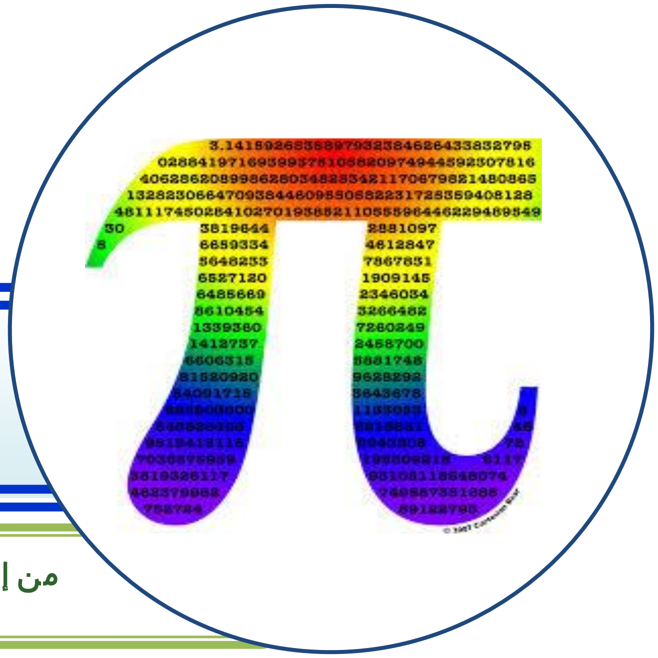
المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

CRMEF

بحث نهاية التكوين تحت عنوان:



صعوبات تعلم الحساب المثلثي

لدى تلاميذ الجدع المشترك العلمي

من إنجاز الأستاذة المتدربة: سمير زهرة

تحت إشراف الأستاذ: مولاي إسماعيل الماموني

شعبة الرياضيات مسلك الثانوي التأهيلي

المركز الجهوي لمهن التربية و التكوين الرباط2013/2014

بسم الله الرحمن الرحيم

إهداء

إلى

والدي العزيز و رفيقي في الكفاح العلمي. ومؤنسي في الشدة والرخاء, و في العسر و اليسر إلى الذي لولا دعمه المادي و المعنوي لما كان هذا البحث المتواضع سيعرف النور

إلى

جنتي في الدارين الدنيا و الآخرة, منبع الحنان و الرحمة, و العطاء بلا حدود, إلى والدتي الغالية أطال الله في عمرها و أنعم الله عليها بموفور العافية و الصحة

إلى

شموع دربي, إخواني و أخواتي

إلى

كل من قدم لي المساعدة من قريب أو من بعيد

إلى

أساتذتي الكرام المحترمين الذين كونونا و أمدونا بالمعارف و العلوم وعلى رأسهم الأستاذ مولاي إسماعيل المأموني الذي تفضل بالإشراف على هذا البحث المتواضع

إلى

زميلاتي و زملائي في شعبة الرياضيات

إلى

كل من يهتم بالعملية التعليمية التعلمية

إليكم جميعا أهدي ثمرة جهدي

شكر و تقدير

قال تعالى في كتابه العزيز: " ولئن شكرتم لأزيدنكم"

فشكرا وحمدا, أولا و آخرا, لله عز و جل الذي وهبنا نعمة العلم ورزقنا السمع و البصر و الفؤاد وما كنا لنهتدي لوا أن هدانا الله.

وشكرا خاصا لأستاذي الفاضل مولاي إسماعيل على إشرافه المتميز على إنجاز هذا العمل المتواضع.

شكرا للجنة المناقشة الموقرة في شخص كل من أعضائها

وأتقدم كذلك بجزيل الشكر إلى إدارة المركز،

الشكر كذلك لكل لمن قدم لي يد المساعدة بشكل أو بآخر.

وفي النهاية يسرني أن أتقدم بجزيل الشكر إلى كل من مد لي يد العون في مسيرتي العلمية.

سمير زهرة

الفهرس

الفصل الأول:

خلفية الدراسة و أهميتها

- مقدمة الدراسة
- مشكلة الدراسة
- أهداف الدراسة
- أهمية الدراسة
- حدود الدراسة
- مصطلحات الدراسة

1. مقدمة الدراسة

إن أول ما نزل في القرآن الكريم على رسولنا الحبيب هو(اقرأ باسم ربك الذي خلق) و كأن الله عز و جل يؤكد لنا أن القراءة هي مفتاح العلم و أن التعلم و العلم حياة للناس.و لقد أصبح الاهتمام بمسألة التعلم ضرورة حتمية في حياتنا و في تحديد المكانة الاجتماعية للفرد.

وتعتبر المرحلة الثانوية من التعليم أهم مرحلة في التعليم كونها حلقة الوصل بين التعليم الأساسي و التعليم العالي. و الرياضيات هي إحدى أهم المواد المقررة في هذه المرحلة حيث يحتاجها التلاميذ من جميع التخصصات.

ومع هذه الأهمية إلا أن الكثير من التلاميذ يرى أن الرياضيات صعبة, حيث يعانون من صعوبات شتى في تعلم الرياضيات, حيث تعم الشكوى صفوف التلاميذ و أوليائهم وكذلك الطاقم التربوي من الضعف الحاصل عند التلاميذ في هذه المادة. و قد أكدت ذلك مجموعة من الأبحاث و الدراسات.

يعتبر الحساب المثلثي أحد فروع الرياضيات الهامة لما له من تطبيقات متعددة في كثير من المجالات, و هو ضمن مقرر الرياضيات للجدع المشترك العلمي بالمغرب, مما يدعونا إلى ضرورة الكشف عن الصعوبات التي تواجه التلاميذ في هذا الفرع لمحاولة معرفة أسباب هذه الصعوبات من أجل وضع خطط لعلاجها استجابة لتوصيات دراسات سابقة في فروع الرياضيات المختلفة.

2. مشكلة الدراسة

تتحدد مشكلة الدراسة في السؤالين الرئيسيين التاليين:

ما هي الصعوبات التي تواجه تلاميذ الجدع المشترك العلمي في تعلم الحساب المثلثي؟ و ما هو التصور المقترح لعلاجها؟

ولكي تتم الإجابة على هذين السؤالين ستحاول الدراسة الإجابة عن الأسئلة الفرعية التالية:

- ✓ ما هي الصعوبات التي يواجهها تلاميذ الجدع المشترك العلمي في وحدة الحساب المثلثي ؟
- ✓ ما هي الأسباب التي فرضت وجود صعوبات في تعلم الحساب المثلثي ؟
- ✓ ماهو التصور المقترح لمعالجة هذه الصعوبات؟

3. أهداف الدراسة

تصبو هذه الدراسة إلى تحقيق الأهداف التالية:

أ. رصد الصعوبات التي تواجه تلاميذ الجدع المشترك العلمي في وحدة الحساب المثلثي.

ب. معرفة الأسباب وراء هذه الصعوبات.

ت. اقتراح تصور علاجي لهذه الصعوبات.

4. أهمية الدراسة

تتجلى أهمية هذه الدراسة في أنها:

- قد تساعد الأساتذة في معرفة الصعوبات التي ستخرج بها الدراسة.
- قد تساعد هذه الدراسة مطوري المناهج على تلافي الصعوبات المرتبطة بالكتاب المدرسي مستقبلا.
- قد تحث الباحثين على دراسات الصعوبات في تعلم الفروع الأخرى للرياضيات.
- قد تمكن الأساتذة من معرفة الأخطاء والثغرات الموجودة لدى التلاميذ انطلاقا من الاختبار التشخيصي الذي سينجز خلال الدراسة.

5. حدود الدراسة

اقتصرت هذه الدراسة على رصد صعوبات تعلم وحدة الحساب المثلثي لدى طلبة الجدع المشترك العلمي و كذا تحديد أسباب هذه الصعوبات و وضع تصور لعلاجها.

كما اقتصرت فقط على عينة من تلاميذ الجدع المشترك للموسم الدراسي 2013/2014, بالثانوية التأهيلية محمد عابد الجابري.

6. مصطلحات الدراسة

الصعوبة: هي العائق الذي يحول دون توصل 25% على الأقل من أفراد عينة البحث إلى الحل الصحيح عند إجابتهم على الاختبار التشخيصي.

صعوبة التعلم: هي كل عائق يحول دون توصل التلاميذ إلى الإجابة الصحيحة في بعض خطوات الحل.

الحساب المثلثي (علم حساب المثلثات) باللاتينية (Trigonométrie):هو فرع من الرياضيات يدرس الزوايا والمثلثات والتوابع المثلثية كالجيب والجيب التمام .

صعوبات تعلم الحساب المثلثي: هي العائق الذي يحول دون توصل 25% على الأقل من أفراد عينة الدراسة إلى الحل السليم لبنود الاختبار التشخيصي المعد في الحساب المثلثي لتلاميذ الجدع المشترك العلمي, ولا يعانون من أية إعاقة جسمية أو حسية أو بصرية أو عقلية.

الفصل الثاني:

الإطار النظري

صعوبات تعلم الرياضيات و الحساب المثلثي

- صعوبات التعلم
- صعوبات تعلم الرياضيات
- صعوبات تعلم الحساب المثلثي

1. ما هي صعوبات التعلم؟

قبل البدء بتعريف صعوبات التعلم من الضروري فصل هذا المفهوم عن مفاهيم أخرى غالبا ما تسبب خلطا لدى الناس, كبطء التعلم, التأخر الدراسي و الضعف العقلي.

a) بطء التعلم

هو عندما يجد التلميذ صعوبة في تكييف نفسه مع المناهج الأكاديمية المدرسية و ذلك بسبب قصور قدرته على التعلم أو قصور مستوى الذكاء. و التلميذ بطيء التعلم يعاني من بطء في الفهم و الاستيعاب و الاستذكار لكنه قادر على مواصلة اندماجه مع المناهج الأكاديمية المدرسية وذلك من خلال تدريبه على الاستذكار و استعمال الأشياء المحسوسة في التعلم. و من المهم أيضا العمل على تنمية ثقة هذا التلميذ بنفسه و وضع المثيرات لتحفيزه على التعلم و اعتماد طريقة التكرار معه و كل ذلك بالتعاون المستمر بين الأهل و المدرسة.

b) التأخر الدراسي

هو كما يعرفه التربويون الانخفاض في مستوى التحصيل الدراسي عن المستوى المتوقع في اختبارات التحصيل أو عن مستوى سابق من التحصيل. عادة ما يكون مستوى تحصيلهم الدراسي أقل من مستوى أقرانهم من مثل عمرهم و صفهم. قد يكون هذا التأخر الدراسي عاما في جميع المواد أو في مادة معينة, كما قد يكون مؤقتا أو دائما ومن الممكن أن يرتبط هذا التأخر بأسباب عقلية أو غير عقلية.

c) الضعف العقلي

هو حالة نقص أو تأخر أو توقف أو عدم اكتمال النمو العقلي و المعرفي, يولد بها الفرد أو تحدث في سن مبكرة نتيجة لعوامل وراثية أو مرضية أو بيئية تؤثر على الجهاز العصبي للفرد مما يؤدي إلى نقص الذكاء. و تتضح أثارها في ضعف مستوى الفرد في المجالات التي ترتبط بالنضج و التعليم و التوافق النفسي.

d) صعوبات التعلم

هي مصطلح عام يصف مجموعة من التلاميذ اللذين يظهرون انخفاضا في التحصيل الدراسي مقارنة مع زملائهم الذين في عمرهم و من صفهم, مع أنهم يتمتعون بذكاء عادي فوق المتوسط إلا أنهم يظهرون صعوبة في بعض العمليات المتصلة بالتعلم كالفهم, التفكير, الإدراك, القراءة, التهجئة, النطق, العمليات الحسابية أو في المهارات المتصلة بالعمليات السابقة. و يستبعد من حالات صعوبات التعلم الأطفال ذوو التأخر العقلي و الاضطراب الانفعالي و الأطفال الذين يعانون من مشكلات سمعية أو بصرية حيث أن إعاقتهم قد تكون سببا مباشرا للصعوبات التعليمية التي يعانون منها. إذن الأطفال الذين يعانون من صعوبات تعلمية لا يصنفون ضمن فئات الأطفال المعوقين ولكنهم بلا شك بحاجة إلى فصول خاصة لاكتساب المهارات المدرسية.

الجدول أسفله يبين بعض الجوانب التي نفرق فيها بين صعوبات التعلم, التأخر الدراسي و بطء التعلم:

	صعوبات التعلم	التأخر الدراسي	بطء التعلم
التحصيل الدراسي	منخفض في المواد التي تحتوي على مهارات التعلم الأساسية(رياضيات, قراءة, إملاء).	منخفض في جميع المواد مع إهمال واضح أو مشكلة صحية.	منخفض في جميع المواد بشكل عام مع عدم القدرة على الاستيعاب.
سبب التدني في التحصيل الدراسي	اضطراب في العمليات الذهنية(الانتباه, الذاكرة, التركيز, الإدراك).	عدم وجود دافعية للتعلم.	انخفاض معامل الذكاء.
معامل الذكاء(القدرة العقلية)	عادي أو مرتفع(90 درجة فما فوق).	غالبا ما يكون عاديا.	ضمن الفئة الحدية(70-84 درجة).
المظاهر السلوكية	عادي وقد يصاحبه أحيانا نشاط زائد.	غالبا ما يكون مرتبطا بسلوكيات غير مرغوبة أو إحباط دائم.	يصاحبه غالبا مشكلات في السلوك التكيفي (مهارات الحياة اليومية, التعامل مع الأقران, التعامل مع مرافق الحياة اليومية).
الخدمة المقدمة لهذه الفئة	برامج صعوبات التعلم و الاستفادة من أسلوب التدريس الفردي.	دراسة حالته من قبل المرشد في المدرسة.	الفصل العادي مع تعديلات في المنهج.

2. أنواع صعوبات التعلم

هنالك عدة أنواع من صعوبات التعلم التي قد تتواجد منفردة أو مجتمعة في الفرد و هي كالتالي:

عسر القراءة المعروف بالدسلكسيا(Dyslexia) و هي صعوبة في القدرة على القراءة في العمر الطبيعي خارج نطاق أية إعاقة حسية أو عقلية. وقد تترافق مع صعوبة في الكتابة حيث يجد الأطفال الذين يعانون من بالدسلكسيا صعوبة في التهجئة و القراءة, أو نسخ الوظائف الكتابية, أو تدوين المعلومات, أو فهم الوقت و الزمن, و هم يميلون إلى كتابة الحروف و الرموز بشكل مقلوب و إلى قراءة كلمة بشكل صحيح ثم الفشل في التعرف عليها في سطر لاحق.

- **عسر الكتابة المعروف بالدسجرافيا(Dysgraphia)**

- **عسر الكلام و المعروف بالدسفازيا(Dysphasia)**

- **عسر الحساب و الصعوبة في إجراء العمليات الحسابية المعروف بالدسكالكوليا(Dyscalculia)** و هي تشمل صعوبة في القدرة على فهم و إدراك الأرقام و العلامات الحسابية و تذكر الحقائق الحسابية مثل جدول الضرب وكذلك القدرة على وضع الأرقام في صفوف وفهم ملاحظة العمليات الحسابية.

- **خلل في التناسق الحركي المعروف بالسبراكسيا(Dyspraxia)**

- **صعوبات التهجئة و الكتابة المعروفة بالدسورتوغرافيا(Dysorthography)**

- **صعوبة في التركيز(Disorder Attention Deficit)**

3. نبذة تاريخية عن تعريف صعوبات التعلم

تمت المحاولة الأولى لوضع تعريف محدد لصعوبات التعلم في عام 1963 حيث اقترح كيرك التعريف التالي:

"يشير مفهوم صعوبات التعلم إلى تأخر أو اضطراب أو تخلف في واحدة أو أكثر من عمليات الكلام، اللغة، القراءة، التهجئة، الكتابة، أو العمليات الحسابية نتيجة لخلل وظيفي في الدماغ أو اضطراب عاطفي أو مشكلات سلوكية. ويستثنى من ذلك الأطفال الذين يعانون من صعوبات التعلم الناتجة عن حرمان حسي أو تخلف عقلي أو حرمان ثقافي" (Kirk and Chalfant, 1948).

وفي عام 1968 وضعت اللجنة الوطنية الاستشارية لشؤون المعوقين والتابعة لمكتب التربية الأميركي تعريفها مستندة إلى تعريف كيرك وقد اعتمد من قبل القانون الأميركي للمعوقين في سنة 1975 وتعديلاته اللاحقة سنة 1990 والذي ينص على التالي:

"صعوبات التعلم الخاصة تشير إلى اضطراب في واحدة أو أكثر من العمليات النفسية الأساسية اللازمة سواء لفهم أو استخدام اللغة المنطوقة أو المكتوبة. وتظهر على نحو قصور في الإصغاء، أو التفكير، أو النطق، أو القراءة ، أو الكتابة ، أو التهجئة، أو العمليات الحسابية. ويتضمن هذا المصطلح أيضا حالات التلف الدماغي، والاضطرابات في الإدراك، والخلل الوظيفي في الدماغ وعسر القراءة أو حبسة الكلام. و يستثنى من ذلك الأطفال الذين يعانون من صعوبات في التعلم يمكن أن تعزى للتخلف العقلي أو لتدني المستوى الثقافي الاجتماعي أو للصعوبات البصرية أو السمعية أو الحركية أو الانفعالية" (Education of All ChildrenAct, 1975).

ثم نقد هذا التعريف من قبل الكثير من المختصين لاستخدامه بعض العبارات التي يصعب وصفها إجرائيا مثل العمليات النفسية والاضطرابات في الإدراك والخلل الوظيفي في الدماغ والبعض انتقده لإغفاله تحديد درجة شدة الاضطراب أو التأخر.

وبعد هذا التعريف كان هناك تعريفات عدة منها تعريف اللجنة الوطنية الأمريكية لصعوبات التعلم NJCLD وصعوبات التعلم هي مجموعة متجانسة من الاضطرابات التي تتمثل في صعوبات واضحة في اكتساب واستخدام قدرات الاستماع، الكلام، القراءة، الكتابة، الاستدلال الرياضي، يفترض أن هذه الاضطرابات تنشأ نتيجة خلل في الجهاز العصبي المركزي أو ربما تظهر مع حالات أخرى كالتخلف العقلي أو العجز الحسي أو الاضطرابات الانفعالية والاجتماعية أو متلازمة مع مشكلات الضبط الذاتي ومشكلات الإدراك والتعامل الاجتماعي أو التأثيرات البيئية وليست نتيجة مباشرة لهذه الحالات أو التأثيرات، (فتحي الزيات، 1998).

ومن التعريفات التي وضعت في هذا المجال بعض التعريفات التي حاولت التفريق بين صعوبات التعلم وبين الظروف الأخرى التي تؤثر في انخفاض التحصيل العلمي حيث يوجد نمطين أساسيين من العوامل التي تؤثر في هذا الانخفاض وهي:

-**عوامل خارجية:** وترجع إلى العوامل البيئية كالثقافية والاقتصادية والظروف الاجتماعية ونقص فرص التعليم والتعلم، وتمثلت هذه العوامل في تعريف الـ NJCLD في عبارة المؤثرات البيئية.

- **عوامل داخلية:** ترجع إلى ظروف داخل الفرد مثل التخلف العقلي والإعاقات الحسية والاضطرابات الانفعالية الشديدة وصعوبات التعلم وقد أشير إليها في تعريف اللجنة الوطنية الاستشارية لشؤون المعوقين من خلال الاضطرابات النفسية.

ذهب البعض إلى أن مشكلة القراءة واللغة هي جوهر صعوبات التعلم في حين أكد الآخرون أن الانتباه هو الأساس فيما اعتبر البعض الآخر أن الاضطرابات النفسية مثل الذاكرة والإدراك هي الأساس أيضا.

أما الحكومة الاتحادية الأميركية فحددت عام 1977 ثلاث أنواع من المشكلات:

مشكلات لغوية: تعبير شفهي مبني على الاستماع.

مشكلات القراءة والكتابة: التعبير الكتابي ومهارات القراءة.

مشكلات رياضية: إجراء العمليات الحسابية والاستدلال الرياضي.

وفي ضوء ذلك يمكن تطبيق صعوبات التعلم إلى مجموعتين: صعوبات التعلم النمائية و صعوبات التعلم الأكاديمية.

a) صعوبات التعلم النمائية

تشمل صعوبات التعلم النمائية المهارات السابقة التي يحتاجها الطفل بهدف التحصيل في الموضوعات الأكاديمية، مثلا يتعلم الطفل كتابة اسمه عن طريق تطوير الكثير من المهارات مثل الإدراك، تآزر البصري الحركي، الذاكرة...

فحين تضطرب هذه الوظائف بدرجة كبيرة ويعجز الطفل عن تعويضها من خلال وظائف أخرى ينتج عنها صعوبة لدى الطفل في تعلم الكتابة أو التهجئة أو إجراء العمليات الحسابية.

b) صعوبات التعلم الأكاديمية

هي المشكلات التي تظهر من قبل أطفالنا في المدارس وتشتمل على:

- صعوبات بالقراءة ;
- صعوبات بالكتابة ;
- صعوبات بالتهجئة والتعبير الكتابي ;
- صعوبات بالحساب.

4. علاج صعوبات التعلم

هنالك أربع خطوات أساسية لتشخيص و معالجة صعوبات التعلم وهي:

1. **تحديد أي التلاميذ لديه صعوبات التعلم**
2. **تحديد طبيعة هذه الصعوبات**
3. **تحديد العوامل المسببة لها**
4. **تطبيق الخطوات العلاجية**

5. ماهية الرياضيات

الرياضيات هي علم الأعداد والفراغ أو هي العلم المختص بالقياس و الكميات و المقادير. و هي علم تجريدي من إبداع العقل البشري ويهتم بطرائق الحل و أنماط التفكير, وهي لغة و وسيلة عالمية مكملة للغة الطبيعة, و هي تتعامل مع الحقائق الكمية و العلاقات كما أنها تتعامل مع المسائل التي تتضمن الفضاء و الأشكال و الصيغ و المعادلات المختلفة, و تعد الرياضيات تعبيرا عن العقل البشري الذي يعكس القدرة العملية و القدرة التأملية و التعليل و الرغبة في الوصول لحد الكمال في الناحية الجمالية.

6. أهمية الرياضيات

للرياضيات دور أساسي و بارز في التقدم العلمي و الاقتصادي و الحضاري الذي نشهده في عصرنا الحالي, و تعتبر الرياضيات منظمة لحياتنا اليومية من معاملات تجارية, و أجور, و حسابات بنكية, و أسهم, و ضرائب, و استهلاك, و مشتريات و غيرها من أمور الحياة.

و إن رقي الأمم يقاس بالقدر الذي تملكه من تقنيين و علماء و مهندسين, فالدول المتقدمة كلها تلجأ إلى التخطيط كي تتمكن من السيطرة على الاقتصاد و توجيه و زيادة مردوده, و التخطيط يعتمد على الإحصاء و الإحصاء يعتبر جزءا من الرياضيات, و كذلك مكنت الإنسان من اختصار عمليات معقدة و متطورة, فالآلات الإلكترونية تقوم و في زمن قليل بعمليات حسابية تحتاج إلى جهد .

7. صعوبات تعلم الرياضيات

تعد صعوبة تعلم الرياضيات أو صعوبات الحساب أوالعسر أوالعجز الرياضي (الديسكلكوليا Dyscalcalia أو الديسكلكولا Dyscalcula) أوالعجز الرياضي النمائى (الديسكلكوليا النمائية Dyscalculia Developmental) أو اللاحسابية Anorithmia أو الأكلكوليا acalculia أو الاضطراب الحسابي النمائى مفاهيم أو معاني واحدة تشير إلى صعوبة بالغة في المهارات الحسابية (Hamilton, 1996, 79) أو صعوبة بالغة في أداء العمليات الحسابية والاستنتاجات الرياضية ، أو في كليهما (Lyon, 1996)، والإخفاق على الأداء على المهام الرياضي أو صعوبة تذكر الحقائق الحسابية من الذاكرة طويلة المدى وصعوبة حل المسائل الحسابية البسيطة والمعقدة (Geary , 1993) أو صعوبة اكتساب المهارات الترتيبية والكاردينالية Cardinal/ordinaryskills(Ta'ir, Brezner& Ariel, 1997) أو صعوبة في معارف العدد الكمية Quantity والعملياتية(Crutch& Warrington, 2001) أو صعوبة بالغة في فهم واستخدام الرموز أو العمليات الضرورية اللازمة للنجاح في الرياضيات (Lokerson, 1992) أو مصطلح نفسيو طبي يشير إلى صعوبة تعلم الرياضيات بوجه عام وصعوبة بالغة في إنتاج العمليات الحسابية الفعالة، الدقيقة بوجه خاص (Montis, 2000) أو صعوبة تعلم الجداول الحسابية، إجراء العمليات مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة، أو عدم القدرة على تكوين مفهوم العدد وقراءة وكتابة الأعداد بطريقة صحيحة (Shelev, Manor&Kerem, 2001) أو صعوبة التعرف على الرموز الرياضية، تذكر الأعداد، عد الأشياء مع تحصيل أكاديمي ضعيف في القراءة و التهجي (Davison &Neale, 1998, 240) أو صعوبة فهم بعض المفاهيم الرياضية مثل مفهوم التناظر الاحادى (Geary et al., 1991) أو اضطرابات قدرة الأطفال على معالجة العدد disorders of NumberProcessing (Temple, 1989, 1992) أو حبسة مصحوبة بعدم القدرة على حل أبسط المسائل الرياضية (Sharma, 1986) أما كورسين (Corsini, 1999) فيميز في قاموسه بين ثلاثة مصطلحات مرتبطة بصعوبة تعلم الرياضيات هي:

~ **الديسكلكوليا Dyscalculia** ويعرفها بأنها صعوبة في إجراء المسائل أو العمليات الرياضية البسيطة مثل 2+2=4، وتظهر عند الأطفال الذين يعانون من اضطرابات في الفص الجدارى (Corsini, 1999, 305) ParietalLesions.

~ **اكلكوليا Aclculia** فهو شكل من أشكال الحبسة Aphasia (فقدان القدرة على الكلام نتيجة لأذى أصاب الدماغ) وتتميز بعدم القدرة على إجراء العمليات الرياضية البسيطة. وترتبط بإصابات المخ ، الأمراض العقلية ،أو الاضطرابات المبكرة في تعلم الرياضيات. و في بعض الحالات يكون الفرد غير قادر على قراءة وكتابة الأعداد (Corsini, 1999, 6).

~ اللاحسابية **Anarithmia** فتعنى أيضا شكل من أشكال الحبسة يتميز بعدم القدرة على العد واستخدام العدد .(Corsini, 1999, 47)

a) أنواع صعوبات تعلم الرياضيات

تظهر صعوبات التعلم في أنواع مختلفة, حيث تتطلب معالجات مختلفة داخل الفصول المدرسية و هذه الأنواع هي:

- صعوبات التمكن من الحقائق الرياضية الأساسية ;
- صعوبات في المهارات الرياضية البسيطة ;
- مفهوم الأعداد و صعوبة العد ;
- صعوبات الترميز الرياضي ;
- صعوبات تعلم لغة الرياضيات ;
- صعوبات الإدراك المكاني للأشكال الهندسية ;
- صعوبات الذاكرة(الذاكرة قصيرة المدى و الذاكرة طويلة المدى) ;
- القلق و النظر نحو الذات ;
- النمط المعرفي.

b) أسباب صعوبات تعلم الرياضيات

من بين الأسباب المساهمة في ترسيخ صعوبات تعلم الرياضيات نجد:

- الضعف في امتلاك المتطلبات اللازمة للتعلم ;
- ضعف المتعلم في مهارات القراءة الرياضية ;
- عدم شعور المتعلم بفائدة الرياضيات في حياته ;
- قلة تركيز المدرس على الأساسيات للتعلم ;
- استخدام الطريقة التقليدية في عرض الموضوعات و حل التمارين ;
- عدم الاهتمام بالفروق الفردية بين المتعلمين ;
- عدم متابعة الواجبات المنزلية المعطاة للتلاميذ .

وهناك مجموعة من العوامل التي أسهمت في تعميق هذه الصعوبات من أبرزها نذكر:

- ❖ **العوامل المتعلقة بالنظام التعليمي:** انتشار الدروس الخصوصية مثلا.
- ❖ **العوامل المتعلقة بالتلميذ نفسه:** كضعف الاكتساب الراسخ للمفاهيم الرياضية الأساسية.
- ❖ **العوامل المتعلقة بالسياق النفسي و الاجتماعي السائد:** حيث يؤثر على تطلعاته و طموحاته و كذا اختياراته.

8. خصائص التلاميذ ذوي صعوبات التعلم

يتميز التلاميذ ذوو صعوبات التعلم بالخصائص التالية:

- قصور في التعبير عن ذواتهم و التعامل مع الآخرين ;
- غالبا ما يكونون مشتتي الانتباه و ذوي حركة و نشاط زائدين ;
- عدم إكمال العمل الذي بدؤوه ;
- ضعف اكتشاف الأخطاء من تلقاء أنفسهم ;
- ضعف التناسق الحركي و تقلب حاد في المزاج ;
- قصور في التمييز و الذاكرة ;
- صعوبة إجراء العمليات الأساسية في الرياضيات ;
- الحاجة إلى وقت طويل لتنظيم الأفكار قبل الإجابة.

9. نبذة تاريخية عن علم الحساب المثلثي

إن الرياضيات بفروعها المختلفة قد ساعدت الإنسان منذ القدم وحتى وقتنا الحاضر في دراسة وتحليل العلاقات بين الظواهر الطبيعية المختلفة وبالتالي في التعرف على بعض القوانين التي تحكم الكون المليء بالأسرار فالحساب المثلثي هو علم عربي إسلامي، ويعترف جميع علماء الرياضيات الأوربيين بأن المسلمين أسهموا الإسهام الأساسي في إنشاء علم الحساب المثلثي، وأن الفضل يرجع لهم في جعله علمًا منتظمًا ومستقلا عن علم الفلك.

يعود تاريخ الحساب المثلثي إلى أقدم ما دون عن الرياضيات في مصر وبابل، حيث قاس البابليون الزوايا بالدرجات والدقائق والثواني. وحتى عصر اليونانيين، لم يوجد أي تطور ملحوظ في الحساب المثلثي. وفي القرن الثاني قبل الميلاد، وضع الفلكي هيباركوس جدول مثلثي لحل المثلثات، حيث بدأ بـ 7.5° حتى وصل إلى 180° بدرجات مقدارها 7.5°، وقد أعطى الجدول لكل زاوية طول الوتر المقابل لهذه الزاوية في دائرة ذات نصف قطر ثابت R. ومثل هذا الجدول مكافئ لجدول الجيب ، ولم تكن القيمة التي استخدمها هيباركوس لنصف القطر (R) محددة، ولكن بعد مضي 300 عام استخدم الفلكي بطليموس (R)= 60 لأن اليونانيين قد أخذوا نظام الأرقام الستينية البابلي. علم الحساب المثلثي (Trigonométrie) هو فرع من الرياضيات يدرس الزوايا والمثلثات والتوابع المثلثية كالجيب والجيب التمام. وهو أحد فروع علم الهندسة العامة.

و يعتبر قدماء المصريين أول من عمل بقواعد الحساب المثلثي، إذ استخدموها في بناء الأهرامات وبناء معابدهم. لكن قليل من الموروث عنهم في هيئة مخطوطات، ومنها أن عرّفوا مساحة الدائرة بكونها مساوية لتسعة أعشار مساحة المربع المحيط بها المماس لها من أربع أضلاع. وترجع معرفتنا بالحساب المثلثي إلى الإغريق الذين وضعوا قوانينها, و من أهمها هي القائمة والحادة والمنفرجة.

لعلم الحساب المثلثي تطبيقات كثيرة، منها حساب المسافات والزوايا في إنشاء المباني والطرق وفي صناعة المحركات وأجهزة التلفزيون والأثاث وملاعب الكرة، وكذلك وفي حساب المسافات الجغرافية والفلك، وفي أنظمة الاستكشاف بالأقمار.

الفصل الثالث:

الدراسات السابقة

(و التعقيب عليها)

- دراسات في صعوبات تعلم الرياضيات
- دراسات في صعوبات تعلم الحساب المثلثي
- التعقيب على الدراسات السابقة

1. دراسات في صعوبات تعلم الرياضيات

دراسة حبيب(2006): هدفت هذه الدراسة إلى التعرف على صعوبات تعلم الحدوديات لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي بالبحرين. وقد توصلت هذه الدراسة إلى أن أكثر الصعوبات تصب في مادة الجبر: صعوبة إيجاد مربع حدودية, قسمة حدودية على أخرى, توظيف القوانين الأساس في العمليات على الحدوديات.كما توصلت أيضا إلى أن أسباب هذه الصعوبات تعود إلى: التركيز إلى المهارات الدنيا من التفكير و استخدام الطريقة التقليدية في التدريس.

دراسة السعيد(2002): هدفت إلى تحديد الأنشطة الإثرائية التي يمكن استخدامها في تحقيق الأهداف التربوية.و قد توصلت إلى أن التلميذات ذوات التحصيل المتدني في الرياضيات قد استفدن من برنامج الأنشطة الإثرائية في الرياضيات و الذي تم تقديمه لهن بنفس المستوى الذي استفدن منه التلميذات ذوات التحصيل العادي في الصف العادي.

دراسة Bryant et hamil (2000): هدفت إلى صعوبات الحساب وقياسها بشكل دقيق لدى الطلبة الذين تم تشخيصهم على أنهم من ذوي صعوبات التعلم. وقد أشارت نتائج الدراسة إلى أن أبرز صعوبات الحساب التي تواجه هؤلاء الطلبة هي التعامل مع المسائل الحسابية متعددة الخطوات, كتابة و قراءة الأرقام, القيام بالعمليات الحسابية الأساسية.

دراسة أبو ريا و حمدي(2001): هدفت إلى المقارنة بين استخدام إستراتيجية التعلم باللعب من خلال الحاسوب و الطريقة التقليدية, لقياس مدى اكتساب تلاميذ الصف السادس الأساسي لمهارات الحساب الأربعة.أظهرت نتائج الدراسة وجود فروقا دالة إحصائيا في التحصيل المباشر و المؤجل, تعزى إلى الجنس.

دراسة Snow(1999): توصلت إلى أن التلاميذ الذين تعلموا باستخدام الحاسوب حققوا تحصيلا أعلى بشكل دال إحصائيا مقارنة بالطلاب الآخرين كما أنه لم يعد للعمر أو الجنس أثر في التحصيل.

دراسة Hudson Siobhan(2010): هدفت إلى استخدام برنامج محوسب لمعالجة الصعوبات التي تعترض فهم و تذكر الحقائق الرياضية الأساسية لدى طلاب الصف الرابع و الخامس و السادس و التاسع, و وظفت الدراسة المنهج التجريبي, و تعزي الدراسة أسباب هذه الصعوبات إلى 3 أسباب محتملة و هي عدم وجود معرفة سابقة للطفل, الموقف السلبي تجاه الرياضيات و عدم استخدام استراتيجيات تدريس حديثة و متنوعة. و من نتائج الدراسة تحسن مستوى التلاميذ بنسبة 70% بعد توظيف التكنولوجيا باستخدام إستراتيجية حل المشكلات في تذليل الصعوبات الرياضية.

دراسة هيثم عبد الغني(2009): هدفت إلى وضع برنامج مقترح لعلاج صعوبات تعلم الرياضيات لدى تلاميذ الصف العاشر من وجهة نظر الأساتذة و التلاميذ. و من النتائج التي توصلت إليها الدراسة نجد فاعلية البرنامج المقترح لعلاج هذه الصعوبات وأوصت بتدريب أساتذة الرياضيات على اكتشاف الصعوبات التي تواجه التلاميذ واستخدام الطرق المناسبة للتغلب عليها.

دراسة فايزة الشاعر(2001): هدفت إلى التعرف إلى الصعوبات التي تواجه التلاميذ في تعلم التكامل و التفاضل و كذا التعرف إلى أسباب هذه الصعوبات و وضع برنامج مقترح لعلاجها. وبناء على النتائج خرجت الباحثة بالتوصيات: عدم الحكم على الشيء قبل الأوان, فلا بد للتلميذ أن يتروى في حكمه على المادة دون التأثر بآراء من سبقوه,كما يجب عليه تثبيت المعلومة قبل الانتقال إلى معلومة جديدة.

دراسة Anderson Jennifer(2001): هدفت إلى توظيف برنامج لتحسين مهارات حل المشكلة الرياضية.و قد توصلت إلى أن التلاميذ يفتقرون إلى القدرة على مراقبة الذات, وأوصت الدراسة بضرورة استخدام إستراتيجية حل المشكلات داخل الفصل وتعيد التلاميذ عليه.

دراسة الأشقر(2001): هدفت إلى التعرف إلى الصعوبات تعلم الهندسة الفضائية لدى تلاميذ الصف العاشر بغزة. و قد توصلت الدراسة إلى وجود فروق دالة إحصائيا بين مستوى التحصيل في الهندسة الفضائية و المستوى الإتقاني الافتراضي, و كان السبب الرئيسي لهذه الصعوبات هو الجانب المتعلق بالتلميذ نفسه فيليه المجال المتعلق بطبية علم الهندسة ثم المجال المتعلق بالكتاب المدرسي فمجال المتعلق بالأساتذة.

دراسة سليم عزت(1983): دراسة الصعوبات التي تواجه طلاب المرحلة الثانوية عند دراستهم لمقررات حساب المثلثات و اقتراح بعض الطرق لعلاجها.

2. التعقيب على الدراسات السابقة

كشفت جميع الدراسات المذكورة عن وجود صعوبات تعلم الرياضيات لدى التلاميذ في مختلف المستويات و المراحل التعليمية, مما يدل على أهمية مجال البحث.

وظفت معظم هذه الدراسات المنهج الوصفي التحليلي و اختبارات تشخيصية ما يتفق مع دراستنا الحالية. و على الرغم من وجود العديد من الدراسات المتعلقة بصعوبات تعلم الرياضيات إلا أنه حسب علمنا لم نجد أيا منها تتناول صعوبات تعلم الحساب المثلثي لدى تلاميذ الجدع المشترك العلمي بثانوية محمد عابد الجابري .

3. أوجه الاستفادة من الدراسات السابقة

- معرفة كيفية الكشف عن صعوبات التعلم لدى التلاميذ عن طريق الاختبارات التشخيصية.
- الاطلاع على الخطوات و الإجراءات التي اتبعتها و كيفية تصميم الدراسة.
- المساعدة في تفسير نتائج الدراسة الحالية و الإرشاد إلى الكثير من المراجع لاغناء البحث.

كشفت الدراسات السابقة عن وجود صعوبات حقيقية في تعلم الرياضيات في جميع فروعها من جبر و هندسة...

الفصل الرابع:

إجراءات الدراسة

- منهج الدراسة
- مجتمع الدراسة
- عينة الدراسة
- أدوات الدراسة

1. منهج الدراسة

تم إتباع المنهج الوصفي التحليلي لتحقيق أغراض هذه الدارسة, المتمثلة في الكشف عن صعوبات تعلم وحدة الحساب المثلثي و الأسباب التي تؤدي إلى هذه الصعوبات.

2. مجتمع الدراسة

تكون مجتمع الدراسة من تلامذة قسم الجدع المشترك العلمي 2بثانوية محمد عابد الجابري.

3. عينة الدراسة

تم اختيار عينة, بشكل عشوائي, تتكون من 34 تلميذا من تلامذة الجدع المشترك العلمي بنفس الثانوية موزعة كالآتي: 8 تلميذات و 26 تلميذا.

4. أدوات الدراسة

a) الاختبار التشخيصي و خطوات إعداده

تم القيام بإجراء مقابلات شخصية مع إحدى عشر أستاذا للتعليم الثانوي التأهيلي , حيث تم توضيح الهدف من الدراسة مسبقا معهم و طلبت الباحثة إبداء آرائهم في الصعوبات التي تعرقل تلاميذ الجدع المشترك العلمي في تعلم وحدة الحساب المثلثي ثم مناقشتها معهم.

من خلال ما أسفرت عنه نتائج المقابلات أعددت الباحثة قائمة مبدئية بصعوبات تعلم الحساب المثلثي لدى تلاميذ الجدع المشترك العلمي, و هي كالآتي:

- ماهية الدائرة المثلثية ;
- ماهية الراديان ;
- تحديد الأفاصيل المنحنية لنقطة على الدائرة المثلثية بمجرد معرفة أحدها ;
- تحديد الأفصول المنحني الرئيسي ;
- تطبيق علاقة شال في الزوايا الموجهة ;
- تطبيق العلاقة بين قياسات الزوايا الراديان و الدرجة و الغراد ;
- تحديد العلاقة بين مختلف النسب المثلثية للأعداد الحقيقية: x, $(\pi - x)$, $(\pi + x)$, $(\frac{\pi}{2} + x)$, $(\frac{\pi}{2} - x)$ و $-x$;
- تطبيق العلاقة المثلثية : $1 + tan^2(x) = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{cos^2(x)}}$ لكل $x \in \mathbb{R}$;
- تطبيق العلاقة التالية حسب الحاجة: $sin^2(\mathrm{x}) + \cos^2(\mathrm{x}) = 1$;

- تحديد النسب المثلثية للقيم الاعتيادية مثل 0 و $\frac{\pi}{2}$;
- حل المعادلات المثلثية الأساسية من نوع: $\cos(x) = a$ و $\sin(x) = a$ و $\tan(x) = a$, على المجموعة $\mathbb{R}$ أو على مجال ضمنها ;
- حل المتراجحات المثلثية الأساسية من نوع:
  - ✓ $\cos(x) \leq a$, $\cos(x) \geq a$ مع $x \in I$ حيث $I \subset \mathbb{R}$.
  - ✓ $\sin(x) \leq a$, $\sin(x) \geq a$ مع $x \in I$.
  - ✓ $\tan(x) \leq a$, $\tan(x) \geq a$ مع $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.
- توظيف العلاقة التالية في حساب مساحة مثلث ABC : $\frac{1}{2}.\mathbf{AC}.\mathbf{BC}.\sin\hat{\mathbf{C}}$;
- توظيف العلاقة $\frac{\mathbf{BC}}{\sin\hat{\mathbf{A}}} = \frac{\mathbf{AC}}{\sin\hat{\mathbf{B}}} = \frac{\mathbf{AB}}{\sin\hat{\mathbf{C}}} = \mathbf{2R}$ في إيجاد R شعاع الدائرة المحيطة بالمثلث ABC;
- توظيف العلاقة $S = P \times r$ في حساب Sمساحة مثلث ABC حيث P نصف محيطه و r هو شعاع الدائرة المحاطة به.

وتأتي مرحلة بناء الاختبار الذي كان من نوع الأسئلة المتعددة الاختيار(كل سؤال بأربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة). مع مراعاة توزيع الأجوبة الصحيحة بشكل عشوائي, وكذلك التأكد من وضوح التعليمات والهدف من هذا الاختبار.

وأخيرا تطبيق الاختبار على العينة, ثم تصحيحه وتحليل نتائجه كما سيرد في الفصل الآتي.

b) الأسلوب الإحصائي المعتمد

تمت الاستعانة بتكرار الخطأ و النسبة المئوية له.

c) إعداد بطاقة مقابلة للكشف عن أسباب الصعوبات المرصودة

تم تقسيم أسباب صعوبات تعلم الحساب المثلثي إلى أربعة أنواع من الأسباب والتي أكدت من خلال المقابلة و هي كالآتي:

- ✓ **أسباب تتعلق بطبيعة المادة**
- ✓ **أسباب تتعلق بالكتاب المدرسي**
- ✓ **أسباب تتعلق بالأستاذ**
- ✓ **أسباب تتعلق بالمتعلم**

تم إجراء مقابلات شخصية مع عينة من تلاميذ الجدع المشترك الذين أنهوا دراسة وحدة الحساب المثلثي للتعرف على أسباب الصعوبات فيها, مع التأكيد على سرية البيانات وشرح أهداف المقابلة و مدى أهمية استجابتهم لها.

تم إجراء مقابلات شخصية كذلك مع أساتذتهم لنفس السبب وخرجت هذه المقابلات بتأكيد قائمة الأسباب السالفة الذكر.

و في النهاية تم تفريغ قائمة أسباب صعوبات تعلم الحساب المثلثي كما سيرد في الفصل الخامس.

d) إجراءات بناء التصور العلاجي

- الإطلاع على المراجع التربوية و الدراسات السابقة التي تناولت إعداد البرامج العلاجية للاستفادة منها.
- الاستعانة بأصحاب الخبرة في ميدان التدريس من أساتذة الرياضيات.
- اعتبار كل صعوبة هدفا من أهداف التصور العلاجي.
- الاستعانة بمقررات الرياضيات للجدع المشترك العلمي لوضع التصور المقترح الذي سيرد في الفصل الخامس في صورته النهائية بعد مناقشته مع أساتذة ذوي خبرة و تعديله.

الفصل الخامس

نتائج الدراسة و مناقشتها

(المقترحات و التوصيات)

- النتائج المتعلقة بالسؤال الأول
- النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني
- النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث
- توصيات الدراسة
- مقترحات الدراسة

1. النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

السؤال الأول : ما هي الصعوبات التي يواجهها تلاميذ الجدع المشترك العلمي في وحدة الحساب المثلثي ؟

للإجابة على هذا السؤال تم تطبيق الاختبار التشخيصي الذي سبق الحديث عن كيفية إعداده ثم تصحيحه وحساب النسبة المئوية لتكرار الخطأ في كل سؤال من أسئلة الاختبار حسب القاعدة الآتية و وفق الجدول أسفله:

النسبة المئوية لتكرار الخطأ = (عدد مرات تكرار الخطأ/ عدد أفراد العينة) *100

رقم السؤال	عدد مرات تكرار الخطأ	النسبة المئوية لتكرار الخطأ	هل يشكل صعوبة ؟
1	**7**	**20,59%**	لا
2	**6**	**17,65%**	لا
3	13	38,24%	نعم
4	12	35,29%	نعم
5	**8**	**23,53%**	لا
6	22	64,71%	نعم
7	18	52,94%	نعم
8	14	41,18%	نعم
9	15	44,12%	نعم
10	15	44,12%	نعم
11	20	58,82%	نعم
12	**8**	**23,53%**	لا
13	**6**	**17,65%**	لا
14	13	38,24%	نعم
15	20	58,82%	نعم
16	**7**	**20,59%**	لا
17	**8**	**23,53%**	لا
18	13	38,24%	نعم
19	17	50,00%	نعم
20	25	73,53%	نعم
21	15	44,12%	نعم
22	14	41,18%	نعم
23	14	41,18%	نعم
24	19	55,88%	نعم
25	16	47,06%	نعم
26	16	47,06%	نعم

نعم	52,94%	18	27
لا	**20,59%**	**7**	28
لا	**17,65%**	**6**	29
لا	**23,53%**	**8**	30

الأسئلة التي يتكرر فيها الخطأ بنسبة تقل عن 25% فهي لا تشكل صعوبة حسب تعريفنا للصعوبة في حين أن نسبة تفوق 25% تدل على أن هناك صعوبة.

إذن القائمة الفعلية لصعوبات تعلم وحدة الحساب المثلثي هي:

- تحديد الأفاصيل المنحنية لنقطة على الدائرة المثلثية بمجرد معرفة أحدها
- تحديد الأفصول المنحني الرئيسي
- تطبيق علاقة شال في الزوايا الموجهة
- تحديد العلاقة بين مختلف النسب المثلثية للأعداد الحقيقية x, $(\pi - x)$, $(\pi + x)$, $(\frac{\pi}{2} + x)$, $(\frac{\pi}{2} - x)$ و $-x$.
- حل المعادلات المثلثية الأساسية من نوع: $\cos(x) = a$ و $\sin(x) = a$ و $\tan(x) = a$, على المجموعة $\mathbb{R}$ أو على مجال ضمنها.
- حل المتراجحات المثلثية الأساسية من نوع:
  - ✓ $\cos(x) \leq a$, $\cos(x) \geq a$ مع $x \in I$ حيث $I \subset \mathbb{R}$.
  - ✓ $\sin(x) \leq a$, $\sin(x) \geq a$ مع $x \in$.
  - ✓ $\tan(x) \leq a$, $\tan(x) \geq a$ مع $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

2. النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني

السؤال الثاني :ما هي الأسباب التي فرضت وجود صعوبات في تعلم الحساب المثلثي ؟

- **أسباب تتعلق بطبيعة المادة:** وحدة الحساب المثلثي لها موضوعات متشابهة و متداخلة وتبدو غير مرتبطة بالحياة العملية, الحصص الدراسية المخصصة لها غير كافية لتحقيق الأهداف المتوخاة, تمارين الحساب المثلثي تتطلب خطوات عديدة لحلها.
- **أسباب تتعلق بالكتاب المدرسي:** الكتاب المدرسي لا يحتوي على أنشطة تحفيزية, الأمثلة الواردة فيه قليلة,الرسومات و الأشكال التوضيحية حاضرة بقلة,لا يراعي المكتسبات القبلية للمتعلم.
- **أسباب تتعلق بالأستاذ:** استعمال زمن الأستاذ وضيق الوقت لا يمكنه من تغطية كل فقرات الحساب المثلثي بشكل أمثل, الأساتذة لا يعطون فرصا للمناقشة و طرح الأسئلة, الأساتذة لا يتمكنون من مراعاة الفروق الفردية بين المتعلمين, معظم الأساتذة لا زالوا يطبقون أسلوب التلقين للمدرسة القديمة, الأساليب المعتمدة في التقويم تشجع المتعلم على حفظ المهارات و العلاقات وعدم فهمها.

- **أسباب تتعلق بالمتعلم:** المتعلمين ليست لديهم الرغبة في تعلم الحساب المثلثي, كما يفضلون الوحدات الأخرى من المقرر على هذه الوحدة, المتعلمون يعانون من ضعف متراكم ناتج عن السنة السابقة, وجود فكرة مسبقة على أن الحساب المثلثي صعب و معقد.

3. النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث

السؤال الثالث: ماهو التصور المقترح لمعالجة هذه الصعوبات؟

مواصفات التصور العلاجي

تم وضع أسس التصور العلاجي بناء على القائمة الفعلية للصعوبات المتوصل إليها من خلال الاختبار التشخيصي, بحيث يمكن من علاج مواطن الضعف لدى المتعلم من خلال استعمال طريقة التعلم بالمجموعات الذي يعتبر نموذجا للتعليم بحيث يعمل المتعلمون على مساعدة بعضهم البعض.

يسعى التصور العلاجي إلى تحقيق الأهداف المتمثلة في معالجة كل صعوبة من الصعوبات.

بما أن المتعلمين قد أبانوا على تمكنهم من بعض الجوانب فإنه من المستحسن اعتبارها كمكتسبات حتى لا يحس المتعلم بالملل و تكرار الدرس.

نشاط 1: تحديد الأفاصيل المنحنية لنقطة على الدائرة المثلثية بمجرد معرفة أحدها

تعريف(تذكير): لتكن **C** دائرة مثلثية أصلها I و M نقطة عليها.كل قياس للقوس الموجهة $\widehat{IM}$ يسمى أفصولا منحنيا للنقطة M.

قبل إنزال هذا التعريف يستحسن أن يطرح هذا السؤال ليجيب عليه المتعلمين أنفسهم: من يذكرنا بتعريف الأفصول المنحني لنقطة ما على الدائرة المثلثية ؟

من خلال برنام GEOGEBRA يبين الأستاذ أن كل نقطة على الدائرة المثلثية لها ما لا نهاية له من الأفاصيل المنحنية, و أنه إذا كان أفصول a منحني لنقطة M على الدائرة المثلثية فإن الأعداد $a+2k\pi$, حيث $k\in\mathbb{Z}$, هي كذلك أفاصيل منحنية لها.

تطبيق 1: حدد الأفاصيل المنحنية للنقط I(0), J($\frac{\pi}{2}$),I'($\frac{-\pi}{2}$) و J'(π).

تطبيق 2: حدد أربعة أفاصيل منحنية أخرى لكل من النقط التالية بحيث اثنين موجبين و الآخرين سالبين:

A($\frac{13\pi}{6}$), B($\frac{14\pi}{3}$), C($\frac{5\pi}{2}$) و B(-3π).

نشاط 2: تحديد الأفصول المنحني الرئيسي

تعريف(تذكير): من بين الأفاصيل المنحنية لنقطة M, يوجد أفصول منحن وحيد $t \in]-\pi, \pi]$ يسمى الأفصول المنحني الرئيسي للنقطة M.

تطبيق: حدد الأفصول المنحني الرئيسي لكل نقطة من نقط تطبيقي النشاط 1.

طريقة: لتحديد الأفصول المنحني الرئيسي x_0 لنقطة $M(x)$ هناك طريقتان:

- البحث عن كتابة على شكل: $x_0 = x + 2k\pi$ حيث x_0 ينتمي إلى المجال $]-\pi, \pi]$.
- استعمال طريقة التأطير.

يجب ترك المتعلمين ليستنتجوا بأنفسهم كلتا الطريقتين و يطبقونهما.

نشاط 3:تطبيق علاقة شال

1. أنشئ المتجهات $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ بحيث $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\pi}{3} \equiv [2\pi]$ و $(\widehat{\vec{v},\vec{w}}) = \frac{\pi}{2} \equiv [2\pi]$.
2. أعط قياسا للزاوية $(\widehat{\vec{u},\vec{w}})$.
3. استنتج أنه يوجد عدد $k \in \mathbb{Z}$ بحيث $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) + (\widehat{\vec{v},\vec{w}}) = (\widehat{\vec{u},\vec{w}}) + 2k\pi$.

تعريف(تذكير): لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ ثلاث متجهات غير منعدمة. لدينا:

$(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) + (\widehat{\vec{v},\vec{w}}) = (\widehat{\vec{u},\vec{w}}) \equiv [2\pi]$.

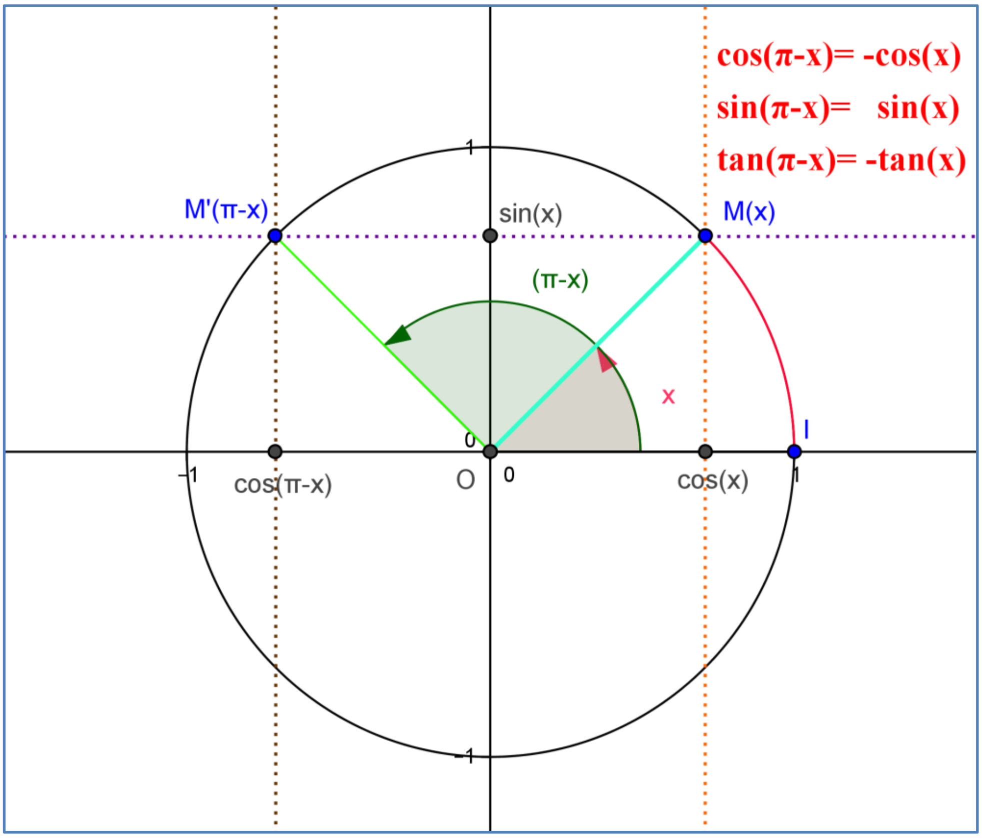
تطبيق: أحسب $(\widehat{\vec{u},\vec{w}})$ في كل حالة:

1. $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\pi}{4} \equiv [2\pi]$ و $(\widehat{\vec{v},\vec{w}}) = \frac{\pi}{2} \equiv [2\pi]$.
2. $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{-\pi}{2} \equiv [2\pi]$ و $(\widehat{\vec{v},\vec{w}}) = \frac{\pi}{6} \equiv [2\pi]$.
3. $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{-\pi}{12} \equiv [2\pi]$ و $(\widehat{\vec{v},\vec{w}}) = -\frac{\pi}{7} \equiv [2\pi]$.

نشاط 4: تحديد العلاقة بين مختلف النسب المثلثية للأعداد الحقيقية x, $(\pi - x)$, $(\pi + x)$, $(\frac{\pi}{2} + x)$, $(\frac{\pi}{2} - x)$ و $-x$

a. على دائرة مثلثية ارسم نقطة M ذات الأفصول المنحني x نأخذ مثلا $x = 60°$ لتوحيد الرسم.
b. أنشئ النقطة $M'(-x)$.
c. أعط $\cos(-x)$ بدلالة $\cos(x)$ و $\sin(-x)$ بدلالة $\sin(x)$ ثم استنتج $\tan(-x)$.
d. أنشئ النقطة $M''(\pi - x)$. ثم استنتج النسب المثلثية ل $(\pi - x)$ بدلالة النسب المثلثية ل x.

e. نفس الشيء بالنسبة لما تبقى من العلاقات.



بالنسبة للعدد $(\frac{\pi}{2}+x)$ يستحسن استخدام الطريقة الجبرية باستعمال النتيجة المتوصل إليها بالنسبة للعدد $(\frac{\pi}{2}-x)$.

في جميع الإجابات من الجيد التركيز في التعليل على البرهان الهندسي(استعمال التماثل المحوري,المركزي ...)

تطبيق 1: احسب و بسط ما يلي:

- $cos(\pi+x)+cos(\pi-x)+cos(\frac{\pi}{2}-x)$
- $\cos(\frac{5\pi}{2}+x)+\sin(x-\frac{7\pi}{2})$
- $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)+\cos(x-3\pi)$

تطبيق 2:

a. أحسب $\cos(-\frac{3\pi}{4})$ و $\sin(\frac{53\pi}{6})$ و $\tan(\frac{37\pi}{4})$.

b. أحسب المجموع: $\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{4\pi}{3}+\sin\frac{6\pi}{3}+\sin\frac{8\pi}{3}$.

نشاط 5: حل المعادلات المثلثية الأساسية من نوع: $\cos(x)=a$ و $\sin(x)=a$ و $\tan(x)=a$, على المجموعة $\mathbb{R}$ أو على مجال ضمنها

في هذا النشاط يجب استغلال ما تعلمه التلاميذ مما سبق من فقرات الدرس و الأهم في هذه المرحلة هو التذكير بالنسب المثلثية لبعض القيم الاعتيادية:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير محدد

1. حدد مجموعة الأعداد الحقيقية x التي تحقق: $\cos(x) = \frac{1}{2}$.
2. استنتج كتابة جامعة لحلول هذه المعادلة.
3. حدد مجموعة الأعداد الحقيقية $x \in [0,2\pi[$ التي تحقق $\cos(x) = \frac{1}{2}$.

طريقة(*من الأفضل تقديمها ببرنام* **GEOGEBRA**): لحل المعادلة $\cos(x) = \frac{1}{2}$ في $\mathbb{R}$ نتبع الخطوات التالية:

- نرسم الدائرة المثلثية.
- نرسم المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}$, هذا المستقيم يقطع الدائرة في نقطتين $M(\frac{\pi}{3})$ و $M'(-\frac{\pi}{3})$.
- ونعلم أن لكل نقطة ما لا نهاية من الأفاصيل المنحنية.
- إذن الحلول في $\mathbb{R}$ هي على الشكل: $\left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi; -\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right\}$.
- أما الحول على المجال $[0,2\pi[$ فهي: $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$.

بنفس الطريقة تقدم المعادلات الأساسية الأخرى و يتم تلخيص كل ما تم تعلمه التلاميذ من خلال النشاط و العمل كمجموعات. وفي نهاية النشاط يجب تقويم التعلمات بطرح تمارين تطبيقية تصب في الهدف.

نشاط 6: حل المتراجحات المثلثية الأساسية على مجال ضمن المجموعة $\mathbb{R}$

يتم التذكير و استغلال كيفية حل المعادلات المثلثية و التقنيات المستعملة في ذلك في هذا النشاط, وكذلك يتم استغلال المهارات المكتسبة من درس الترتيب في $\mathbb{R}$.

ليكن x عددا حقيقيا.

1. حدد الأعداد الحقيقية x التي تنتمي إلى المجال $[0,2\pi[$ و تحقق: $\cos(x) \leq \frac{1}{2}$, ثم لونها على الدائرة المثلثية.
2. اكتب على شكل مجالات مجموعة حلول المتراجحة : $\cos(x) \leq \frac{1}{2}$ على المجال $[0,2\pi[$.

3. حدد مجموعة حلول هذه المتراجحة على المجال $]-\pi,\pi]$, ثم لونها بلون مغاير.

طريقة(*تقدم باستعمال* **Geogebra**)**:** لحل المعادلة $\cos(x) \leq \frac{1}{2}$ على مجال ضمن $\mathbb{R}$ نتبع الخطوات التالية:

- نرسم الدائرة المثلثية.
- نرسم المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}$, هذا المستقيم يقطع الدائرة في نقطتين $M(\frac{\pi}{3})$ و $M'(-\frac{\pi}{3})$.
- نلون على الدائرة المثلثية المجال $\left[-1,\frac{1}{2}\right]$ من محور الأفاصيل ثم الأعداد التي تحقق المتراجحة بنفس اللون.
- نكتب الحلول على شكل مجالات حيث نبدأ بالعدد الأصغر فالأكبر.
- مثلا نكتب الحلول على المجال $[0,2\pi[$: $\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right]$ أما على المجال $]-\pi,\pi]$ فهي:

$\left]-\pi,\frac{-\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$.

4. توصيات الدراسة

في ضوء النتائج التي توصلت إليها الدراسة خرجت هذه الأخيرة بالتوصيات التالية:

- ضرورة الاهتمام بصعوبات التعلم و التدخل العاجل لمعالجتها.
- ضرورة التعامل مع رموز و مصطلحات وحدة الحساب المثلثي بكيفية أكثر دقة حتى تلقى الفهم من المتعلم.
- التأكيد على البيداغوجيا الفارقية.
- ضرورة توظيف استراتيجية تدريس تعتمد على الحاسوب.
- التأكيد على تكوين الأساتذة على مهارات التدريس باستعمال التكنولوجيا.
- العمل على توفير جو من الدافعية و الرغبة في التعلم لدى المتعلمين.
- استخدام طرق وأساليب تدريس متنوعة و أنشطة تعليمية تعلمية محفزة للتعلم, و تفادي أسلوب التلقين.
- ضرورة استعمال التقويمات بأنواعها لرصد مدى اكتساب المتعلم للمهارات و القدرات المنتظرة و الإكثار من الأمثلة بعد كل مفهوم.
- ضرورة متابعة الآباء لمردودية أولادهم في جميع المواد.
- التركيز على التطبيقات غير النمطية و العمل على حل المسائل بطرق متنوعة.
- خلق جو من التواصل و التفاعل الإيجابي بمنح المتعلمين فرصة المناقشة والمشاركة في بناء الدرس مع ضرورة اشراك كل الفئات.
- التكليف بأنشطة منزلية تساعد في تعميق الفهم, و كذا بأنشطة جماعية توطد التعاون بين المتعلمين مع ضرورة متابعة هذه الأنشطة من قبل الأساتذة.
- عمل مخططات علاجية لمعالجة الضعف التراكمي في موضوعات الرياضيات التي لها علاقة بالحساب المثلثي.
- ترتيب الدروس المقررة بشكل يجعلها منسجمة ومسترسلة.

- القيام بدورات تدريبية لأساتذة الرياضيات لتدريبهم على طق تدريس الحساب المثلثي الحديثة و علاج صعوباته.
- استخدام وسائل تعليمية محسوسة من الواقع و ربط المفاهيم بواقع حياة المتعلم لإثراء الأنشطة الصفية.
- دراسة الأسباب الخفية الكامنة وراء صعوبات التعلم حتى يسهل علاجها.
- إعادة النظر في محتوى موضوعات الرياضيات للسنوات السابقة(الإعدادي) من حيث عدد المفاهيم و الغلاف الزمني المخصص له.
- إدراج حصص لتعلم الرياضيات عن طريق التكنولوجيا الحديثة في استعمالات الزمن.
- تشجيع نهج أسلوب النظريات البنائية و السوسيو بنائية في اتدريس تدريب الأساتذة على أساليب التقويم.

5. مقترحات الدراسة

- اجراء دراسات مماثلة عن صعوبات التعلم في مادة الرياضيات ككل.
- اجراء دراسات تحتوي برامج علاجية لصعوبات تعلم الرياضيات بصفة عامة و الحساب المثلثي بصفة خاصة.
- تجريب فعالية برنام GEOGEBRA في علاج صعوبات تعلم الحساب المثلثي خاصة و الهندسة بصفة عامة.
- البحث في استراتيجيات التدريس الملائمة للمتعلمين.
- القيام بدروس الدعم كلما دعت الضرورة إلى ذلك.
- القيام بدراسة تتضمن مدى فاعلية التصور العلاجي المقترح.
- إغناء مقررات الجدع المشترك العلمي بأمثلة و تطبيقات تعالج هذه الصعوبات.
- دراسة حول تطوير المناهج بحيث تتلاءم و مستوى المتعلمين.
- دراسة عن ميولات المتعلمين في الرياضيات.
- استقدام مختص نفسي و اجتماعي لمتابعة مشاكل المتعلمين و حالاتهم النفسية التي قد تكون سببا في ظهور صعوبات التعلم لديهم.
- تطبيق اختبارات الذكاء مع بداية كل سنة دراسية من أجل الوقوف على مستويات المتعلمين و من ثم التعرف على مواطن الضعف لديهم مما يمكن من اختيار الأساليب المناسبة للتعامل معهم.

المراجع

- القرآن الكريم.
- قطر الندى : العدد الثاني عشر, شتاء 2008.
- المحاظرة رقم 22 من كتاب لقاءات علمية في المكتبة الناطقة إعداد و مراجعة و تعليق الأستاذ عبد الرحمن نن سالم العتيبي.
- أحمد محمد حبيب: "صعوبات تعلم الحدوديات الجبرية لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي في مملكة البحرين و مقترحات لعلاجها", مجلة علوم التربوية و النفسية المجلد(7), العدد(4),ديسمبر 2006.
- هيثم علي عبد الغني: "برنامج مقترح لعلاج صعوبات تعلم المفاهيم الرياضية لدى طلبة الصف العاشر الأساسي بمحافظة شمال غزة",رسالة ماجستير كلية التربية, جامعة الأزهر. غزة.
- فتحي الزيات: صعوبات تعلم الأسس النظرية و التشخيصية و العلاجية, القاهرة: دار النشر للجامعات.
- خير الزراد, فيصل محمد,(1997):" التخلف الدراسي و صعوبات التعلم التشخيصي", لبنان, بيروت: دار النفائس للطباعة و النشر و الوزيع, طبعة 2.
- عبد الهادي(2000): "بطء التعلم", طبعة 1, دار وائل للطباعة و النشر, عمان, الأردن.
- جمال بن عمر المختار الجزائري الأندلسي الخزرجي: "صعوبات التعلم عند الأطفال".
- بحيرى، ص. م. (2001). أثر برنامج تدريبي لذوى صعوبات التعلم فى مجال الرياضيات في ضوء نظرية تجهيز المعلومات . رسالة دكتوراه – غير منشورة – معهد الدراسات التربوية، جامعة القاهرة.
- مجلة الطفولة العربية, العدد 19, بعض الخصائص النفسية و السلوكية للتلاميذ ذوي صعوبات التعلم, أ.د. أمان محمود و د. سامية صابر.
- م.م مثال عبد الله غني: صعوبات التعلم لدى الأطفال, مركز البحوث و الدراسات التربوية, دراسات تربوية, العدد العاشر نيسان 2010.

- إحسان خليل الأغا: البحث التربوي, عناصره, مناهجه, أدواته, طبعة 2, غزة: مطبعة الرنتيسي(1997).
- السيد عبد الحميد السيد(2000): صعوبات التعلم تاريخها, مفهومها, تشخيصها,علاجها,طبعة 1, القاهرة, دار الفكر العربي.
- مطبوع في رحاب الرياضيات للجدع المشترك العلمي و التكنولوجي.
- مطبوع واحة الرياضيات للجدع المشترك العلمي و التكنولوجي.
- زيادة, خالد(2008): صعوبات تعلم الياضيات "الديسكلكوليا" طبعة 1. دار إيتراك للطباعة و النشر و التوزيع.
- إبراهيم مجدي عزيز(2008): تدريس الرياضيات لدوي صعوبات التعلم: المتأخرين دراسيا و بطيئي التعلم طبعة 1 عالم الكتب.

الاختبار التشخيصي

الهدف من هذا الاختبار هو رصد الصعوبات التي يمكن أن تواجه في دروس الحساب المثلثي لمستوى الجدع المشترك العلمي وذلك قصد البحث عن حلول لمعالجتها.

لكل سؤال من هذا الاختبار جواب صحيح واحد. يجب وضع علامة أمام الجواب الصحيح فقط .

السؤال	السؤال	السؤال	السؤال	السؤال
(1) الدائرة المثلثية هي كل دائرة:	اختير عليها منحى	شعاعها 1 و منحاها عكس منحى عقارب الساعة	شعاعها 1	موجهة توجيها غير مباشر
(2) الراديان هو:	قياس زاوية قائمة	قياس زاوية مركزية تحصر قوسا طولها شعاع الدائرة	زاوية قائمة	قياس زاوية محيطية
(3) $\frac{\pi}{7}$ و $\frac{15\pi}{7}$ هما أفصولان منحنيان	لنقطتين متقابلتين	لنقطتين متماثلتين بالنسبة لمركز الدائرة المثلثية	لنفس النقطة	لنقطتين متماثلتين بالنسبة لمحور الأفاصيل
(4) الأفصول المنحنى الرئيسي للنقطة $M(\frac{713\pi}{15})$ هو:	2π	$\frac{-7\pi}{15}$	$\frac{8\pi}{15}$	$\frac{23\pi}{15}$
(5) قياس الزاوية $\frac{2\pi}{3}$ بالدرجة هو:	$120°$	$60°$	$70°$	$100°$
(6) إذا كان $(\vec{u};\vec{v}) = \frac{\pi}{6}$ و $(\vec{v};\vec{w}) = \frac{2\pi}{6}$ فإن:	$(\vec{u};\vec{w}) = \frac{\pi}{2}$	$(\vec{w};\vec{u}) = \frac{\pi}{2}$	$(\vec{w};\vec{u}) = \frac{\pi}{6}$	$(\vec{u};\vec{w}) = \frac{-\pi}{6}$
(7) $\cos(2x-\pi)$ هو	$\sin(2x)$	$2\cos x$	$-\cos(2x)$	$-\sin(2x)$
(8) $\sin(x+)$ هو:	$-\sin(x)$	$-\sin(2x)$	$2\cos x$	$-\cos x$
(9) $\cos\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right)$ هو:	$\sin\frac{\pi}{2}$	$\cos\frac{\pi}{3}$	0	-1

$\cos(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\sin(-x)$	**(10)** $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ هو:
القيمة	الجيب	جيب التمام	الظل	**(11)** $\frac{5\pi}{7}$ و $\frac{2\pi}{7}$ لهما نفس:
$\sin(a)$	$\frac{1}{\tan(a)}$	$\frac{1}{1+tan^2(a)}$	$\frac{1}{\cos(a)}$	**(12)** $\cos^2(a)$ هو :
$sin^2(x)+1=\cos(x)$	$sin^2(x)=tan^2(x)$	$sin^2(x)+cos^2(x)=1$	$sin^2(x)=cos^2(x)$	**(13)** اختر الجواب الصحيح مع $x\epsilon\mathbb{R}$
$\sin(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sin(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan(x)=\frac{1}{2}$	$\sin(x)=2$	**(14)** إذا كان $co(x)=\frac{1}{2}$ و $0\leq x\leq\frac{\pi}{2}$ فإن:
$\tan(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\tan(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos(x)=-1$	$\tan(x)=\frac{\pi}{6}$	**(15)** إذا كان $si(x)=\frac{1}{2}$ و $0\leq x\leq\frac{\pi}{2}$ فإن:
$-\cos(2\pi)$	-1	$\cos(-8\pi)$	$\cos(5\pi)$	**(16)** $\cos(0)$ يساوي:
$\cos(2\pi)$	$\sin(3\pi)$	$\sin(-4\pi)$	$-\sin(2\pi)$	**(17)** $\sin(0)$ هو أيضا:
$\tan^2(x)$	$\frac{1}{\tan(x)}$	$-\tan(x)$	$\tan(x)$	**(18)** $\tan(x+3\pi)$ يساوي:
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	2	**(19)** علما أن $co(x)=\frac{1}{2}$ ما هو $\cos(\pi-x)$
$\left\{\mp\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$	$\left\{\frac{-\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right\}$	$\left\{\mp\frac{\pi}{6}+2k\pi,k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$	$\left\{\mp\frac{\pi}{3}+k\pi,k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$	**(20)** مجموعة حلول المعادلة $co(x)=\frac{1}{2}$ في $\mathbb{R}$ هي:
$\left\{\mp\frac{\pi}{6}+2k\pi,k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$	$\left\{\frac{-\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right\}$	$\left\{\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right\}$	$\left\{\frac{-\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right\}$	**(21)** مجموعة حلول المعادلة $\sin(x)=\frac{1}{2}$ في المجال $[0,2\pi]$

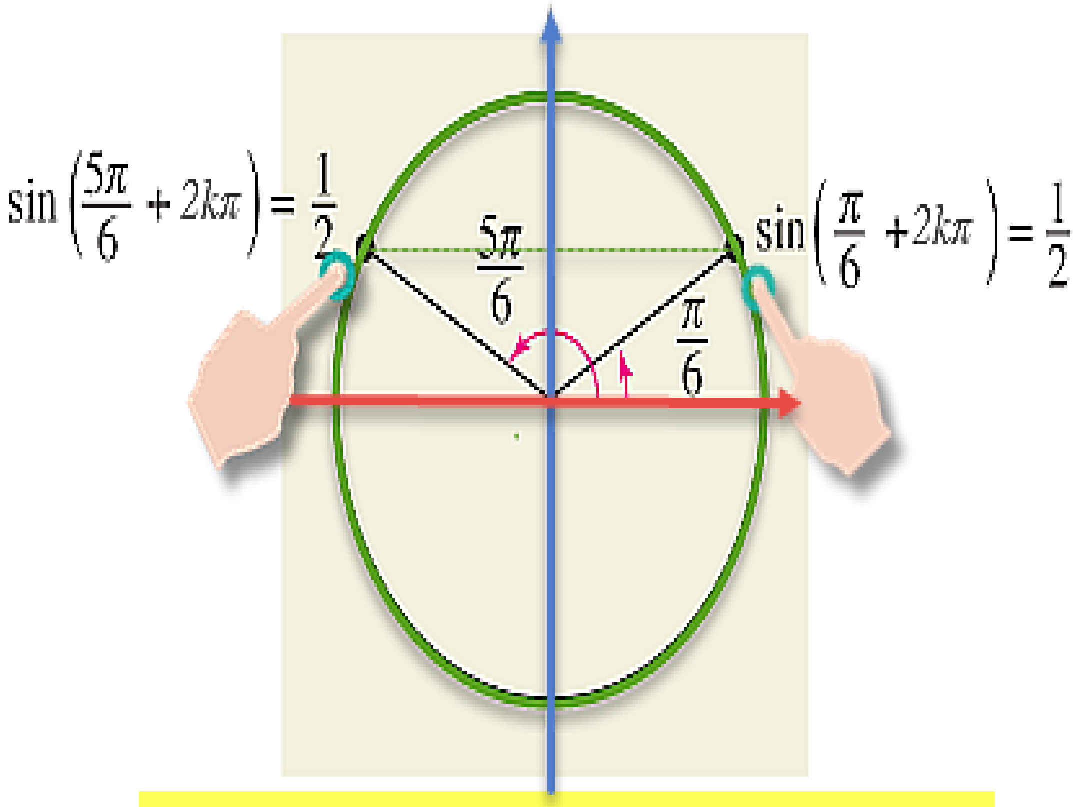
(22) مجموعة حلول المعادلة $co(x)=\frac{3}{2}$ في $\mathbb{R}$ هي:	$\left\{\frac{5\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right\}$	$\left\{\mp\frac{200\pi}{6}+2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$	لا توجد	$\left\{\frac{-\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right\}$
(23) مجموعة حلول المعادلة $\tan(x)=1$ في المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$	π	$\left\{\frac{-\pi}{8},\frac{\pi}{8}\right\}$	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$
(24) مجموعة حلول المعادلة $\tan(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}$ في $\mathbb{R}$ هي:	$\frac{\pi}{6}$	$\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$	$\frac{-\pi}{6}$	$\left\{\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}\right\}$
(25) حل المتراجحة $\cos x\leq\frac{1}{2}$ على المجال $]-\pi,\pi]$ هو:	$\frac{\pi}{6}$	$\left[-\pi,-\frac{\pi}{3}\right]\cup\left]\frac{\pi}{3},\pi\right]$	$\left[-\pi,-\frac{\pi}{3}\right]$	$\left]\frac{\pi}{3},\pi\right]$
(26) حل المتراجحة $\sin x\geq\frac{-\sqrt{2}}{2}$ على المجال $]-\pi,\pi]$ هو:	$\frac{-\pi}{4}$	$\left]-\pi,-\frac{3\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{-\pi}{4},\pi\right]$	$\frac{\pi}{4}$	$\left[-\pi,-\frac{3\pi}{4}\right]$
(27) حل المتراجحة $\tan x<\frac{\sqrt{3}}{3}$ على المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right]$ هو:	0	$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$	لا توجد	$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$
(28) مساحة مثلث ABC هي:	$\frac{BC\cdot\sin\hat{C}}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC\cdot\tan\hat{C}$	$\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC$	$\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC\cdot\sin\hat{C}$
(29) ABC مثلث و R شعاع الدائرة المحيطة به إذا 2R تساوي:	$\frac{AB}{\sin\hat{A}}$	$\frac{AB}{\sin\hat{C}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}}=\frac{BC}{\sin\hat{A}}$	BC	$\frac{AB}{\sin\hat{A}}=\frac{AC}{\sin\hat{C}}=\frac{BC}{\sin\hat{B}}$
(30) ABC مثلث مساحته $S=P\cdot r$ حيث r هو شعاع الدائرة المحاطة به إذا:	P هو محيط المثلث ABC	P هو طول الضلع BC	P هو نصف محيط المثلث ABC	P هو ثلث محيط المثلث ABC

$$2\sin x = 1 \iff \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\iff \sin x = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$\iff x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\iff x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$



$$S_{IR} = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \; ; \; \frac{\pi}{6} + 2k\pi \; / \; k \in Z \right\}$$