Calculer $f(5)$ et déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 2 \\ x>2}} f(x)$.
3) En déduire que l'équation $f(x) = 10^{2013}$ admet au moins une solution dans $]2\,;5]$.

Rappel : Théorème des valeurs intermédiaires (TVI) sur un intervalle semi-ouvert

Soit f une fonction continue sur un intervalle semi-ouvert $[a\,;b[$ (respectivement $]a\,;b]$ avec a et b bornes finies ou infinies telles que $a < b$). Alors, pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $\lim\limits_{x\to b} f(x)$ (respectivement entre $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ et $f(b)$), il existe au moins un réel $\alpha \in [a\,;b[$ (respectivement $\alpha \in]a\,;b]$) tel que $f(\alpha) = k$.

Autrement dit, l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution dans $[a\,;b[$(respectivement dans $]a\,;b]$).

Exercice 3 :

Montrer que l'équation $\frac{2x^3-1}{3x^2+1} = 0$ admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$.

Exercice 4 :

1) Démontrer que l'équation $\cos(2x) = 2\sin(x) - 2$ admet au moins une solution dans l'interv $\left[-\frac{\pi}{6}\,;\frac{\pi}{2}\right]$.
2) Donner une solution exacte de l'équation $\cos(2x) = 2\sin(x) - 2$ dans $\left[-\frac{\pi}{6}\,;\frac{\pi}{2}\right]$.

Exercice 5 :

Montrer que toute fonction polynôme de degré impair admet au moins une racine réelle.

Exercice 6 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^3 + 4x + 1$.

Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet exactement 3 solutions réelles.