المركز الجهوي لمهن التربية و التكوين
سوس ماسة درعة

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

# L’histoire des mathématiques comme outil didactique motivant de l’apprentissage chez l’apprenant au lycée Marocain :

## Résolution historique des équations de troisième degré via les nombres complexes.


Ecrit par :

Salek OUAILAL

Professeur de l’ Enseignement Supérieur Assistant.
Formateur au CRMEF Inzegane
2014
Page facebook : Tarikati.math

## 1. La question de départ.

L'apprenant est fort surpris lorsque on lui annonce que :

$$i^2 = -1\ldots$$

## 2. La perception du problème.

Il s' agit bien d'un obstacle épistémologique;

Mais comment surmenter cette difficultee épistémologique…

$$i^2 = -1 \ldots$$

ou encore :

$$i = \sqrt{-1} \ \ldots$$

## 2. La perception du problème.

Comment surmenter cette difficultee épistémologique... $i = \sqrt{-1}$ ...

... Non seulement donc Girard (1629) accepte-t-il l'existence de solutions négatives, il justifie comme suit l'usage des solutions 'enveloppées': [ . .. ]

On pourrait dire à quoi sert ces solutions qui sont impossibles, je réponds pour trois choses :

- pour la certitude de la règle générale,
- & qu'il n'y a point d'autres solutions,
- & pour son utilité.

(Girard, 1629, p.141-142; *in Flament,* 2003, p. 38)

## 2. La perception du problème.

Comment surmenter cette difficultee epistimologique… $i = \sqrt{-1}$ …

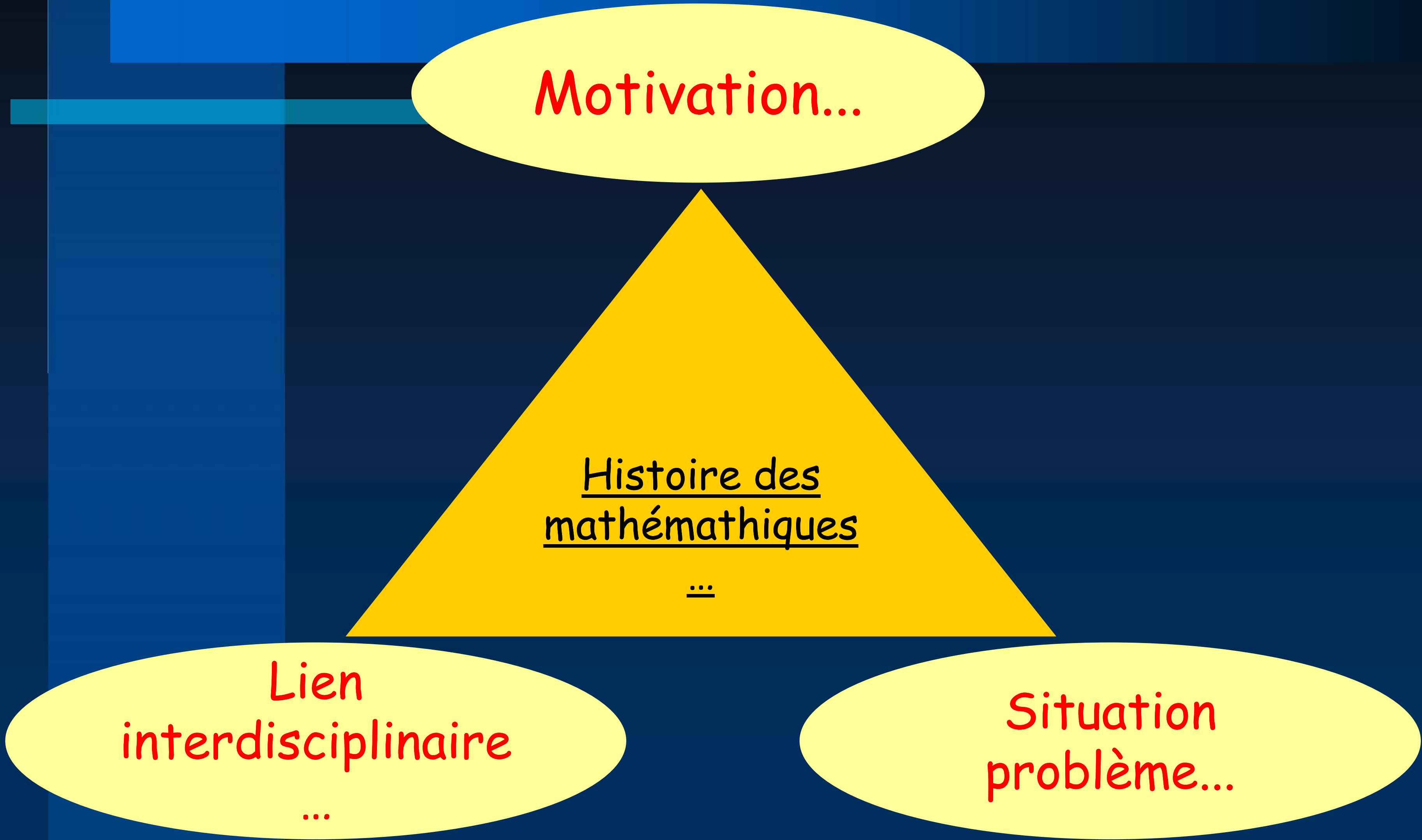
- Del ferro 1465-1526…
- Tartaglia 1500-1557…………
- Cardan 1501- 1576…………..
- Ferrari 1522-1565
- Descartes …………..
- Girard …………
- Bombelli 1526-1573…
- …

## 2. La perception du problème.

$i = \sqrt{-1}$ ...

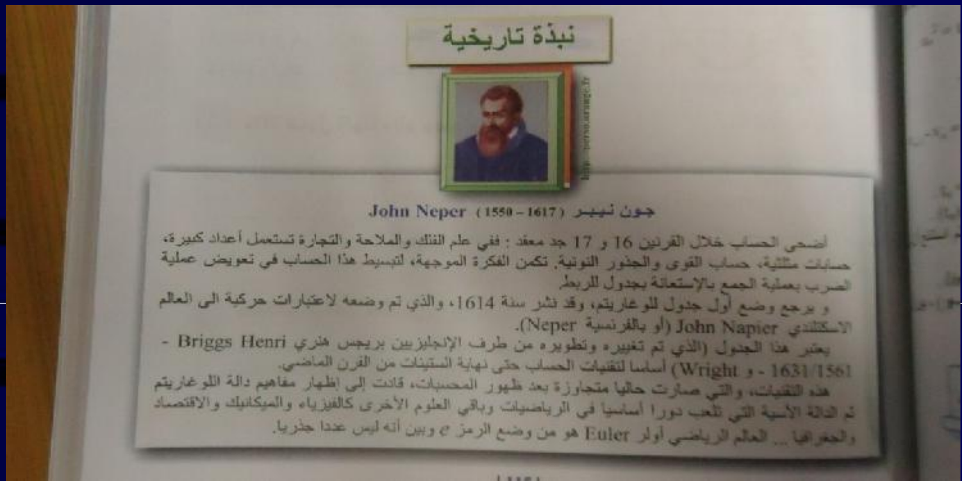
- Ainsi... l' élaboration de cette notion mathématique s' étend sur plusieurs siècles...
...Et ce n' est pas utopique d' espérer qu' un apprenant puisse comprendre complètement la question en deux heures...

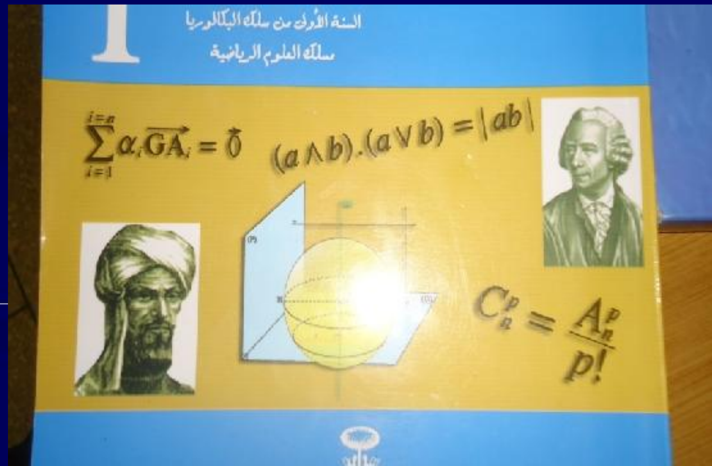
## 3. La problématique.



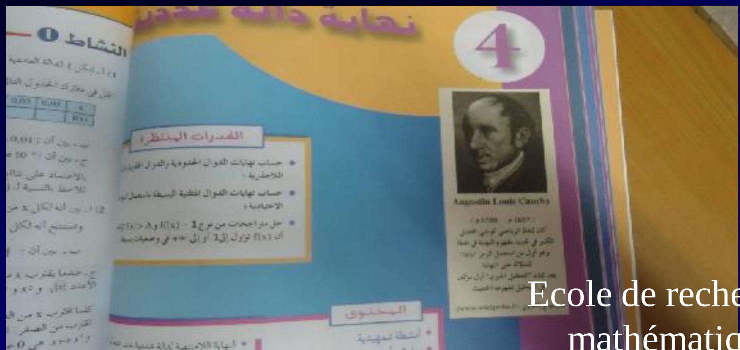
## 3. La problématique…..l' histoire des mathématiques (HM)

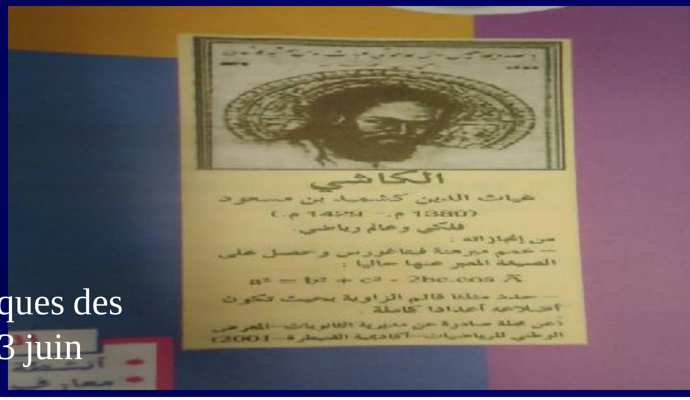
# 1. Coté manuels scolaires:




- L' aspect historique n' est pas tout a fait negligé..



# 3. La problématique…..l’ histoire des mathématiques (HM)

## Logarithme népérien

chapitre 4

### Approche historique

À la fin du XVIe et au début du XVIIe siècle, l'astronomie se développe considérablement. L'étude du mouvement des planètes conduit à de longs et pénibles calculs (les fameux calculs astronomiques). Les banquiers sont eux aussi confrontés à des calculs fastidieux car ils calculent des intérêts dans une économie occidentale dopée par l'exploitation des terres découvertes. Il n'est pas étonnant que les mathématiciens cherchent alors des méthodes simplificatrices de calcul.

L'idée est simple : remplacer des multiplications par des additions, mais la réalisation est difficile.

C'est l'Écossais Neper qui inventa un algorithme par lequel une addition remplaçait une multiplication.

Il exposa en 1614 une table numérique de correspondance qui transforme les produits en sommes. Il semble que Neper exploite l'idée, déjà présente chez des précurseurs, d'établir une correspondance entre progressions géométrique et arithmétique.

Un fait est remarquable : du temps de Neper, on ne connait ni les fonctions, ni les limites, ni les dérivées, et Neper n'a donc pas défini la *fonction* logarithme, devenue par la suite d'une si grande importance théorique.

### Des dates pour se repérer…

- **1614** Le logarithme calculé par Napier d'un nombre positif $x$ s'exprime aujourd'hui comme $10^7 \ln \frac{10^7}{x}$.
- **1618** Edward Wright traduit en anglais la description de Napier et se rapproche du logarithme dit népérien.
- **1628** L'éditeur hollandais Adrien Vlacq publie une table à 14 chiffres significatifs des logarithmes des nombres de 1 à 100 000, complétant celle de Briggs.
- **XVIIIe siècle** Le calcul numérique des logarithmes est nettement amélioré par les progrès du calcul des séries.

### John Napier

(Merchiston, 1550 – 1617)

John Napier ou Neper n'eut que quelqu[…] mois de formation universitaire à l'âge [de] treize ans, mais voyagea en Europe ju[s]qu'à ses vingt ans. Protestant farouche, politiquement sectaire, il proposait au[…] l'adoption de toutes sortes d'instrume[nts] de guerre.

En 1614, il exposa une table numéri[que] assez proche des logarithmes aujourd['hui] dits népériens, dont l'explication [fut] publiée deux ans après sa mort. Il ob[tint] aussi des résultats en trigonométrie s[…] sphère.

## Dérivation

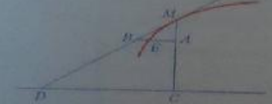
chapitre 2

### Approche historique

Dans la seconde moitié du XVIIe siècle, plusieurs mathématiciens, Blaise Pascal et Isaac Barrow entre autres, envisagent le triangle caractéristique MAB pour un point M sur une courbe $\mathscr{C}$, en utilisant la tangente au point M et son intersection avec l'axe des abscisses en D.

La similitude des triangles rectangles donne : $\frac{AM}{BA} = \frac{CM}{DC}$.

La longueur CD est dite sous-tangente en M à la courbe $\mathscr{C}$ repérée sur l'axe des abscisses, et est notée $t$.




Leibniz écrit alors $dy = AM$, $dx = BA$ ; $CM = y$ de sorte que $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{t}$.

Ce pourrait être alors une définition du quotient $\frac{dy}{dx}$ de notre dérivée, à partir de l'ordonnée et de la sous-tangente, en considérant l'ordonnée $y$ comme fonction de $x$. Si l'on regarde autrement la figure, on peut dire que le quotient $\frac{AM}{BA}$ est la limite du quotient lorsque le point A tend vers M.

Ce point de vue par les limites ne fut adopté vraiment qu'à partir du milieu du XVIIIe siècle, et Lagrange en fit une base de l'Analyse.

### Des dates pour se repérer…

- **1682** Dans un court et extraordinaire article Leibniz donne les règles de son calcul différentiel. En particulier, il utilise la règle de dérivation des fonctions composées dans le cas des fonctions puissances. Ainsi :

$$\frac{d\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{dx} = \frac{d\left(\frac{1}{y}\right)}{dy} \times \frac{d(\sqrt{x})}{dx} = -\frac{1}{y^2} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

- **1693** Newton propose une autre méthode pour cette même dérivation.
- **1696** Guillaume de l'Hôpital énonce le théorème général de dérivation d'une fonction composée, sans se restreindre aux fonctions élémentaires.

### Guillaume de l'Hôpital

(Paris, 1661 – 1704)

Tout prédisposait L'Hôpital, marquis de Saint-Mesme, à sa vie de grand seigneur. Il aimait toutefois les mathématiques et suivit des leçons que Jean Bernoulli donna en 1691 à Paris. Il y expliquait le calcul différentiel et intégral de Leibniz, et y ajoutait ses propres inventions. L'Hôpital sut rédiger le premier traité de ces nouveaux calculs, et *L'Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, a éduqué pendant des décennies toute l'Europe.

## 3. La problématique…..l’ histoire des mathématiques (HM)

# 2. Coté orientations pédagogique…

### 4. الأعداد العقدية

| محتوى البرنامج | القدرات المنتظرة | التوجيهات التربوية |
|---|---|---|
| - المجموعة C.<br>- الكتابة الجبرية لعدد عقدي؛<br>- تساوي عددين عقديين؛<br>- التمثيل الهندسي لعدد عقدي: لحق نقطة؛ لحق متجهة؛<br>- العمليات على الأعداد العقدية؛<br>- مرافق عدد عقدي؛ معيار عدد عقدي؛ | - التمكن من الحساب على الأعداد العقدية؛<br>- الانتقال من الكتابة الجبرية إلى الكتابة المثلثية لعدد عقدي والعكس؛<br>- التعرف على الصيغ المثلثية الأساسية باستعمال الأعداد | - ينبغي أن يتم التحسيس بضرورة إدخال الأعداد العقدية بشكل مختصر ومركز؛<br>- نظرا لما يكتسيه التمثيل الهندسي من أهمية في ترسيخ مفهوم العدد العقدي فإن تناوله ينطلق مباشرة مع بداية الفصل ويواكب تقديم جل المفاهيم المقررة لبلورة التأويلات الهندسية لكل من المقابل والمرافق والمعيار والعمدة ومجموع عددين عقديين وجداء عدد عقدي في عدد حقيقي؛ |

Ecrit par : Salek OUAILAL

## 3. Coté enseignant :

o les enseignants sont-ils eux-mêmes suffisamment motivés ?..
pour susciter l' introduction de l'histoire des mathématiques …

- ❑ C' est rare de trouver un historien et en même temps un mathématicien;
- ❑ …

## 3. La problématique…..l’ histoire des mathématiques

# 4. Coté apprenant:

- Le placement des apprenants dans un contexte historique leur permet de mieux comprendre les démonstrations…

- Connaitre les mathématiciens de l’ époque rend compte que les mathématiques est un produit d’ une longue evolution..

- Faire sentir aux apprenants le caractère experimental des mathematiques afin qu ils comprennent que cette science n’ est pas infuse mais elle est en constante évolution..

# 4. La problématique…..Le rôle motivant de H M

❑ Des travaux récents se penchent vers une « pédagogie de l'action ».

o Il s'agit de :

« faire vivre aux apprenants le contenu rigide des textes mathématiques qui apparaît comme immobile sur le papier »,

« faire naitre de l'activitée dans ses apprentissages ».

… de « surprendre » le jeune apprenant,

… de rendre les mathématiques ludiques…divertissantes, récréatives

… de faire « ressortir l'aspect magique » des savoirs mathématiques enseignés.

## 5. La problématique…..L' interdisciplinarite de H M

- Apprendre qu'auparavant, les unités de longueur étaient en rapport avec des parties du corps humain…
- En histoire des religions…
- L' architecture des monuments historiques …
- L'histoire de la vaccination…
- …

# 6. La problématique…..La situation problème et H M

Une situation – problème pertinente reflète toujours l'intégration réussie de trois éléments :

- …un profond désir que les élèves apprennent quelque chose qui aie du sens pour eux.

- Il fait appel à quelque chose que connait l' élève il a un sens parcequ' il a un lien avec sa réalité.

- …La phase de la réflexion personnelle et la confrontation avec ses representations.

# 7. Phase expérimental.

( 781- 847 )

**Petite démonstration historique motivante…**

Le mathématien astronome Abu Jaafar Mohamed Ibn Mussa Alkhawarizmi fut un des membres de la maison de la sagesse établit a Bardad sous le calif Al mamun.

Voici comment al-Khwãrizmi résout l'équation

$$x^2+2ax=p \text{ , où } a, p>0.$$

L'aire totale $A$ du carré de côtés $a+x$ (figure 1.9) étant $A=x^2+2ax+a^2$, alors $A=p+a^2$; la solution positive (la seule envisagée) est donc $x=\sqrt{p+a^2}-a$ .

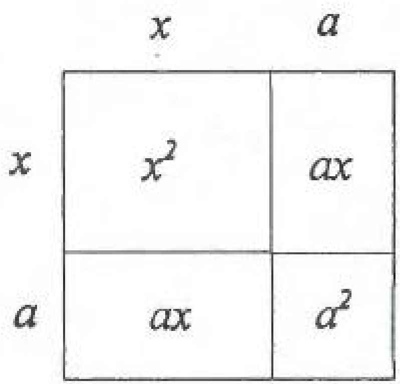
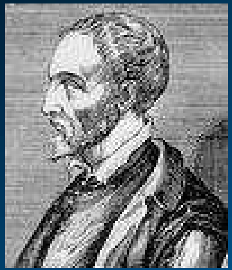



*Figure 1.9*

*Méthode d'al-Khwãrizmi*

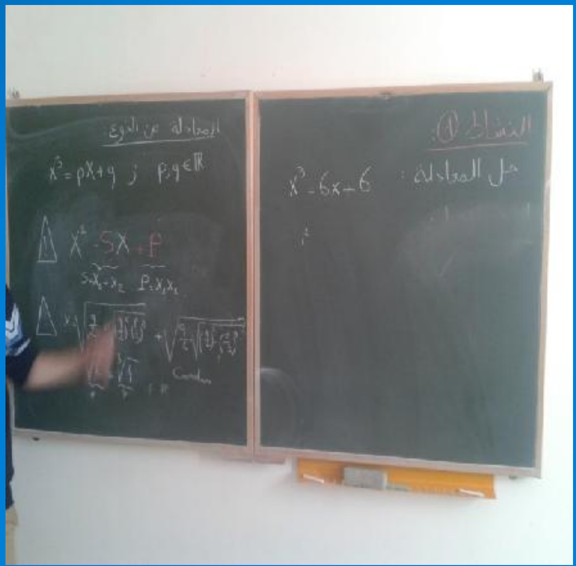
## 7. Phase expérimentale.



Cardan : 1501- 1576

**Activité de l’action..**

Tartaglia : 1500-1557



## 8. Le processus de changement.

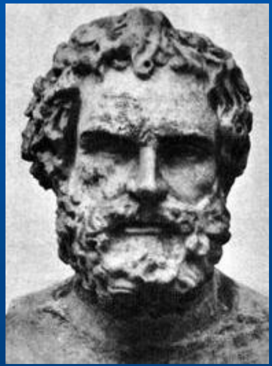
❑ Quand on évalue de près l'impact de ces types d'approches historiques, notamment les retombées sur l'apprendre, on repère, certes, une satisfaction et un début de changement de rapport au savoir mathematique …

• Annexe

## Quelques situations mathematiques historique :

- Suite de Fibonachi :
  Possédant au depart un couple de lapins, combien de lapins obtient t- on douze mois si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple a compter de second mois…

- La valeur de nombre Pi.
- L' aire d un cercle..babylonien..egyptien
- Calcul de la hauteur d' une pyramyde
- Le nombre d' or dans la nature.
- Les demonstrations du théorème Pythagore.



Thalès 550- 620