



Présentation : 1 point

Rédaction : 1 point

Exercice 1 : 4 points

---

Calcul des dérivés

Exercice 2 : 3 points

---

Calcul des limites à partir de la définition de la dérivée

Exercice 3 : 3 points

---

Dérivabilité à gauche, à droite et interprétation géométrique

Exercice 4 : 2 points

---

TVI et dichotomie

Exercice 5 (Bonus : 3 points)

---

Déssiner la courbe à partir du TV

Problème Type Bac : 10 points

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par: 
$$\begin{cases} f(x) = x - 1 + 2\sqrt{1-x} & ; x \leq 1 \\ f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1} & ; x > 1 \end{cases}$$

$(C_f)$  est la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(\mathbf{O} ; \vec{i} ; \vec{j})$ .

- 1) Montrer que  $f$  est continue aux points 1.
- 2) Etudier la dérivabilité de la fonction  $f$  à droite et à gauche au point 1, et donner une interprétation géométrique de chacun des résultats obtenus. (schématiser)
- 3) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ , en déduire la nature de la branche infinie au voisinage de  $+\infty$ . (schématiser)  
b) Calculer  $f(-3)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .  
c) Etudier la nature de la branche infinie au voisinage de  $-\infty$
- 4) a) Montrer que  $f$  est strictement croissante sur  $[1, +\infty[$ .  
b) Montrer que  $\forall x \in ]-\infty ; 1[ ; f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x}(1+\sqrt{1-x})}$ .  
c) Donner le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbf{R}$ .
- 5) Tracer la courbe  $(C_f)$  sur le repère  $(\mathbf{O} ; \vec{i} ; \vec{j})$ .
- 6) Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur l'intervalle  $[1, +\infty[$ .  
a) Montrer que  $g$  admet une bijection réciproque  $g^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  qu'on déterminera.  
b) Tracer  $(C_{g^{-1}})$  dans le même repère  $(\mathbf{O} ; \vec{i} ; \vec{j})$ .  
c) Déterminer  $g^{-1}(x)$  pour tout  $x$  l'intervalle  $J$ . Calculer  $g(\sqrt[3]{2})$ , en déduire  $(g^{-1})'(1/2)$