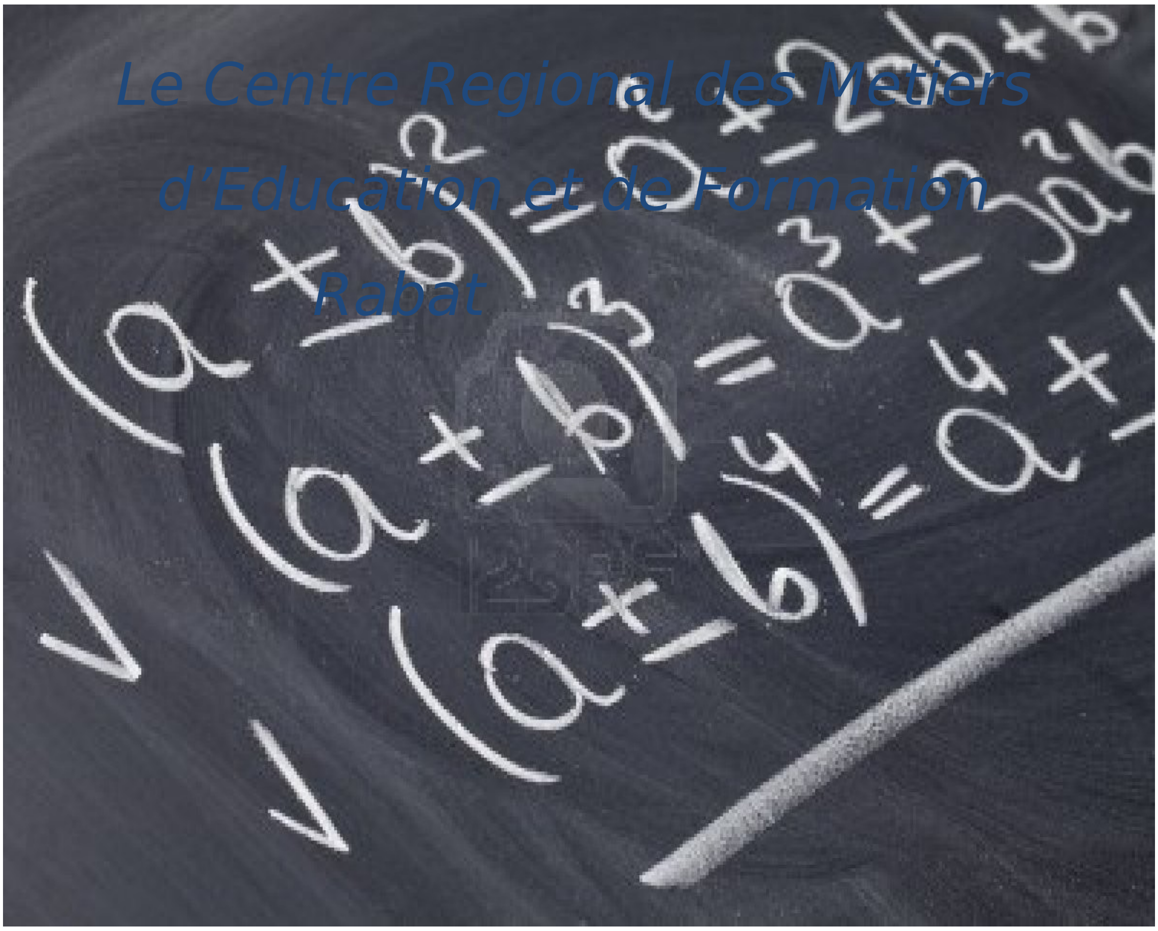
المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي

Encadré par :
Mr. Mamouni My Ismail
Réalisé par :
Roudane Hafssa
Hanane M'hamed



Le Centre Regional des Metiers d'Education et de Formation Rabat

LES EQUATIONS ALGEBRIQUES : A TRAVERS L'HISTOIRE ET DANS LES MANUELS SCOLAIRES MAROCAINS

<u>*Plan*</u>

Remerciement……………………………………………………………………
..

Introduction……………………………………………………………………….

Chapitre 1 : Historique……………………………………………………

I. *Les Babyloniens et les Egyptiens*………………………………………………….
   A. *Les Babyloniens*……………………………………………………………….
   B. *Les Egyptiens*…………………………………………………………….
II. *L’algèbre dans le monde arabo-musulman*…………………………………….
III. *L’algèbre en occident* ………………………………………………………………..

Chapitre 2 : Les équations algébriques dans les manuels marocains………

I. *Les manuels du primaire*…………………………………………………….
II. *Les manuels du collège*…………………………………………………….

III. Les manuels du lycée ……………………………………………………….

***Conclusion**……………………………………………………………………………….*

***Bibliographie** ………………………………………………………………………...*

REMERCIEMENTS

Nos infinis remerciements vont à l'égard de Mr. My Ismail MAMOUMI, notre encadrant durant la réalisation de ce modeste travail, qui n'a épargné aucun effort pour assurer un climat de travail convenable et qui a été disponible et présent pour nous orienter et conseiller malgré toutes ses responsabilités importantes.

Nos remerciements vont aussi à l'égard de Mr. BENSFIA, qui a pu consacrer un peu de son temps précieux afin de juger notre travail.

Adressons aussi nos plus sincères remerciements à notre famille et nos amis pour le soutien continu qu'ils nous ont apporté.

INTRODUCTION

Ce travail présente la résolution des équations algébriques de degrés 1, 2, 3 et 4 au cours du temps. Nous insistons sur les degrés 3 et 4, en expliquant les méthodes de résolution proposées par Cardan et Ferrari. En premier temps il faut bien poser cette question : qu'est ce que l'algèbre ?

L'algèbre a été une branche des mathématiques qui concernait les règles des opérations sur les nombres et la résolution des équations pour devenir plus tard une théorie des opérations puis des propriétés sur les êtres mathématiques en général.

Nous allons nous intéresser tout au long de ce travail aux équations algébriques de petit degré et à l'histoire de leur résolution.

Pour commencer, rappelons la définition d'une équation algébrique :
Une équation algébrique est une équation de la forme
$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$ *où les* a_i *sont des nombres réels ou complexes et* n *entier.*

Nous allons ici nous intéresser plus spécifiquement à ce type d'équation, et voir notamment des méthodes générales pour résoudre les équations algébriques de degré allant de 1 à 4.

Les premières tentatives de résoudre ces équations remontent a l'antiquité.

Chapitre 1 :

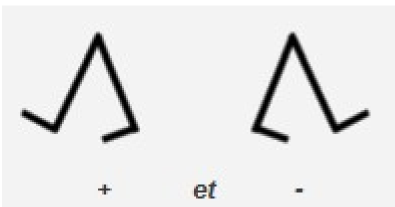
HISTORIQUE

Avant d'aborder cette histoire, il faut comprendre que les notations mathématiques, et ce à partir de l'écriture même des chiffres et des nombres, a toujours changé à travers notre Histoire, et que ce que l'on comprend comme équation algébrique, par exemple

$3x^2 +2 = 7$, ne s'est jamais présenté sous une même forme chez les différentes civilisations.

I. Les Babyloniens et les Egyptiens :

Deux mille ans avant J.C, les Babyloniens et les Egyptiens savent résoudre de façon rhétorique des problèmes concrets du premier et second degré en utilisant implicitement des propriétés sur les opérations sans aucune notation symbolique. Les égyptiens possèdent toutefois quelques symboles comme ceux qui représentent l'addition (une paire de jambes marchant vers la gauche, le sens de l'écriture) et la soustraction (une paire de jambes marchant vers la droite).



Les calculateurs babyloniens désignent l'inconnue par "le coté" et la puissance deux est appelée "le carré".

Quelques exemples :

« Sur un tas de blé de 21 mesures, le paysan doit donner au Pharaon une part égale au cinquième de la sienne. Que lui restera-t-il ?

Solution : Un monceau et son cinquième font 21.
5 et 1 font 6.
Pour passer de 6 à 21, il faut lui ajouter son double et encore sa moitié.
On aura donc 5 et son double, 10, et sa moitié, 2 et demi.
Le monceau est donc 17 et demi.»

A. ***Les Babyloniens :***

Les Babyloniens savaient résoudre beaucoup de problèmes du premier et du second degré.

Voici un exemple : Tablette n°13 901 du British Muséum

J'ai transcrit directement les nombres en base 10 ; sur la tablette, ils sont donnés en base 60.
Il est écrit : « 7 fois le côté de mon carré et 11 fois la surface égale 6,25. Quel est le côté ? ». Puis la résolution du problème est écrite en toutes lettres :
tu inscriras 7 et 11
tu croiseras 11 et 6,25 tu trouveras 68,75
tu fractionneras 7 en 2 tu trouveras 3,5
tu croiseras 3,5 tu trouveras 12,25
tu ajouteras 12,25 et 68,75 tu trouveras 81;
c'est le carré de 9;
tu soustrairas les 3,5 que tu as croisés de 9; tu trouveras 5,5
l'inverse de 11 ne peut être dénoué (ils ne savaient pas calculer l'inverse de 11…) que dois-je croiser à
11 qui donne 5,5 .
0,5 est le côté du carré.

B. <u>**Les Egyptiens :**</u>

On trouve un exemple de cette méthode dans le Papyrus de Rhind (1650 avant JC, long rouleau de 5 m conservé lui aussi au British Museum) dont l'essentiel des problèmes se ramènent à des équations du premier degré.

Par exemple, voici le problème suivant : « Une quantité et son quart font 15. Quelle est

cette quantité ? » La solution présentée est la suivante :
calcule avec 4 ; prends le quart, 1 ; ensemble 5 ;
calcule avec 5 pour obtenir 15 : 3
enfin est faite la multiplication 4 × 3 = 12
C'est le principe de cette méthode que l'on appelle de « la fausse position ».
Soit la résolution de l'équation : a × x = b.

On part d'une valeur x_0 *telle que le calcul de* $a \times x_0$ *soit facile. Ici* $x_0=4$ *et on ramène*

le calcul de x *à* $\frac{b}{a \times x_0} \times x_0$

II. <u>L'algèbre dans le monde arabo-musulman :</u>

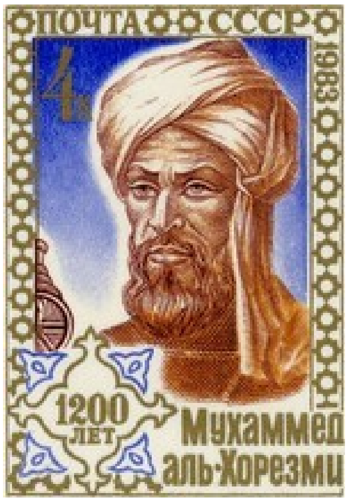
Le développement de l'algèbre dans le monde arabo-musulman s'est effectué en deux temps.

Au VII^{ème} et VIII^{ème} siècle, les mathématiciens héritent du savoir passé (grec, indien,…) et entre dans une longue période de traduction.

Puis à partir d'IXème siècle, de nouveaux travaux voient le jour.

Les mathématiciens

Selon l'historien Ahmed Djebbar, l'acte de naissance officiel de l'algèbre en tant que discipline vient avec le savant perse Mohammad ibn Mussa al-Khawarizmi (790;850).



Al-Khawarizmi

En grande partie, l'ouvrage traite de problèmes de la vie courante (partages d'héritage, droits de succession, échanges commerciaux, arpentages des terres…).

Son algèbre reste rhétorique sans symbolisme aucun, même pour les nombres. Il appelle " dirham" (monnaie de l'époque) un nombre simple, "chay" (chose) l'inconnue et "mal" le carré de l'inconnue. Tous les coefficients sont positifs et tous les termes s'additionnent.

Sa technique consiste à ramener toutes les équations à l'une des six équations canoniques dont in sait trouver la solution :

1) $a x^2 = bx$

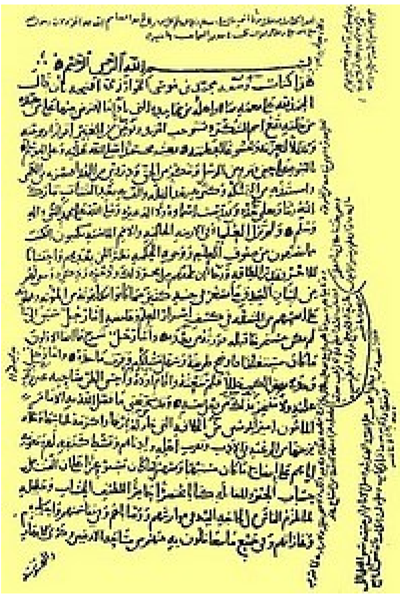
2) $a x^2 = c$

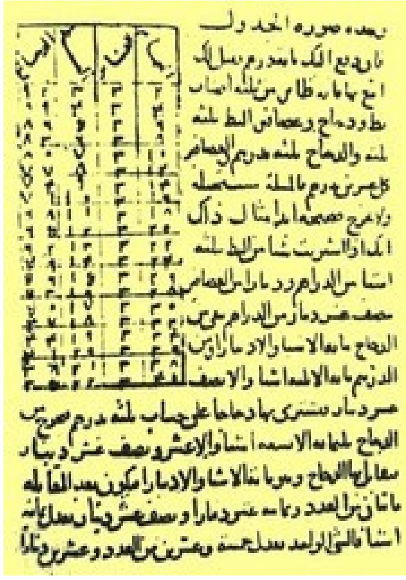
3) $bx = c$

4) $a x^2 + bx = c$

5) $a x^2 + c = bx$

6) $bx + c = a x^2$





Pour y arriver, il utilise des méthodes de résolutions :

- ***al jabr*** *(le reboutement,* $4x-3=5$ *devient* $4x=5+3$ *). Dans l'équation, un terme négatif est accepté mais al Khawarizmi s'attache à s'en débarrasser au plus vite. Pour cela, il ajoute son opposé des deux côtés de l'équation.*
  Le mot "al jabr" est réutilisé dans de nombreux manuels antérieurs et deviendra en Europe : l'algèbre.

- ***al muqabala :*** *(la réduction, 4x = 9 + 3x devient x = 9) :*
  Les termes semblables sont réduits.

- ***al hatt*** *: (2x = 8 devient x = 4) :*
  Division de chaque terme par un même nombre.

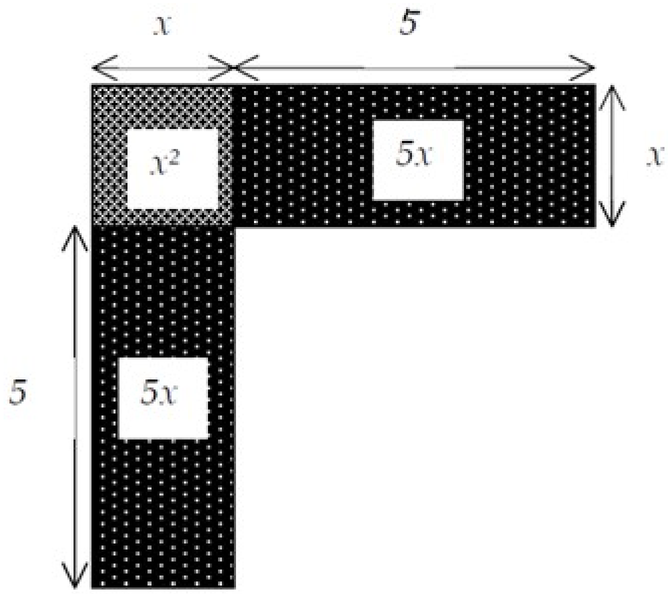
Méthode du carré

La méthode donnée par ELKHAWARIZMI pour résoudre les équations du second degré dite méthode du carré complété est basée sur une résolution géométrique.

Exemple :

$x^2+10x=39(1)$

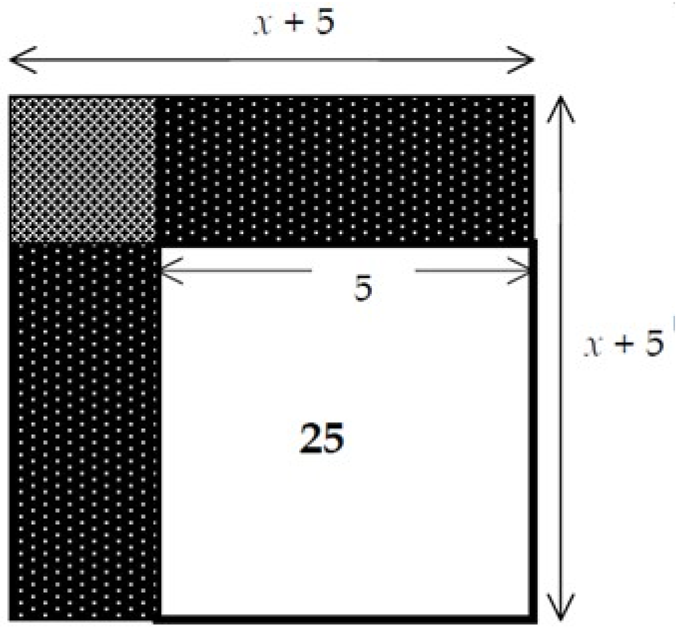
Dessinons un carré dont le carré mesure x *unités de longueur. Sur deux coté adjacents du carré, dessinons deux carrés dont la longueur des cotés mesure 5 unités.*



Nous obtenons une figure en forme de L dont l'air est :

$x^2+5x+5x=x^2+10x$

Complétons le carré ayant pour coté 5 unités comme ci-dessous :



L'aire maintenant est :

$x^2+10x+25=(x+5)^2$

L'équation (1) nous dit que : $x^2+10x=39.$

Donc : $x^2+10x+25=39+25$

D'où : $x^2+10x+25=64$

On obtient : $(x+5)^2=8^2$

Ainsi : $x+5=8$

Finalement : $x=8-5=3$

Al-Khawarizmi donne ainsi la règle pour résoudre de telles équations :

« Prenez la moitié du ‘coefficient de x ’ (¿5 ici), multipliez le nombre obtenu par lui-même (¿25), ajoutez ceci à 39 (¿64). Maintenant, prenez la racine carrée de ce nombre (¿8) et ôtez – en la moitié du ‘coefficient de x ’, vous aurez le nombre que vous cherchiez (¿3) ».

En écriture moderne, nous disons, si : $x^2+bx=c\,;$

Alors : $x=\sqrt{\frac{b^2}{4}+c}-\frac{b}{2}$

Nous pouvons encore appeler cette règle de détermination de x dans une équation qui contient x^2 , « compléter le carré » afin de rappeler que l’algèbre moderne s’est développée à l’aide de diagrammes comme ceux que nous venons de voir. Nous continuons d’appeler «équations quadratiques » -du latin quadratum, figure à quatre cotés- des équations telles que celle qui vient d’être résolue, bien que les livre d’algèbre moderne n’utilise plus de figures pour illustrer la règle.

En résolvant cette équation nous avons négligé la seconde solution qui est :

$x=-8-5$ *soit* $x=-13$

Ceci car les mathématiciens arabes n’avaient pas trouvé de signification physique pour les gérondifs mathématiques tels que -13. Ces réponses devinrent claires lorsque la géométrie réformée du XVI^{ème} siècle introduisit l’idée d’orientation des figures. Les arabes, qui connaissaient parfaitement la règle des signes, furent ainsi mis en difficulté par le fait que la géométrie d’Euclide ne pouvait suggérer qu’une seule réponse.

Appliquons la règle d’Al-Khawarizmi et la règle des signes pour résoudre une devinette telle que celle-ci :

« Un nombre est multiplié par lui-même. Le résultat est ajouté à 6. Si on enlève cinq fois le nombre, il ne reste rien. Quel était ce nombre ? »

La devinette peut être traduite par : $x^2-5x+6=0\,;$ *ou encore par :* $x^2-5x=6$.

La règle donne :

$$\frac{-5}{2}\text{¿}^{2}$$
$$\text{¿}$$
$$-6+\text{¿}$$
$$x=\sqrt{\text{¿}}$$

soit $x=\sqrt{-6+\frac{25}{4}}+\frac{5}{2}$

Les solutions sont **:** $x=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=3$ *et* $x=\frac{-1}{2}+\frac{5}{2}=2$

Donnons la règle dans le cas général où : $a\,x^{2}+bx+c=0\,(a\neq 0)$.

Cette équation peut s'écrire : $x^{2}+\frac{bx}{a}=\frac{-c}{a}$

La d'Al-Khawarizmi donne :

$$\frac{b}{2a}\text{¿}^{2}-\frac{c}{a}$$
$$\text{¿}$$
$$\text{¿}$$
$$x=\sqrt{\text{¿}}$$

Il vient alors : $$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$$

III. <u>L'algèbre en occident :</u>

En Italie :

Au XV^ème^ et XVI^ème^ siècle, l'algèbre prend son essor avec des méthodes de résolution pour des équations du 3 et 4 ème degré et l'apparition des nombres complexes. Les premières traductions de traités arabes comme le « Livre d'algèbre » d'al-Khawarizmi ou le « Livre complet » d'Abu Kamil commencent à faire leur apparition.

L'Italie prend une certaine avance dans la réalisation de copies des ouvrages arabes. Cela s'explique par la constitution d'une grande classe de marchands ayant besoin de manuels de calcul.

Tout commença avec la fameuse controverse de Cardan, au sujet de la résolution des équations du troisième degré, de la forme $x^{3}+px=q$.

Jérôme Cardan (1501-1576) publia, dans Ars magna en 1545, les formules donnant la solution de ces équations :

$$x=\sqrt[3]{\frac{q-\sqrt{q^2+\frac{4p^2}{27}}}{2}}+\sqrt[3]{\frac{q+\sqrt{q^2+\frac{4p^2}{27}}}{2}}$$

La controverse vint du fait que ces formules furent, également, trouvées par Nicolas Tartaglia (1499-1557), qui en revendiqua la paternité. Il semblerait, d'après ce qu'écrit Cardan, que ces formules furent découvertes, en premier, par Scipione dal Ferro (1465-1526), qui, malheureusement, ne publia jamais ces résultats, et ne les confia qu'à un cercle restreint d'élèves.

À la fin du XVIe siècle, le mathématicien italien Rafael Bombelli (1526-1572) applique, dans son ouvrage l'Algebra, cette formule à l'équation x3 − 15 x = 4, et obtient :

$$x=\sqrt[3]{2-11\sqrt{-1}}+\sqrt[3]{2+11\sqrt{-1}}$$

où l'écriture « $\sqrt{-1}$ » désigne un nombre, a priori inconnu, dont le carré vaut −1.Ce fut la naissance des nombres complexes.

Une racine évidente entière de l'équation précédente est, bien sûr, 4. Mais si on recherche les autres racines, la formule obtenue par R. Bombelli prend un tout autre sens ; bien que la fonction $x \to \sqrt[3]{\square}$ ne soit définie que sur R+, on constate, en utilisant les identités remarquables :

$$(a-b)^3=a^3-b^3-3a^2b+3ab^2,(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$$

Que : $(2-\sqrt{-1})^3=2^3+\sqrt{-1}-3\times 4\sqrt{-1}+3\times 2(-1)=2-11\sqrt{-1}^{\square}$

Et : $(2+\sqrt{-1})^3=2^3-\sqrt{-1}+3\times 4\sqrt{-1}+3\times 2(-1)=2+11\sqrt{-1}^{\square}$

Ainsi : $\sqrt[3]{2-11\sqrt{-1}}+\sqrt[3]{2+11\sqrt{-1}}=4\in R$

Qui a un sens, et est bien solution de l'équation de départ :

$4^3-15\times 4-4=0$

Le fait que -1 puisse être le carré d'un nombre, même «imaginaire », a ainsi commencé à faire son chemin.

En général Cardan cherche à résoudre l'équation de type : $ax^3+bx^2+cx+d=0$ *(*).*

Il commença par remarquer l'équation (*) peut s'écrire sous forme $x^3+px+q=0$ *en divisant (*) par* a *on obtient une équation de la forme* $x^3+a'x^2+b'x+c'=0$ *. Alors, en opérant un changement de variable* $x=y-\frac{a'}{3}$ *, le terme* $x^3=\left(y-\frac{a'}{3}\right)^3$ *se développe en* $y^3-a'y^2+\dots$ *et le terme* $a'x^2=a'\left(y-\frac{a'}{3}\right)^2$ *se développe en* $a'y^2+\dots$ *On voit que les deux termes* $-a'y^3 \text{ et } a'y^2$ *se simplifient et il reste une équation en* y *de la forme* $y^3+py+q=0$ *que l'on sait résoudre. On retrouve ensuite* x *avec la relation* $x=y-a'/3$ *.*

Quatrième degré : méthode de Ferrari

L'équation du 4ème degré fut résolue en 1540 par Ferrari à l'âge de 18 ans. Sa solution repose sur la méthode de Cardan dont il était d'ailleurs l'élève. L'équation à résoudre ici est $(E)\, ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ *et comme d'habitude on suppose que* a *different de 0. Comme précédemment, quitte à diviser par* a *puis à faire un changement de variable* $x'=x+b/4$ *, on peut supposer que* $a=1$ *et* $b=0$ *.*

Ainsi l'équation (E) *se ramène à une équation de la forme* $x^4=p\,x^2+qx+r$ **.** *L'idée de Ferrari consiste à rajouter un paramètre supplémentaire* t *en écrivant que*

x
¿
t
¿ $2+$ ¿ *.*
¿
$x^4=$ ¿

On obtient alors

x
¿
t
¿ $2+$ ¿
¿
¿

ou encore

x
¿
t
¿ $2+$ ¿
¿ *).*
t
¿
¿
¿

On choisit alors une valeur de t *convenable de telle sorte que la quantité*

t
¿
¿
$(2t+p)\,x^2+qx+$ ¿ *) se factorise sous la forme* $\alpha x+\beta$ ¿^{2} ¿ *. Or, dire que*

$a\,x^2+bx+c$ *se factorise sous la forme* $\alpha x+\beta$ ¿^{2} ¿ *revient à dire que son discriminant*

b^2-4ac *est nul. Dans notre cas, la condition sur t est donc*

$q^2-4(2t+p)(t^2+r)=0$

.

Ceci donne lieu à une équation du troisième degré en t *. Pour la résoudre, Ferrari utilise la méthode de Cardan. Il trouve alors* t *puis calcule* ***α*** *et* ***β*** *et obtient finalement* $\alpha x+\beta$ ¿^{2} x^2+t ¿$^2=$ ¿ ¿ *où α et β sont exprimés par radicaux en fonction de p, q et r.*

Comme $A^2=B^2$ *équivaut à* $A=\pm B$ *, on en déduit que* x *vérifie l'une des deux équations suivantes :*

$$\begin{cases} x^2+t=\alpha x+\beta \\ x^2+t=-\alpha x-\beta \end{cases}$$

Toutes deux sont des équations de degré 2 que l'on sait résoudre par radicaux.

Ajoutons enfin que c'est au jeune mathématicien et républicain (par opposition aux royalistes) Evariste Galois (1811-1832), à l'histoire rocambolesque, que l'on doit le résultat suivant : « Il n'y a pas de méthode générale (donc pas de formule) pour résoudre une équation de degré supérieur à 5. » Il aura fallu tout de même plusieurs décennies pour que les mathématiciens du XIXe siècle comprennent ses travaux… et plusieurs millénaires de recherches mathématiques pour y arriver…

Chapitre 2 : Les équations algébriques dans les manuels marocains

–

La résolution des équations constitue un chapitre important dans les manuels scolaires marocains.

Les manuels du primaire :

Livre……comme exemple

Les premières traces des équations de premier degré se trouve dans l'enseignement primaire (troisième année primaire), mais sans aucune modélisation pour les résoudre.

Exemple : ()

Ali pèse 11 kg de plus que sa sœur Amina, sachant que Ali pèse 34 kg.

Quel est le poids de sa sœur ?

La réponse :

Le poids de sa sœur est :

34 - 11 = 23 kg

Dans cet exercice les difficultés que peut rencontre l'élève pour le résoudre sont d'ordre psycho-génétique (l'âge de l'élève ne lui permet pas de bien modéliser le problème, reconnaitre le lien entre les deux âges).

Les manuels du collège :

Le livre (المفيد في الرياضيات) comme exemple

Ce n'est qu'en première année collégiale que les élèves apprennent les premières méthodes de résolution des équations du premier degré :

<u>Méthode par substitution</u>

La méthode par substitution consiste à remplacer l'inconnue par une valeur afin d'établir une égalité vraie.

Exemple :

◆ *Cela peut se faire par reconnaissance numérique.*

Ainsi, pour l'équation «16n = 64», la réponse 4 est donnée sans autre explication que

*16 * 4 = 64.*

<u>La méthode par recouvrement</u>

La méthode par recouvrement est un procédé récurrent qui consiste à considérer, comme inconnue, une expression algébrique contenant l'inconnue.

Ainsi, l'équation 15 . (12 - x) = 150 peut être résolue de la façon suivante :

15 . 10 = 150 donc 12 - x = 10

12 - x = 10 donc x = 2.

En général les techniques de résolution d'une équation de premier degré sont basées sur le principe des propriétés de l'égalité. Les deux règles «tout terme qui change de membre change de signe» et «tout facteur qui change de membre est remplacé par son inverse».

Exemple :

حل المعادلة التالية $-5x+7=-x-20$

<u>Modélisation d'une équation de premier degré :</u>

Exemple : المفيد في الرياضيات exercice 15 page 116

اشترى تاجر قطعة ثوب بسعر 17درهما للمتر و باعه نثمن 21 درهما للمتر. فربح 1260 درهما.

كم كان طول هذه القطعة من الثوب. ؟

Ces techniques impliquent aussi plusieurs concepts nouveaux, comme celui d'inconnue, de solution, d'équation…

Ces concepts sont définis comme suit :

Dans le contexte d'équations du premier degré à une inconnue, la lettre représente un nombre inconnu.

La solution est la valeur que peut prendre l'inconnu.

L'équation est une égalité qui n'est vérifiée que pour certaines valeurs attribuées à la lettre (l'inconnu).

Les difficultés que peut rencontrer un élève:

A l'école primaire l'élève a était habitué a effectuer des opérations et seul un nombre apparaît dans le deuxième membre de l'égalité: le résultat de l'opération figurant dans le premier membre. Les élèves construisent une conception erronée du signe d'égalité – dite «conception arithmétique» - due à la position qu'il occupe dans les calculs.

Une conception «arithmétique» du signe d'égalité peut suffire pour les équations où l'inconnue apparaît dans un seul membre. Par exemple, les élèves peuvent comprendre l'équation «2x + 5 = 17» en ces termes:

«Si on multiple un nombre par 2 et qu'on ajoute 5 au produit ,

on obtient 17 comme réponse». Par contre, dès que l'inconnue apparaît dans les deux membres, comme c'est le cas dans l'équation «3x + 5 = 4 x – 3», le deuxième membre ne correspond pas au résultat du premier et le signe «=» indique que les deux membres sont des écritures différentes d'un même nombre . Une conception algébrique de l'égalité s'avère donc indispensable pour donner du sens à de telles équations

De même l'introduction progressive des lettres et des nombres relatifs s'intégrant aux expressions algébriques représente une difficulté importante qui doit être prise en compte.

D'autre difficulté que peut rencontrer un collégien pour résoudre un problème de type exercice 15 page 116 de المفيد في الرياضيات sont :

- *Problème à reconnaitre l'inconnue.*
- *Problème de modélisation c'est à dire la mise en équation mathématique d'un problème concret. (Difficulté à comprendre le problème+difficulté à choisir l'inconnu).*

Les manuels du lycée

(واحة الرياضيات و في رحاب الرياضيات) ***comme exemples***

En général la résolution de l'équation du second degré se fait de trois méthodes :

Méthode graphique (les intersections de deux graphes ou l'intersection avec l'axe des abscisses) on a remarqué que cette méthode est négligée dans les deux manuels

(0 exercices et exemples).

Méthode de factorisation (la recherche des solutions évidentes ou la division euclidienne)

Exemple1 : *في رحاب الرياضيات* *page 112exercice 43 :*

نعتبر الحدودية $P(x)$:

$$P(x)=x^3+(\sqrt{2}-1)x^2-(2+\sqrt{2})x-2\sqrt{2}$$

حدد الحدودية $Q(x)$ *: بحيث* $P(x)=(x+1)Q(x)$

حل في $\mathbb{R}$ *المعادلة :* $P(x)=0$

La technique pour résoudre ce type d'exercice est la factorisation en utilisant la division euclidienne.

Exemple2 واحة الرياضيات page 76 exemple 2 :

حل كلا من العادلتين :

$(F): x \epsilon R, 2x^2 - 7x + 5 = 0$

$(G): x \epsilon R, 15x^2 + 18x + 3 = 0$

La technique utiliser pour résoudre ce genre d'équations est de remarquer que 1 est une solution évidente, et la solution se déduit soit par factorisation soit par utilisation des relations entre les racines.

Méthode du discriminant (en discutant suivant les valeurs de $\Delta = b^2 - 4ac$

les solutions de l'équation de second degré : $ax^2 + bx + c = 0 \; sont \; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

).

Exemple3 في رحاب الرياضيات page 105 exercice résolu 2 :

حل في ℝ المعادلة : $2x^2 - |x-1| = 0$

La technique utilisée pour résoudre ce genre d'exercice est la séparation des cas ainsi que l'utilisation de la méthode de discriminant.

Exemple3 في رحاب الرياضيات page 76 exercice 8 :

حل في ℝ المعادلة : $9x^4 - 40x^2 + 16 = 0$

La technique utilisée :

La résolution de Ce genre d'équation se ramène à la résolution d'une équation de second degré en effectuant le changement de variable : $t = x^2$ *et en utilisant la méthode de discriminant.*

Méthode de modélisation (modélisation d'un problème concret en un problème mathématique).

لغرس حديقة مربعة الشكل و احاطتها بسياج في احدى المؤسسات التعليمية انفقت جمعية اباء التلاميذ مبلغا قدره 4200درهما . علما ان كلفة المتر الواحد للسياج هي 30 درهما و كلفة غرس المتر المربع الواحد هي 30 درهما .

بوضعك x هو الطول بالمتر لضلع المربع بين ان $x^2+4x-140=0$ ..

- باستعمال المتطابقة $a^2+2ab=(a+b)^2-b^2$ حيث a و عددان حقيقيان .

-اكتب على شكل فرق مربعين ا لحدودية x^2+4x

-استنتج تعميلا للحدودية $x^2+4x-140$ ..

-اوجد طول ضلع المربع

La technique utilisée c'est de reconnaitre l'inconnu et de modéliser le problème.

<u>Les difficultés rencontrées par les élèves</u>

Dans notre modeste expérience en mise en situation professionnelle(MSP) nous avons eu l'opportunité d'enseigner la résolution des équations de second degré, nous avons constaté durant cette période plusieurs lacunes et handicaps chez les élèves.

Rupture de savoir

<u>Exemple</u>

Résoudre l'équation **:** $x^2-5x+4=0$ **.**

On remarque que 1 est une solution évidente mais les élèves procèdent par la méthode de discriminant. Pour eux la résolution doit forcement faire appel à la méthode de discriminant et seulement cette méthode. Et pourtant ils connaissent les identités remarquables, les relations entre les solutions de l'équation de second degré et la division euclidienne.

L'élève ne fait pas le lien entre les savoirs, on parle ici de ce qu'appelle les didacticiens « rupture de savoir ».

L'élève est habitué à répéter des automatismes sans réflexion.

D’autre problème qu’on a rencontré est le choix du professeur (l’enseignant) qui a entamé la leçon de la résolution de l’équation du second degré avant de faire la leçon de l’étude des fonctions, en particulier les polynômes. Et par suite ; il n y a pas possibilité de faire la résolution graphique, ni la relation de racines d’un polynôme p(x) et solution de l’équation p(x)=0.

Les équations polynomiales du premier et second degré sont particulièrement bien connues et étudiés au collège et au lycée marocain.

Pour la résolution d’équation de troisième degré (même s’il a été la cause de la naissance des nombres complexes) les enseignants évitent d’en parler. Et les équations polynômiliales de troisième degré qu’on trouve au lycée sont généralement simples admettant une racine évidente et d’un coup la résolution devient une résolution d’équation de second degré.

Pour le reste même si l’on dispose effectivement des formules de résolution général des équations du quatrièmes degrés, elles ne sont que très rarement utilisées dans la pratique, a cause de leur complexité. ??

Au cinquième degré, ou au-delà, on sait d’après Abel et Galois qu’elles ne peuvent être résolues par radicaux.

Conclusion

*Selon De veechi et Carmone (2002), résoudre un problème ce n'est pas trouver une réponse mais c'est de concevoir et de mener une démarche de recherche.*_

En général la résolution d'un problème mathématique passe par trois étapes :

- ✓ *Comprendre l'énoncé et construire une représentation.*
- ✓ *Le mathématiser et le mettre en signes.*
- ✓ *Mettre en œuvre des stratégies et des procédures de résolution.*

Les difficultés rencontrées dans la résolution des équations ont deux dimensions :

- ✓ *épistémologique relative au rapport entre arithmétique et algébrique.*
- ✓ *Didactiques dans le choix de l'enseignant (privilégiant une méthode sur une autre) et la rupture du savoir chez l'élève.*

Bibliographie

Les manuels scolaires marocains :

- *في رحاب الرياضيات*
- ***واحة الرياضيات***
- *المفيد في الرياضيات*

Recherche web-graphique.