Prof. Mamouni
myismail.net
2ème BAC PC

elbilia skolar
Préscolaire · Primaire · Collège · Lycée
RABAT

Type Contrôle 4 : Logarithme

Durée : 2 heures

1. Bac 2014 session normale

I. Soit la fonction g définie sur $D=]0,+\infty[$ par : $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$.

1. Montrer que $g'(x)=\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}$ pour tout x de $]0,+\infty[$ et en déduire que la fonction g est croissante sur $]0,+\infty[$.
2. Vérifier que : $g(1)=0$ puis en déduire que $g(x)\leq 0$ pour tout x de $]0,1]$ et $g(x)\geq 0$ pour tout x de $[1,+\infty[$.

II. On considère f définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$.

et soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité 1 cm)

1. Calculer : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>}} f(x)$; puis interprété géométriquement ce résultat .
2. ..
   - a. Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   - b. Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(1+\ln x)^2}{x}=0$ (on pourra poser $t=\sqrt{x}$) puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$
   - c. Déterminer la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
3. ..
   - a. Montrer que : $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$ pour tout x de $]0,+\infty[$ puis en déduire que la fonction f est décroissante sur $]0,1]$ et la fonction f est croissante sur $[1,+\infty[$.
   - b. dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0,+\infty[$ puis en déduire que : $f(x)\geq 2$ pour tout x de $]0,+\infty[$.

2. Bac 2015 session normale (fuite الذي تم تسريبه)

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$.

et soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité de 2 cm) .

I.

1. Montrer que : $D_f=]0;e[\cup]e;+\infty[$ (D_f ensemble de définition de la fonction f) .
2. ..
   - a. Calculer : $\lim\limits_{\substack{x\to e\\ x>e}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to e\\ x<e}} f(x)$ puis interpréter géométriquement ces deux résultats .
   - b. Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, puis en déduire que : la courbe (C_f) admet une asymptote au voisinage de $+\infty$ dont on déterminera sa direction .
   - c. Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ puis interpréter géométriquement ce résultat (pour calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ on remarque $x(1-\ln x)=x-x\ln x$) .

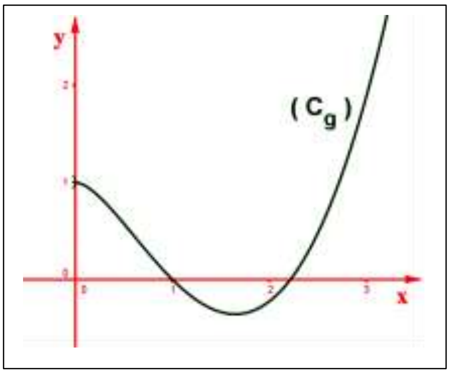
3. ..

a. Montrer que : $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ pour tout x de D_f .

b. Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0,1]$ et la fonction f est croissante sur $[1;e[$ et $]e;+\infty[$.

c. dresser le tableau de variations de la fonction f sur D_f .

II. ..



Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$.
Et soit (C_g) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (voir la figure) .

1. ..

a. Déterminer graphiquement le nombre des solutions de l'équation suivante (E) $x\in]0;+\infty[$, $g(x)=0$.

b. On donne le tableau suivant :

x	2,1	2,2	2,3	2,4
$g(x)$	$-0,14$	$-0,02$	0,12	0,28

montrer que l'équation (E) admet une solution α tel que $2,2<\alpha<2,3$.

2. ..

a. Vérifier que : $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$ pour tout x de D_f .

b. Montrer que la droite (Δ) d'équation (Δ) : $y=x$ coupe la courbe (C_g) en deux points d'abscisses respectives 1 et α .

c. A partir de la courbe (C_f) , déterminer le signe de g sur $[1,\alpha]$, et montrer que $f(x)-x\le 0$ pour tout x de $[1,\alpha]$ . .

3. Construire dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe (C_f) de f et la droite (Δ)

III. ..

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=2$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1. Montrer par récurrence que : $0\le u_n\le\alpha$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question II 2) c -)

3. En déduire que (u_n) est convergente .et déterminer la limite de la suite (u_n) .

fin

BONNE CHANCE