Prof. Mamouni
myismail.net
2ème BAC PC

elbilia skolar
Préscolaire - Primaire - Collège - Lycée
RABAT

Logarithme

Devoir Maison 1: Problème Type BAC

1ère partie :

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ *par :* $g(x)=x-1-\ln x$

① - a - *Calculer* $g'(x)$ *pour tout* $x\in]0;+\infty[$.

b - *Etudier les variations de la fonction g.*

② - *En déduire que :* $g(x)\geq 0$ *pour tout* $x\in]0;+\infty[$.

2ème partie :

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=x^2-x\ln x \;\; ; \; x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

① - *Déterminer* D_f *l'ensemble de définition de la fonction f .*

② - a - *Etudier la continuité de la fonction f à droite en 0 .*

b - *Etudier la dérivabilité de f en 0 à droite et interpréter le résultat géométriquement.*

③ - *Calculer* $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$, *puis étudier la branche infinie de courbe* $(\mathscr{C}_f)$ *au voisinage de* $+\infty$.

④ - a - *Montrer que :* $\forall x\succ 0 \;\; : \;\; f'(x)=x+g(x)$

b - *En déduire les variations de f sur* D_f.

⑤ - a - *Montrer que la droite* (Δ) *d'équation* $y=x$ *est une tangente à la courbe* $(\mathscr{C}_f)$ *au point* $A(1;1)$.

b - *Etudier les positions relatives de* $(\mathscr{C}_f)$ *et la droite* (Δ).

⑥ - a - *Calculer* $f''(x)$ *pour tout* $x\succ 0$.

b - *Etudier la concavité de la courbe* $(\mathscr{C}_f)$ *et déterminer ce point d'inflexion.*

⑦ - *Tracer* $(\mathscr{C}_f)$ *dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

⑧ - a - *Montrer que la fonction* f *admet une fonction réciproque* f^{-1} *définie sur un intervalle* J *à déterminer .*

b - *Montrer que* f^{-1} *est dérivable sur J.*

c - *Calculer* $(f^{-1})'(1)$.

d - *Tracer* $(\mathscr{C}_{f^{-1}})$ *dans le repère* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3ème partie :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *la suite définie par :* $\begin{cases} u_0=\dfrac{1}{2} \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$; $(\forall n\in\mathbb{N})$.

① - *Montrer que :* $(\forall n\in\mathbb{N}): \;\; 0\leq u_n\leq 1$.

② - *Montrer que la suite* (u_n) *est croissante.*

③ - *Montrer que la suite* (u_n) *est convergente et déterminer sa limite*