



Exercice .1

On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{21(\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3})}{2x^2 - 3x + 1} & ; \quad x \neq 1 ; x \neq \frac{1}{2} \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 & ; \quad f(1) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

- 1) Etudier la continuité de au point $x_0 = 1$.
- 2) Etudier la continuité de au point $x_1 = \frac{1}{2}$.

Exercice .2

a et b sont deux réels ; On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{7x+2} - \sqrt{5x+a}}{x-2} & ; \quad x \leq 2 \\ f(x) = \frac{\sqrt[3]{12x+3} - 3}{3(x-2)} + b & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

Déterminer a et b pour que la fonction f soit continue au point 2.

Exercice .3

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2\sqrt{x} - x$

- 1) Déterminer D_f , puis donner le tableau de variations de f .
- 2) Montrer, en utilisant le théorème des VI que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]3 ; 5[$.
- 3) Déterminer les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sans utiliser le théorème des VI.
- 4) Soit g la restriction de f à l'intervalle $I = [0 ; 1]$.
 - a) Montre que g admet une fonction réciproque sur un intervalle J à déterminer.
 - b) Donner le tableau de variations de g^{-1} .
 - c) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout x de x de J .

Exercice .4

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1+x^2} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 + 1 - \sqrt{1+x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x-1} =$$

2. Montrer que : $\frac{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[3]{4}$

3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

$$(1-x)^3 = -8 \qquad \sqrt[3]{x+2} < 2 \qquad x^6 + 2x^3 - 3 = 0$$

Exercice .5

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 4x + 1 + \frac{1}{x-1}$

- 1) Déterminer D_f , puis calculer $f(0)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(\frac{3}{2}\right)$.
- 2) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .
- 3) Calculer $f'(x)$.
- 4) Donner le tableau de variations de f .
- 5) Donner les images des intervalles suivants: $]-\infty ; \frac{1}{2}[$; $[0 ; \frac{1}{2}[$; $]1 ; \frac{3}{2}[$.
- 6) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]\frac{1}{2} ; 1[$.