UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

cégep de Sherbrooke

Enseignement supérieur, Recherche, Science et Technologie
Québec

La notion de situation signifiante en enseignement des mathématiques: genèse d'une communauté de pratique

Hassane Squalli, Isabelle Beaudoin, Audrey. B. Raymond, David Benoit
Université de Sherbrooke, Qc, Canada

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

CRMEF-Rabat

15 octobre 2015

Origine du projet

- Programme de collaboration universités-collèges, 2012-2015, **(chantier 3** du MERST, H. Squalli et A. Bombardier, resp.)
- Titre: Communauté de pratique mixte pour un meilleur arrimage des formations mathématiques au collège et à l'université

Équipe collaborative

- DDM de l'Université de Sherbrooke
  - Hassane Squalli, Adolphe Adihou
- Enseignant-e-s en mathématiques au Cégep de Sherbrooke :
  - Alain Bombardier, Isabelle Beaudoin, Julie Dionne, Martin Fontaine, Jean Fradette, Chantal Gauvreau, Noémi Roy, Anik Trahan
- Enseignant en mathématiques à l'Université de Sherbrooke :
  - Juan Carlos Bustamante
  - Isabelle Beaudoin
- Assistants de recherche :
  - David Benoit, Annick Lapointe, Audrey B. Raymond
- Professionnels de recherche :
  - Isabelle Beaudoin, Jean-Philippe Morin

Quelques éléments de problématique

Bloch, Kientega et Tanguay, 2006: Éléments du rapport du groupe de travail sur la transition secondaire-postsecondaire EMF-2009.

- Un constat général de difficultés des étudiants avec le formalisme;
- l'impuissance de l'institution et des enseignants à donner aux étudiants les outils pour surmonter ces difficultés;
- la nécessité de prévoir, au secondaire, des situations qui développent la rationalité mathématique et vont donc être préparatoires au raisonnement dans des registres plus formels, ***bien que ce formalisme ne fasse pas l'objet du travail spécifique au secondaire***.

- L’écriture formelle n’est pas en elle-même porteuse de la signification des lois qu’elle énonce et des objets qu'elle met en jeu.
- L’enseignement collégial et supérieur doit remettre en question la disqualification systématique d’une construction des concepts qui ne soit pas totalement contrôlée par le formel, et doit notamment accepter le recours à l’heuristique et à l’empirisme.

Objectifs

- Former une communauté de pratique (Wenger, 2005) constituée d'enseignants et de didacticiens des maths du cégep et de l'université.
- Mener des recherches-actions portant sur la mise à l'épreuve d'approches d'enseignement
- Élaborer, au terme des expérimentations, des ressources pédagogiques en vue de leur mutualisation.

Qu’est-ce qu’une communauté de pratiques?

- Une communauté de pratiques est composée d’un groupe de personnes, ayant des préoccupations semblables, mais des compétences complémentaires, qui désirent s’engager dans une démarche de partage et de construction de connaissances sur la pratique (Combes, 2006; Wenger, 2005).
- Trois idées clés:
  - Engagement actif dans une entreprise collective
  - Construction de ressources pédagogiques et de connaissances en lien avec ces ressources pour perfectionner les pratiques
  - Contribution au développement d’un répertoire partagé de ressources.

Démarche: plan d’action annuel

1. Identification d’une problématique cruciale au sein de la communauté de pratiques : rendre l’enseignement signifiant pour les étudiants
2. Co-formation pour la construction d’une compréhension commune de la problématique et l’identification de principes didactiques qui permettront de guider la planification d’activités qui seront conçues et expérimentées;
3. Conception des activités opérationnalisant des principes didactiques ciblées par la communauté;
4. Expérimentation des activités;
5. Retour réflexif sur ces expérimentations;
6. Production d'un document rendant compte des activités planifiées et expérimentées, du rôle des enseignants et des réflexions issues du travail de collaboration.

Synthèse des caractéristiques favorisant le caractère signifiant d'une situation retenue par la communauté

1. Une situation qui suscite l'intérêt des élèves
2. Une situation qui s'inspire de «pratiques mathématiciennes»
3. Une situation qui offre une validation interne
4. Une situation qui provoque l'engagement cognitif des étudiants dans les tâches proposées
5. Une situation qui donne une marge de manœuvre aux étudiants (questions ouvertes, variabilité des solutions)
6. Une situation présentant un défi aux élèves, mais qui soit réalisable dans un temps raisonnable
7. ~~Une situation qui a un impact durable sur les apprentissages liés aux contenus mathématiques du programme~~

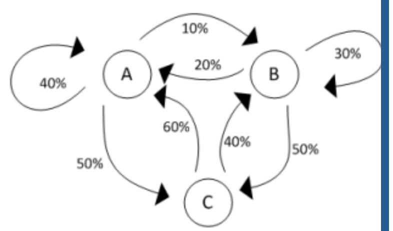
Exemples d’activités développées et expérimentées en classe

Alain	Situation signifiante pour l'utilisation de la calculatrice comme outil de validation.	Utilisation des chaînes de Markov pour trouver l'état stable d'un marché fermé à trois produits.	Algèbre linéaire	Sciences adminis-tratives
Anik	Situation signifiante afin d'appuyer la géométrie dans l'espace pour les étudiants en administration.	Utilisation des 3 traits de personnalité (activité, émotivité et retentissement des représentations) issus de la caractérologie pour définir un espace tridimensionnel.	Algèbre linéaire	Sciences adminis-tratives
Chantal	Situation signifiante qui favorise l'engagement de l'étudiant.	Modélisation du volume de solides de révolution (méthode des disques) et de la longueur de courbes planes, approche coopérative.	Calcul intégral	Sciences de la nature
Jean	Situation signifiante sur les définitions.	Amener l'étudiant à créer une définition et provoquer une réflexion sur la définition émise.	Algèbre linéaire et géométrie vectorielle	Sciences de la nature
Juan Carlos	Situation signifiante pour les étudiants en imagerie.	Mettre les étudiants dans une démarche évaluative et de confrontation des évaluation comme approche pour renforcer leur apprentissage..	Calcul différentiel et intégral II	Imagerie, BES science, BES math
Martin	Situation signifiante sur l'indépendance linéaire.	Utilisation de la synthèse additive des couleurs pour une activité de consolidation sur l'indépendance linéaire.	Algèbre linéaire	Sciences santé
Noémi	Situation signifiante sur l'utilisation du calcul différentiel en génie mécanique.	*Le poids de L'Hospital* : activité utilisant le calcul différentiel pour trouver la position d'équilibre d'un poids suspendu à l'aide d'une corde et une poulie. (adapté de F. Caron (UdM) et A. Hénault et K. [illegible] (ÉTS)	Mathéma-tiques techniques (Dérivée et intégrale)	Technique de génie mécanique

Exemple d'activité: *Voir l'avenir*

Travail : Voir l'avenir
Algèbre linéaire et géométrie vectorielle

Au Cégep, nous retrouvons une concurrence féroce entre trois marques de crayon (A, B et C). Ces trois produits se partagent le marché au complet. Nous avons représenté à l'aide du diagramme ci-contre la probabilité qu'un utilisateur change de marque. Exemple : il y a 10% des chances qu'un utilisateur de la marque A change pour la marque B.



Vous êtes quelqu'un qui aime suivre la tendance populaire. Ainsi, vous voulez acheter le crayon qui, à long terme, sera le plus populaire (qui possède la plus grande part du marché).

Question principale : Quelle marque de crayon achèterez-vous?

Partie 1 : répondez à la question principale de façon **intuitive** :

1. Dans un premier temps, que vous dit votre petit doigt?
   a) Pensez-vous qu'une des marques engloutira les autres?
   b) Émettez et justifiez votre conjecture.

Partie 2 : répondez à la question principale de façon **itérative** :

2. Écrivez les transitions d'une marque à une autre sous forme de matrice (nommée M) sachant qu'une ligne représente la probabilité d'aller vers une autre marque (ex : m_{12} -> aller de A à B). Nous écrivons une probabilité en proportion (ex : 50% -> 0,5).

3. Interprétez le fait que la somme de chaque ligne donne 1.

La matrice créée en 2. se nomme ***matrice de transition***. Ainsi, considérons une situation de départ où il y a 10% d'utilisateurs de la marque A, 70% de la marque B et 20% de la marque C. En représentant cette situation initiale (au temps t_0) à l'aide d'une matrice ligne nous pouvons analyser ponctuellement (au temps t_1, t_2, t_3, ...) l'évolution du marché par le produit de cette matrice ligne par la matrice de transition. Considérons que l'état du marché évolue chaque jour.

4. Écrivez les parts de marché initiales (au temps t_0) dans la matrice ligne X_0.

5. Quelles sont les parts du marché au temps t_1?

Maintenant, que nous réserve l'avenir? Nous pourrions répéter ce processus plusieurs fois :

$X_1 = X_0M$ à t_1
$X_2 = X_1M = X_0MM = X_0M^2$ à t_2
$X_3 = X_2M = X_0MMM = X_0M^3$ à t_3
...
$X_n = X_{n-1}M = X_0M^n$ où M est la matrice de transition, et X_n est les parts de marché au temps t_n.

6. Calculez les parts du marché à l'aide de votre calculatrice au temps t_3, t_9 et t_{27}. Qu'observez-vous?

7. Selon vous, sans faire le calcul, quelles seront les parts de marché au temps t_{250}?

8. Et si la situation initiale était différente... reprenez la question 5 avec des parts de marché différentes (matrice ligne X_0). Qu'observez-vous?

Cette répétition s'appelle ***chaîne de Markov*** (*processus stochastique*). Vous avez observé que le marché tend vers un état stationnaire lorsque le *n* est grand. Ainsi, à long terme, le marché se stabilise à un état, et ce, peu importe la situation initiale. C'est cet état stationnaire que nous cherchons afin de répondre à notre question principale. Nous venons de le trouver en multipliant à répétition notre matrice de transition.

Partie 3 : répondez à la question principale de façon **formelle** :

Regardons une façon plus formelle d'y arriver. En fait, nous cherchons une matrice ligne $X = [x_A \;\; x_B \;\; x_C]$ représentant les parts de marché à long terme telle que X = XM.

9. Écrivez X = XM où $X = [x_A \;\; x_B \;\; x_C]$ et développez sous forme de système d'équations linéaires permettant de trouver l'état stationnaire.

10. Comment se nomme ce type de système d'équations linéaires?

11. Pourquoi est-ce que la solution triviale ne peut pas être une solution à notre question? (indice : voir question 3.)

12. Par la méthode de Gauss-Jordan, en validant vos calculs avec la calculatrice, vérifiez si ce système possède une solution autre que la solution triviale.

Nous pouvons remarquer qu'il est possible d'écrire une équation avec les deux autres (ex : E1 = -E2 – E3). Ceci nous indique que nous pouvons éliminer une équation puisqu'elle est redondante (linéairement dépendante des autres). Une seule solution parmi l'infinité possible correspond au but cherché (représente des parts de marché) et répond à notre question principale. Nous pouvons cibler cette solution en identifiant qu'est-ce qui caractérise la solution représentant des parts de marché.

13. Qu'est-ce qui caractérise la solution représentant des parts de marché? (indice : voir question 11.)

Ainsi, remplaçons, dans notre système d'équations linéaires, l'équation redondante par cette caractéristique.

14. Quel est le nouveau système d'équations linéaires obtenu sous forme $AX^T=B$?

15. Résolvez ce nouveau système par la méthode de la matrice inverse en utilisant votre calculatrice.

16. Donc, quelle marque de crayon achèterez-vous? Obtenez-vous la même solution qu'aux questions 1. et 6.?

Témoignage de l'enseignant

- *Les étudiants se sont mis à la tâche rapidement*. La situation a suscité l'intérêt des étudiants. À preuve, sondage: 77% des étudiants sont assez ou parfaitement d'accord que les problèmes posés étaient stimulants. Selon lui, cela peut être expliqué par:
  - La situation amène l'étudiant dès le départ à réfléchir pour résoudre le problème proposé, ce qui est différent d'une approche plus traditionnelle.
  - Le contexte utilisé s'inscrit dans le profil de formation des étudiants (sciences administratives)
  - L'effet de surprise lié au résultat contre-intuitif du changement d'état initial aurait suscité l'intérêt des étudiants.
  - C'était important de faire une situation appliquée rapidement dans la session afin de démontrer aux étudiants que le contenu du cours puisse leur être utile, que ça puisse servir à quelque chose.

Quelques faits du témoignage de l'enseignant

- Toutefois, l'intérêt a diminué pour la partie théorique. Selon lui, les facteurs suivants ont contribué à la diminution de l'intérêt.
  - Pour les étudiants, la preuve empirique était suffisamment convaincante qu'ils n'éprouvaient pas le besoin d'aller à l'infini. Une preuve en mathématique, c'est plus fort que juste intuitivement, mais les étudiants « s'en foutaient ».
  - Il semble difficile de revenir à la partie théorique sans accompagner les étudiants dans le travail de modélisation
- La situation a présenté un défi aux élèves tout en étant réalisable dans un temps raisonnable.
  - Le niveau de difficulté était assez élevé, car les étudiants sont plus habitués à appliquer quelque chose plutôt qu'à le construire.

Quelques résultats généraux

- Les tâches de modélisation sont potentiellement signifiantes pour les étudiants, surtout quand le phénomène à modéliser s'inscrit dans une pratique sociale en lien avec le domaine du profil de formation des étudiants (administration, génie mécanique, etc.).
- Signifiance potentielle VS signifiance effective : la signifiance est une propriété émergente chez le sujet, elle se construit en situation, ne se transmets pas
- Le caractère fragile de la signifiance : pour maintenir la signifiance le rôle de l'enseignant est primordiale, tout particulièrement lors de moments clés de la situation (changement de registres; passage à la preuve formelle; mise en situation initiale, …)

Site web de diffusion et de partage

http://projet.abombardier.ep.profweb.qc.ca/