ROYAUME DU MAROC

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

AGREGATION DE MATHEMATIQUES

SESSION 2009

Par Monsieur KERKOUR AHMED
Professeur de l'Enseignement Supérieur
Président du Jury

I. COMPOSITION DU JURY

M. KERKOUR AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Université Mohamed V. **Président**.
M. MOISAN JACQUES	Doyen de l'Inspection Générale. Inspecteur Général de l'Education Nationale. Paris. **Vice-Président.**
M. LBEKKOURI ABOUBAKR	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Rabat. **Vice-Président.**
M. ALBERT LUC	Professeur de Chaire Supérieure. Lycée Masséna. Nice.
M. BELHOUARI AZIZ	Professeur agrégé. 2^{e} année MP. Lycée Mohamed V. Casablanca.
M. CHEVALLIER JEAN-MARIE	Maître de conférences. Université d'Orléans.
M. DERUELLE GILLES	Professeur de Chaire Supérieure. Lycée Michelet. Vanves.
M. EL FATEMI MOHAMED	Professeur agrégé en classes préparatoires 2^{e} année MP. CPR Tanger
M. ELKHARROUBI AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Casablanca Aïn Chok.
M. EL MOUNTASSIR DRISS	Professeur agrégé en classes préparatoires PC SI Marrakech.
M. HBA AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Casablanca Aïn Chok.
M. LEBORGNE ERIC	Professeur de Chaire Supérieure. Lycée Saint-Louis. Paris.
M. MERLE ERIC	Professeur de Chaire Supérieure. Lycée Fénelon. Paris.

II. DEROULEMENT DES EPREUVES

L'écrit de l'agrégation marocaine de mathématiques est sous la responsabilité du jury de l'agrégation française. Les épreuves sont identiques pour tous les candidats marocains et français ; les copies sont corrigées dans les mêmes conditions d'évaluation et d'anonymat.

Les délibérations pour l'admissibilité (pour tous les candidats français et marocains) ont eu lieu le samedi 30 mai 2009 au Lycée Marcelin Berthelot à Saint-Maur-des-Fossés (Paris) sous la présidence du Professeur Patrick Foulon, président du jury de l'agrégation externe française de mathématiques ; l'anonymat a été levé en présence du président du jury de l'agrégation marocaine de mathématiques.

Les épreuves orales se sont déroulées à Casablanca du lundi 15 juin au jeudi 18 juin 2009 au Centre de Préparation aux Agrégations Scientifiques, Annexe de l'Ecole Normale Supérieure de Casablanca.

Nombre de candidats inscrits : 2787 dont 51 Marocains et 250 Tunisiens.
Nombre de candidats ayant composé au moins une épreuve écrite : 1837, dont 39 marocains et 104 tunisiens.
Nombre de candidats marocains admissibles : 17.
Nombre de candidats tunisiens admissibles : 27.
Nombre de candidats marocains admis : 13.

III. RESULTATS GENERAUX

Les candidats de la session 2009 peuvent être classés en trois groupes :

- 1er groupe : les candidats de la troisième année du cycle préparatoire à l'agrégation de l'Ecole Normale Supérieure de Fes.

- 2^{e} groupe : les candidats de la troisième année du cycle préparatoire à l'agrégation du Centre de Préparation aux Agrégations Scientifiques de Casablanca.

- 3^{e} groupe : les candidats libres. Ce sont les anciens candidats du cycle préparatoire des Ecoles Normales Supérieures de Fes, Rabat, Casablanca et Marrakech, des candidats de l'ancien cycle préparatoire et des titulaires d'un diplôme de 3^{e} cycle.

Candidats marocains inscrits pour les épreuves écrites	51 { Candidats officiels : 13 (4 de Fes, 9 de Casablanca) Candidats libres: 38
Candidats marocains présents à au moins une épreuve écrite	39 { Candidats officiels : 12 (4 de Fes, 8 de Casablanca) Candidats libres: 27
Candidats marocains présents à toutes les épreuves écrites	38 { Candidats officiels : 11 (4 de Fes, 7 de Casablanca) Candidats libres: 27
Candidats admissibles	17 { Candidats officiels : 4 (2 de Fes, 2 de Casablanca) Candidats libres: 13
Candidats admis	13 { Candidats officiels : 3 (2 de Fes, 1 de Casablanca) Candidats libres: 10

Tableau 1 – Résultats généraux de la session 2009

Classes préparatoires :

Candidats admis proposés par le jury pour une éventuelle affectation dans les classes préparatoires, par ordre de mérite :

1) EL HAITAMI ADIL
2) EL BOUKASMI DRISS
3) LABRAG ALI
4) TAOUFIKI SAID

IV. SOMMAIRE SUR LES NOTES OBTENUES

1. Répartition des notes des épreuves écrites :

On donne ci-dessous et pour chaque épreuve écrite la suite par ordre décroissant des notes obtenues par les candidats admissibles marocains.

- Algèbre et géométrie (notes sur 20) :

  15,25 – 12,5 – 12,25 – 12 – 11,25 – 11,25 – 11,25 – 10,75 – 10,75 – 10,25 – 10,25 – 10,25 – 9,75 – 9,25 – 7,25 – 6 – 5,5 .

- Analyse et probabilités (notes sur 20) :

  12,5 – 12,25 – 12 – 11,75 – 11 – 11 – 10,5 – 10,5 – 9,75 – 9,75 – 9,75 – 9,5 – 9,25 – 8,75 – 8,5 – 7,75 – 7,5 .

- Total Ecrit sur 40 :

  Candidats admissibles :
  24,75 – 23,25 – 23,25 – 22,75 – 22,5 – 22,25 – 22 – 21,75 – 20,5 – 20,5 – 19,5 – 18,25 – 17,75 – 17,75 – 17 – 17 - 17 .

  Candidats non admissibles :
  14,75 – 14,5 – 14,25 – 14 – 14 – 13,75 – 13 – 12,75 – 11,25 – 10,75 – 10 – 9,25 – 8,25 – 8 – 7,75 – 7 – 5,5 – 4 – 4 – 2,25 – 0,5 .

Le jury de l'agrégation française de mathématiques avait fixé pour tous les candidats la barre d'admissibilité à 16,75/40.

Répartition du classement par ordre croissant des étudiants marocains admissibles sur 1837 candidats :

210 – 277 – 277 – 301 – 319 – 330 – 341 – 356 – 418 – 418 – 473 – 514 – 541 – 541 – 583 – 583 – 583 .

Moyenne générale pour chaque épreuve de l'écrit :

La moyenne générale pour chaque épreuve de l'écrit des 17 candidats marocains admissibles est comme suit :

- Algèbre et géométrie : 10,35 sur 20
- Analyse et probabilités : 10,12 sur 20

2. Moyenne générale pour chaque épreuve de l'oral :

La moyenne générale pour chaque épreuve orale des 17 candidats admissibles est comme suit :

- Algèbre et géométrie : 33,4 sur 80
- Analyse et probabilités : 38,5 sur 80
- Modélisation et calcul scientifique : 33,9 sur 80

La moyenne générale pour chaque épreuve orale des 13 candidats admis est comme suit :

- Algèbre et géométrie : 37,2 sur 80
- Analyse et probabilités : 44,7 sur 80
- Modélisation et calcul scientifique : 39,8 sur 80

3. Répartition du total «écrit + oral » sur 400, des étudiants admis :

279 – 262 – 234 – 210 – 210 – 196 – 195 – 190 – 182 – 182 – 181 – 180 - 180 .

4. Tableau comparatif :

Le tableau ci-dessous comporte les résultats du premier admissible marocain et du dernier admissible marocain ainsi que ceux du premier et du dernier admis.

Candidats	Total de l'écrit sur 160	Rang à l'écrit sur 1837	Total général sur 400	Rang général sur 17 admissibles
1er admissible	99	210^{e}	279	1^{e}
Derniers admissibles ex aequo	68	583^{e}	182, 180, 160	9^{e}, 12^{e}, 14^{e}
1er admis	99	210^{e}	279	1er
Derniers admis ex aequo	88, 68	341^{e}, 583^{e}	180	12^{e}

Tableau 2 – Tableau comparatif de la session 2009

Tableaux comparatifs par groupe

Récapitulatif par groupe des candidats marocains présents à au moins une épreuve écrite, admissibles et admis :

	Groupe 1 Candidats de Fes	Groupe 2 Candidats de Casablanca	Groupe 3 Candidats libres
Nombre de candidats présents	4	8	27
Nombre de candidats admissibles	2	2	13
Nombre de candidats admis	2	1	10

Dans ce qui suit, nous allons présenter d'une manière globale le comportement de chaque groupe au niveau de chaque matière aussi bien à l'écrit qu'à l'oral. Pour cela, nous donnons la moyenne générale de chaque groupe et dans chaque matière :

EPREUVES ECRITES

	Algèbre et géométrie Moyenne sur 20	Analyse et probabilités Moyenne sur 20
Groupe 1 Candidats de Fes	9,5 (deux moyennes ≥ 10)	7,5 (une seule moyenne ≥ 10)
Groupe 2 Candidats de Casablanca	5,4 (une seule moyenne ≥ 10)	4,75 (aucune moyenne ≥ 10)
Groupe 3 Candidats libres	7,67 (onze moyennes ≥ 10)	7,51 (huit moyennes ≥ 10)

CANDIDATS ADMISSIBLES : EPREUVES ECRITES

	Algèbre et géométrie Moyenne sur 20	Analyse et probabilités Moyenne sur 20
Groupe 1 Candidats de Fes (2 candidats)	10,25 (une moyenne ≥ 10)	9 (une moyenne ≥ 10)
Groupe 2 Candidats de Casablanca (2 candidats)	10,25 (une moyenne ≥ 10)	9,13 (pas de moyenne ≥ 10)
Groupe 3 Candidats libres (13 candidats)	10,37 (dix moyennes ≥ 10)	10,4 (huit moyennes ≥ 10)

CANDIDATS ADMISSIBLES : EPREUVES ORALES

	Algèbre et géométrie Moyenne sur 80	Analyse et probabilités Moyenne sur 80	Modélisation et calcul scientifique Moyenne sur 80
Groupe 1 Candidats de Fes (2 candidats)	30,5 (aucune moyenne ≥ 40)	36,5 (une moyenne ≥ 40)	37,5 (une moyenne ≥ 40)
Groupe 2 Candidats de Casablanca (2 candidats)	37 (une moyenne ≥ 40)	43,5 (une moyenne ≥ 40)	40 (une moyenne ≥ 40)
Groupe 3 Candidats libres (13 candidats)	36,1 (quatre moyennes ≥ 40)	41,3 (sept moyennes ≥ 40)	34,9 (six moyennes ≥ 40)

V. COMMENTAIRES GENERAUX

Les résultats de la session 2009 confirment les commentaires de la session 2008. Il y a un seul admis sur les 8 candidats officiels du centre de Casablanca (2 admissibles a l'écrit : un ajourné et un admis) ; sur 4 candidats officiels de Fès, il y a 2 admis. Parmi les 13 candidats libres admissibles, on trouve des candidats officiels de la session 2008 : 4 du centre de Marrakech dont 3 admis, et 2 admis du centre de Casablanca ; les autres candidats libres sont en fait des candidats officiels des sessions 2006, 2007…

Ces résultats montrent encore une fois une certaine défaillance du cycle des années préparatoires. On a l'impression qu'il vaut mieux fonctionner avec des vacations que d'avoir des formateurs a temps complets qui, pour ces derniers, l'année universitaire se termine au mois de décembre ou courant janvier. Au moins, avec les vacations, les formateurs seront obligés de dispenser le maximum d'heures d'enseignement. Les responsables des Ecoles Normales Supérieures avec qui j'avais soulevé ce problème soutiennent que la responsabilité incombe également aux étudiants ; ces derniers n'exigent pas de leurs professeurs un enseignement sérieux et continu.

Dans tous les cas, aucun système de formation ne peut être digne s'il n y a pas au préalable une bonne équipe homogène de formateurs consciencieux, sérieux et compétents.

Tout cela montre l'urgence d'une évaluation de tout le système d'agrégation afin de mettre de l'ordre et de maintenir une formation de qualité cruciale pour notre pays.

Je mentionne ci-dessous des notes que j'avais remises à ce sujet, il y a quelque mois, à la division de la formation des cadres pour une réflexion préalable à la mise en place d'une telle évaluation.

Eléments d'évaluation du Système d'agrégation

Le dysfonctionnement du système préparatoire a l'agrégation et ses aberrations ont entravé la dynamique d'un des meilleurs projets du système éducatif marocain. La non-maîtrise du recrutement de bons étudiants, l'ignorance d'un grand nombre de formateurs de l'esprit de l'agrégation et ses exigences, une certaine négligence et un manque de conscience dans certaines classes du cycle préparatoire ont entraîné une baisse considérable de niveau et écarte tout espoir de notion d'excellence.

Il est urgent de faire une mise à jour de tout le système d'agrégation c'est-à-dire une évaluation qui permettra la mise en place d'une sorte de charte avec programmation de décisions nécessaires et adéquates. C'est une étude englobant à la fois l'agrégation et ses aspects annexes y compris dans l'enseignement supérieur.

Les points ci-dessous sont a titre indicatif. Néanmoins, toute évaluation les abordera nécessairement.

I. <u>Principes et Bilan général</u>

- Spécificité et finalité de l'agrégation d'une manière générale
- Profil de l'agrégé et finalité de la formation dans chaque discipline (Mathématiques, Sciences Physique et Chimie, etc.)
- Importance de l'agrégation dans l'enseignement :
  - au niveau du secondaire
  - au niveau du supérieur
- Bilan global
- Bilan pour chaque discipline avec évolution du niveau de l'agrégation

II. <u>Jury d'agrégation</u>

- Description des commissions du jury de chaque discipline
- Constitution actuelle des membres de jury : membres marocains et membres français
- Règles à mettre en place pour la composition du jury (Président et membres du jury) :
  - Périodicité de participation a un jury
  - Equilibre entre Universitaires et Agrégés
  - Conditions de participation à un jury

III. <u>Système du cycle préparatoire</u>

- Evaluation de l'ancien système préparatoire (lie en fait au bilan global)
- Evaluation globale du nouveau système préparatoire
- Déroulement des cours : nombre de formateurs intervenants – présence des étudiants etc.
  Points de vue des formateurs
  Points de vue des étudiants
- Formateurs du cycle préparatoire : Eléments positifs et Insuffisances - Evaluation de leur contribution
- Difficultés rencontrées par les candidats à l'agrégation (étudiants de 3e année) au cours de leur formation dans le cycle préparatoire
- Profil d'un formateur du cycle préparatoire
- Programmes actuels du cycle préparatoire et Propositions :
  Evaluation de ces programmes : contenu, transmission des connaissances, respect des programmes devoirs a la maison, devoirs surveillés etc.
- Evaluation des résultats des sessions d'agrégation par groupe d'étudiants en fonction de leur origine : Professeurs du second cycle, du CPR, Mathématiques Spéciales, Université
- Mesures à prendre pour améliorer le niveau (aussi bien au niveau des étudiants qu'au niveau des formateurs) - Mesures urgentes et mesures à moyen terme
- Mesures à prendre pour éviter les aberrations du décret régissant le cycle préparatoire

IV. <u>L'Agrégation a l'Université</u>

- L'importance de l'agrégation à l'Université : ce que peut apporter l'agrégation à l'université dans chaque discipline
- Préparation à l'Université du concours d'agrégation : conditions de réussite d'une telle préparation
- Intégration des agrégés comme enseignants à l'Université = Aménagements administratifs

V. Aspects liés a l'agrégation

- Création d'un CAPES
- Filières de passage d'un cycle a l'autre : Masters – Agrégation – CAPES
- L'organisation d'une préparation par correspondance (liée également a l'absentéisme des étudiants dans la 3e année du cycle préparatoire)
- Statut de l'agrégé
- Statut des Inspecteurs des classes préparatoires (ce sont également des inspecteurs des agrégés)

VI. Financement de l'évaluation

Il s'agit de prévoir un budget pour une telle évaluation. Il est important d'impliquer l'Inspection Générale française pour son expertise et pour le maintien de son engagement.

Comme le veut la tradition, le Président du jury a proclamé les résultats définitifs en présence de tous les membres du jury. Il a félicité à cette occasion les nouveaux agrégés et a demandé à ceux qui étaient ajournés de ne pas se décourager et de redoubler d'efforts pour se présenter a la prochaine session.

Le Président du jury a indiqué que lorsque l'agrégation de mathématiques avait été lancée, le niveau des candidats était élevé. Pour preuve, il a salué la présence dans le jury du professeur agrégé M. Leborgne qui était un formateur, à cette époque, de la deuxième année préparatoire à l'agrégation et de un de ses étudiants M. Belhouari.
Il a ensuite mentionné l'importance de l'engagement de l'Inspection Générale Française et la présence de son doyen, M. Moisan – accompagné d'une excellente équipe de membres de jury français.

Le Président du jury a remercié ses collègues marocains membres de jury pour leur apport et leur soutien en indiquant que leur contribution était presque bénévole. Il voulait, par cette remarque, que les nouveaux agrégés prennent exemple sur tous les professeurs membres du jury en respectant la déontologie du métier de formateur et d'éviter la suprématie de l'imposition quasi-générale des heures de soutien (ou heures supplémentaires) qui existe actuellement dans l'enseignement secondaire marocain.

M. Moisan, doyen de l'Inspection Générale Française, a pris ensuite la parole pour féliciter les nouveaux agrégés et les assurer de l'équivalence (formelle) de l'agrégation marocaine avec l'agrégation française.

L'organisation matérielle de la session des épreuves orales de l'agrégation demande la maîtrise de nombreux aspects. M. Abdelaziz Ben Aicha a toujours accompli cette tache avec beaucoup d'abnégation, de sérieux, de compétence et d'amabilité. Il a toujours respecté l'esprit de confidentialité dans l'organisation des séances de surveillance des épreuves orales et il n'y a jamais eu le moindre incident à ce sujet.
M. Ben Aicha est une personne digne de confiance et son départ à la retraite laissera un grand vide et risque de créer de grandes difficultés.

La saisie de tous les rapports d'agrégation n'a pu se faire dans les meilleures conditions que grâce au professeur agrégé M. Claude Durand. Sa présence comme formateur dans le Centre de Préparation Aux Agrégations Scientifiques de Casablanca a été d'un apport considérable. Il s'est toujours distingué par sa compétence, son dévouement, sa gentillesse et sa conscience professionnelle exemplaire. Ses élèves ont toujours obtenu, en général, des résultats très satisfaisants sinon excellents, dans les matières dont il avait la charge d'enseignement ; l'exemple de Modélisation et Calcul Scientifique est éloquent à ce sujet (cf. également rapport 2008).
Son départ va être regretté et va laisser à coup sur un grand vide.

Annexe I

Tableau récapitulatif des candidats admis à l'agrégation de mathématiques depuis la création de l'agrégation

Année	Nombre de candidats marocains	Nombre de candidats admissibles	Nombre de candidats admis
1988	8	7	3
1989	17	17	10
1990	29	23	16
1991	28	27	21
1992	27	27	24
1993	24	22	19
1994	24	22	19
1995	32	24	20
1996	36	22	20
1997	22	15	15
1998	28	11	11
1999	34	20	18
2000	37	14	13
2001	44	21	16
2002	38	22	16
2003	37	28	18
2004	34	28	14
2005	25	20	11
2006	38	15	8
2007	55	11	8
2008	64	25	16
2009	39	17	13

Annexe II

Tableau récapitulatif depuis la création de l'agrégation marocaine de mathématiques

Il n'y a pas de mention dans l'agrégation, mais on donne ci-dessous une idée de l'intervalle des mentions habituelles en prenant comme système d'évaluation l'écrit français.

Année	Nombre de candidats marocains	Nombre de candidats admissibles	Nombre de candidats admissibles dont la moyenne se situe dans l'intervalle des mentions suivantes				
			Mention Très Bien	Mention Bien	Mention Assez Bien	Mention Passable	inférieure à la moyenne
1988	8	7				3	4
1989	17	17				3	14
1990	29	23		1	2	5	15
1991	28	27		3	10	4	10
1992	27	27		2	7	11	7
1993	24	22	1	2	1	7	11
1994	24	22	1	1	2	3	15
1995	32	24		1	3	6	14
1996	36	22				6	16
1997	22	15				3	12
1998	30	11					11
1999	34	20				2	18
2000	37	14			1	3	10
2001	44	21				5	16
2002	38	22				5	17
2003	37	28				9	19
2004	34	28				3	25
2005	25	20					20
2006	38	15			1	2	12
2007	55	11			1	2	8
2008	64	25				10	15
2009	39	17			1	9	7

VI. ORGANISATION DES EPREUVES ORALES

1) Algèbre et géométrie – Analyse et probabilités (préparation : 3 heures ; épreuve : 1 heure)

1) Le candidat tire au sort une enveloppe contenant deux sujets au choix. A l'issue des trois heures de préparation, il indique au jury celui des deux sujets qu'il a choisi.
Pendant la préparation, le candidat peut utiliser les ouvrages qui se trouvent sur place (bibliothèque de l'agrégation). Il peut également utiliser les ouvrages de référence qu'il a apportés lui-même. **Ces ouvrages doivent être imprimés, vendus dans le commerce et ne pas comporter de notes manuscrites.** Ils doivent en outre être remis avant le début des épreuves orales au responsable de la préparation à l'agrégation pour être contrôlés par le jury et enregistrés, le cas échéant, à la bibliothèque ; ainsi, ils seront mis à la disposition de tous les candidats.

Le candidat doit se présenter à la salle de préparation muni de quoi écrire, à l'exclusion de tout document, papier, cartable ou autre : la simple présence de notes dans un cartable par exemple, peut être interprétée comme une tentative de fraude.

2) Sur le sujet choisi, le candidat n'a pas à bâtir une leçon détaillée destinée à une classe d'un niveau déterminé ou correspondant à un nombre limité d'heures de cours. Il lui est surtout demandé une étude de synthèse construite à partir d'une base de connaissances ne dépassant pas les limites du programme d'oral. Le candidat a le libre choix du niveau auquel il place son exposé ; le niveau d'une classe de terminale risque cependant d'être insuffisant et d'autre part les connaissances exposées doivent être réellement maîtrisées.

3) L'épreuve commence par la présentation, en quinze minutes, d'un plan d'étude qui ne doit être ni une énumération de paragraphes, ni un exposé complet avec développement des démonstrations.
Il s'agit de définir avec précision les notions introduites, de donner des énoncés complets des résultats fondamentaux, de citer des exemples et des applications et d'insister sur l'enchaînement des idées.

4) Après la présentation du plan, le candidat est invité à fournir au jury une liste d'au moins deux points qu'il juge importants dans son étude. C'est parmi ces points que le jury choisit le thème d'un exposé, qui peut être soit le développement détaillé d'une partie bien délimitée du plan, soit la démonstration d'un théorème, soit la présentation d'un exemple significatif. La netteté et la clarté de cet exposé, l'aisance et la sûreté avec lesquelles il est présenté constituent pour le jury un facteur important d'appréciation.

5) L'exposé est suivi d'une discussion au cours de laquelle le jury s'assure de la solidité des connaissances du candidat sur les questions abordées dans le plan de l'exposé, et éventuellement sur tout autre point en rapport avec le sujet et figurant au programme de l'oral. Cette discussion permet ainsi au candidat de développer, justifier et illustrer son point de vue, en même temps qu'il met en valeur sa culture mathématique. Un ou plusieurs exercices peuvent être proposés par le jury.

6) Les candidats sont invités, notamment pour illustrer et compléter une leçon, à utiliser leurs connaissances en matière de méthodes numériques, d'algorithmes et de programmation des ordinateurs.

2) <u>Modélisation et calcul scientifique (préparation : 4 heures ; épreuve : 1 heure 15 minutes)</u>

- **Nature de l'épreuve**.

  Cette épreuve orale n'est pas organisée comme celles d'Algèbre-Géométrie et d'Analyse-Probabilités. Les points suivants précisent ce que le jury attend :

  - *Contenu mathématique de l'exposé* : l'exposé doit comporter un ou plusieurs résultats mathématiques et leur démonstration ou développement (résultats de cours, exemples).

  - *Illustrations informatiques* : le candidat doit illustrer l'un des résultats ci-dessus à l'aide de la machine (simulation informatique à l'aide d'un des logiciels précisés plus bas). Le jury s'attend à ce que le candidat puisse justifier la programmation et la démarche mathématique sous-jacente à son illustration informatique. Il appréciera d'autre part que les applications et illustrations proposées concernent des situations concrètes issues de domaines divers. Il est également précisé qu'il ne s'agit en aucun cas d'une épreuve de virtuosité informatique ni d'une évaluation de la connaissance complète des logiciels au programme.

- **Déroulement de l'épreuve**.

  Au début de l'épreuve, le candidat doit indiquer l'organisation générale de l'exposé, les illustrations informatiques prévues, séparées ou intégrées à l'exposé. Ceci est fait verbalement de façon succincte.

  Une bonne organisation du temps d'exposé consacre approximativement 20 minutes à l'exposé initial, 20 minutes à l'approfondissement ou à la discussion détaillée des illustrations informatiques, 20 minutes restant disponibles pour le dialogue avec le jury (le développement détaillé de résultats mathématiques pourra être reporté à la fin de l'exposé, à la discrétion du jury). Il est à noter cependant que l'utilisation du temps d'exposé est plus libre pour le candidat que pour les épreuves d'Algèbre-Géométrie et d'Analyse-Probabilités.

- **Préparation de l'épreuve**.

  Le candidat reçoit lors du tirage un couplage de deux sujets : voir la fin de ce rapport où l'on trouvera la liste des sujets pour la session 2010.

  Le candidat dispose – lors de la préparation et lors de l'épreuve elle-même – d'un ordinateur muni des logiciels suivants : Maple, Scilab.

  Les supports informatiques (clé USB, disquettes, par exemple) utilisés au cours de l'épreuve sont fournis par le jury et identifiés de manière explicite pour chaque candidat. Il est interdit d'introduire tout autre support informatique (les supports informatiques personnels sont interdits). Le candidat disposera d'une imprimante, partagée avec les autres candidats de la même salle de préparation.

  Les candidats procèdent sous leur responsabilité à la sauvegarde des résultats qu'ils souhaitent conserver durant l'épreuve afin de se prémunir contre les pannes matérielles et logicielles. Ils doivent se conformer aux indications du jury qui pourra conseiller des sauvegardes supplémentaires par des méthodes adaptées pour accroître la fiabilité.

Pour la préparation, le candidat dispose de documents fournis par le jury, et peut utiliser ses propres ouvrages s'ils sont autorisés.

- **Programme de l'épreuve**.

Le programme comprend les méthodes numériques, probabilistes, statistiques et symboliques citées dans les programmes des épreuves écrites. Ces méthodes pourront donner lieu à une illustration sur machine à l'aide d'un des logiciels mentionnés auparavant.

Les candidats devront pouvoir montrer leur capacité :

- à distinguer les représentations exactes ou approchées des objets mathématiques.

- à évaluer le coût et les limitations des algorithmes : complexité, précision numérique.

- à analyser la pertinence des modèles et les différents types d'erreur (expérimentale, de méthode, de calcul).

- à utiliser l'un des logiciels mentionnés pour mettre en évidence les propriétés des modèles mathématiques et des méthodes numériques, probabilistes, statistiques ou symboliques de ce programme.

D'une façon générale, les candidats doivent connaître des applications qui illustrent les notions exposées. Le programme en propose ainsi un certain nombre. Il ne s'agit que de simples suggestions d'applications possibles, qui peuvent être complétées ou remplacées par d'autres. C'est le cas en particulier des passages du texte en italiques et repérés par des étoiles.

VII. ORAL D'ALGEBRE ET DE GEOMETRIE

- **Leçons d'algèbre et de géométrie (session 2009)**

1. Groupes opérant sur un ensemble, orbites. Exemples et applications, notamment géométriques.
2. Groupes abéliens finis, groupes abéliens de type fini. Applications.
3. Sous-groupes discrets de $\mathbb{R}^n$. Réseaux.
4. Groupes finis. Exemples et applications.
5. Sous-groupes distingués, groupes quotients. Exemples et applications.
6. Eléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie.
7. Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
8. Groupe linéaire GL(E) d'un espace vectoriel de dimension finie, sous-groupes de GL(E). Applications.
9. Sous-groupes finis de $O(2,\mathbb{R})$, de $O(3,\mathbb{R})$; polygones, polyèdres réguliers.
10. Applications de la théorie des groupes à la géométrie.
11. Congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
12. Nombres premiers. Applications.
13. Equations diophantiennes du 1er degré : $ax+ by = c$. Exemples d'équations diophantiennes de degré supérieur.
14. Corps finis. Exemples et applications.
15. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
16. Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
17. Extensions de corps commutatifs. Exemples et applications.
18. Arguments d'un nombre complexe. Racines de l'unité, polygones réguliers.
19. Applications géométriques des nombres complexes.
20. Algèbre des polynômes à n indéterminées ($n > 1$). Polynômes symétriques. Applications.
21. Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme ; résultant. Exemples et applications.
22. Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Théorèmes fondamentaux. Exemples et applications.

23. Rang en algèbre linéaire. Méthodes de détermination. Applications.
24. Matrices équivalentes. Matrices semblables.
25. Dualité en algèbre linéaire et en géométrie (on se limitera au cas de la dimension finie). Applications.
26. Déterminants. Théorie et calcul. Applications en algèbre et en géométrie.
27. Valeurs propres, vecteurs propres d'un endomorphisme d'un espace vectoriel, d'une matrice carrée à coefficients dans un corps (commutatif).
28. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
29. Applications des polynômes d'endomorphisme.
30. Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
31. Formes quadratiques, quadriques. Applications.
32. Formes bilinéaires symétriques, orthogonalité, isotropie. Applications.
33. Espaces vectoriels euclidiens (de dimension finie). Groupe orthogonal.
34. Espaces vectoriels hermitiens (de dimension finie). Groupe unitaire.
35. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.
36. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel hermitien de dimension finie.
37. Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie, formes réduites. Exemples et applications.
38. Coniques : classification projective, affine, euclidienne. Applications.
39. Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
40. Propriétés affines, propriétés métriques : exemples en géométrie plane.
41. Inversion - Homographies de la droite complexe ; sphère de Riemann. Applications.
42. Exemples d'études de courbes planes ou gauches.
43. Etude des surfaces dans l'espace de dimension 3. Exemples et applications.
44. Propriétés affines locales des courbes. Exemples.
45. Exemples de propriétés projectives et d'éléments à l'infini.
46. Applications de la notion d'angle et de distance en géométrie. Exemples.
47. Cercles dans le plan.
48. Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement dans un ensemble fini.

- **<u>Rapport de la commission chargée de l'épreuve orale d'algèbre et de géométrie</u>**

Le jury doit tout d'abord féliciter les candidats et leurs préparateurs des progrès réalisés tant à l'écrit, comme l'atteste le nombre des admissibles, qu'à l'oral où les prestations de bon niveau ont été plus nombreuses.

L'idée, évoquée dans les rapports précédents, qu'une leçon d'agrégation est avant tout un cours semble avoir fait son chemin.

Par contre les thèmes proposés puis développés sont encore trop souvent indigents (en général deux exercices sans profondeur) ou (parfois même 'et') inaboutis à cause de l'oubli d'une étape importante ou d'une erreur dans le raisonnement. Rappelons qu'il est nécessaire de prendre quelques minutes du temps de préparation pour s'assurer de la bonne maîtrise des démonstrations qui seront proposées. Par ailleurs, comme un candidat doit savoir démontrer tous les théorèmes importants de sa leçon, nous l'engageons à systématiquement proposer comme thème la preuve d'au moins l'un de ces résultats importants.

Comme l'an dernier nous avons noté l'absence de géométrie. Les candidats ont non seulement évité les leçons à caractère géométrique mais, et c'est encore plus grave, aucun n'a proposé d'illustration géométrique des concepts de l'algèbre (par exemple les groupes d'isométries de certaines configurations simples permettent d'illustrer les concepts de la théorie des groupes). Cet état de fait contraint le jury à envisager de proposer dès l'an prochain des couplages de deux leçons de géométrie.

Les leçons d'algèbre linéaire sont évitées au profit de leçons d'algèbre générale plus abstraite mais non maîtrisées, souvent sans exemple et sans application.

Les sujets suivants ont été particulièrement mal traités cette année :

- lien entre la structure de Z/nZ et la compatibilité de la congruence modulo n et des opérations sur les entiers ;
- méthodes pratiques en algèbre linéaire et utilisation des opérations élémentaires ;
- la géométrie en général ;
- algèbre des polynômes à une indéterminée ($n > 1$). Polynômes symétriques. Applications.

- **<u>Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)</u>**

Candidat 01 : Absent

Candidat 02 : Congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

(non choisi : formes quadratiques, quadriques. Applications)

Le plan est assez fourni, mais brouillon, les points essentiels ne sont pas bien dégagés. Le développement choisi est assez honnête. Les réponses aux questions sont souvent hésitantes, le candidat s'accrochant à des formules et ne voyant pas les choses simples. (42/80).

Candidat 03 : Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie, formes réduites. Exemples et applications.

(non choisi : équations diophantiennes du 1er degré : $ax+ by = c$. Exemples d'équations diophantiennes de degré supérieur)

Le plan n'est pas cohérent, ni dominé, très succinct. Le développement est laborieux et lourd, mais le candidat arrive au bout. Les questions révèlent une méconnaissance importante des isométries en dimension 2 et 3, aussi bien sous la forme géométrique que sous la forme matricielle. (22/80).

Candidat 04 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Théorèmes fondamentaux. Exemples et applications.

(non choisi : équations diophantiennes du 1er degré : $ax+ by = c$. Exemples d'équations diophantiennes de degré supérieur)

Le plan est complet, mais rendu peu clair (du point de vue des idées directrices) par une masse d'applications. Le rang n'est pas évoqué. Le développement est honnête mais là encore l'aspect calcul l'emporte sur les idées directrices. (51/80).

Candidat 05 : Valeurs propres, vecteurs propres d'un endomorphisme d'un espace vectoriel, d'une matrice carrée à coefficients dans un corps (commutatif).

(non choisi : corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications)

Le plan n'est pas cohérent et ne traite pas les cas classiques d'applications (avec quelques erreurs). Le développement nécessite corps de décomposition, conditions de diagonalisation et de triangularisation qui ne sont pas évoquées dans le plan. Réponses décevantes aux questions simples sur les valeurs propres et vecteurs propres. (35/80).

Candidat 06 : Congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

(non choisi : racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme; résultant. Exemples et applications)

Plan correct. Le développement choisi est un peu court et léger. Le début de l'entretien est correct, avec des réponses satisfaisantes, puis sur des questions plus algébriques le candidat semble perdre ses moyens. (50/80).

Candidat 07 : Corps finis. Exemples et applications.

(non choisi : sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications)

Le plan est trop ambitieux et incohérent, sans exemples. Le développement, très confus est non maîtrisé. Le candidat, malgré l'aide du jury, ne réussit pas, lors des questions, à mettre en place IF_8 (26/80).

Candidat 08 : Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

(non choisi : endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie)

Le plan est mal ordonné et déséquilibré, le corps de rupture arrivant dans les dernières minutes et il n'y a pas d'applications. Le développement (correct) réduit à Eisenstein n'occupe que 7 minutes. Le candidat ne sait pas construire a priori le corps de rupture d'un polynôme, ayant toujours besoin d'un sur-corps où le polynôme donné a déjà des racines. Les réponses aux autres questions sont très imprécises et confuses. (33/80).

Candidat 09 : Algèbre des polynômes à n indéterminées (n > 1). Polynômes symétriques. Applications.

(non choisi : espaces vectoriels hermitiens (de dimension finie). Groupe unitaire)

Le candidat ne traite dans l'exposé qu'un petit tiers du sujet, avec quelques imprécisions importantes. Le développement n'aboutit pas (le candidat s'arrête à la cinquième minute). Les questions révèlent de graves ignorances sur le thème. (20/80).

Candidat 10 : Extensions de corps commutatifs. Exemples et applications.

(non choisi : groupes opérant sur un ensemble, orbites. Exemples et applications, notamment géométriques)

L'exposé se limite à la définition d'une extension et aux définitions d'éléments algébriques et transcendants, avec le polynôme minimal. Une application : un début d'énoncé des constructions à la règle et au compas. C'est le seul développement proposé, mais qui ne démarre pas réellement. Les réponses aux questions du jury sont très lentes et sollicitées. (24/80).

Candidat 11 : Matrices équivalentes. Matrices semblables.

(non choisi : applications géométriques des nombres complexes)

L'exposé non structuré et confus, contenant des erreurs élémentaires ne dure que dix minutes. Le développement est entaché de deux erreurs que le *candidat a du mal à rectifier. Réponses lentes et imprécises aux questions. (26/80).*

Candidat 12 : Applications des polynômes d'endomorphisme.

(non choisi : éléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie)

Plan ambitieux et un peu long. Le développement, trop long aussi, est réussi à la moitié. Lors de l'entretien, le candidat ne donne pas d'exemples et contre-exemples simples (tirés de son plan) et demandés par le jury. (36/80).

Candidat 13 : Rang en algèbre linéaire. Méthodes de détermination. Applications.

(non choisi : applications de la théorie des groupes à la géométrie)

Le plan ne traite effectivement que le rang, les méthodes de détermination se limitent à trois titres. Le développement se compose de trois exercices trop simples, montrant des faiblesses en topologie. Les réponses aux questions sont souvent évasives (30/80).

Candidat 14 : Groupes finis. Exemples et applications.

(non choisi : barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications)

Plan consacré aux cinq sixièmes aux groupes cycliques ; suivi de deux minutes sur les groupes abéliens (les groupes de permutations, diédraux et autres sont absents). Le développement est élémentaire et compliqué à loisir. Les questions confirment les impressions du développement : le candidat domine mal les notions manipulées (24/80).

Candidat 15 : Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

(non choisi : formes bilinéaires symétriques, orthogonalité, isotropie. Applications)

Plan comportant quelques lacunes ; le développement choisi (Eisenstein) est un peu court. Bonne réactivité aux questions (43/80).

Candidat 16 : Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

(non choisi : applications géométriques des nombres complexes)

Le plan est ordonné, mais manque d'applications et d'exemples. Le développement est un peu lent, et aboutit, avec des retours sur ses notes. Quelques réponses hésitantes aux questions (39/80).

Candidat 17 : Espaces vectoriels euclidiens (de dimension finie). Groupe orthogonal.

(non choisi : matrices équivalentes. Matrices semblables)

Plan riche, d'un bon niveau. Développement bien mené sur un thème au niveau du plan. Entretien correct avec le jury (67/80).

VIII. ORAL D’ANALYSE ET PROBABILITES

- **Leçons d’analyse et de probabilités (session 2009)**

1. Parties denses. Illustration par l’approximation des fonctions.
2. Applications en analyse de la notion de compacité.
3. Applications de la notion de connexité.
4. Espaces complets. Exemples et applications.
5. Théorèmes de point fixe. Applications.
6. Prolongements de fonctions. Exemples et applications.
7. Continuité uniforme. Exemples et contre-exemples. Applications.
8. Utilisation de la dénombrabilité en analyse et en probabilités.
9. Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes.
10. Espaces vectoriels normés. Cas de la dimension finie.
11. Espaces préhilbertiens ; espaces de Hilbert. Exemples, applications.
12. Applications du théorème d'inversion locale et du théorème des fonctions implicites.
13. Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$: accroissements finis. Exemples et applications.
14. Etude locale de courbes et de surfaces.
15. Différentes formules de Taylor, majoration des restes. Applications.
16. Problèmes d’extremum.
17. Exemples d'études qualitatives d'équations différentielles $y' = f(x,y)$.
18. Equations différentielles autonomes $y' = f(y)$ en dimension finie. Trajectoires. Comportement au voisinage d’un point d’équilibre.
19. Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.
20. Comportement d'une suite définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.
21. Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.
22. Fonctions de la variable réelle : monotonie, convexité. Exemples et applications.
23. Séries de nombres réels ou complexes : convergence, convergence absolue, comportement des restes ou des sommes partielles. Exemples.
24. Intégrale d’une fonction d’une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples.
25. Interversion d’une limite et d’une intégrale. Exemples et applications.
26. Exemples de calculs d’intégrales de fonctions d’une ou de plusieurs variables réelles.

27. Intégrales impropres. Exemples.
28. Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.
29. Transformation de Fourier et produit de convolution. Applications.
30. Suites de fonctions. Différentes notions de convergence, propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.
31. Séries de fonctions. Différentes notions de convergence, propriétés de somme. Exemples et contre-exemples.
32. Exemples d'étude et d'utilisation de fonctions définies par des séries.
33. Séries entières : convergence, propriétés de la somme. Exemples et applications.
34. Fonctions holomorphes. Exemples et applications.
35. Séries de Fourier. Développement d'une fonction périodique. Exemples et applications.
36. Exemples de problèmes d'interversion de limites.
37. Répétition d'épreuves indépendantes. Jeu du pile ou face.
38. Loi binomiale, loi de Poisson. Estimation d'une proportion. Applications.
39. Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.
40. Probabilités conditionnelles (on pourra se limiter au conditionnement par un événement de probabilité non nulle). Exemples, applications.
41. Théorèmes limites en calcul des probabilités.
42. Convergence commutative des séries. Séries doubles. Produits infinis.
43. Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles et étude de ces équations.
44. Donner une construction de $\mathbb{R}$ et en déduire ses principales propriétés.
45. Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.
46. Comparaison d'une série et d'une intégrale. Exemples et applications.

Rapport de la commission chargée de l'épreuve orale d'analyse et de probabilités

La première partie de l'épreuve est l'exposé d'un plan sur le thème choisi par le candidat.
En général, les candidats utilisent judicieusement le tableau et respectent la durée impartie. Parfois, l'intitulé de la leçon est mal compris. Ainsi, dans la leçon « Espaces complets. Exemples et applications. », on attend du candidat qu'il définisse un espace complet, donne les propriétés importantes de la théorie, les illustre par des exemples et donne quelques applications. En revanche, dans la leçon « Exemples d'étude et d'utilisation de fonctions définies par des séries. », le candidat ne doit pas commencer son plan par des généralités sur les séries de fonctions qui sont supposées connues. On lui demande de présenter exclusivement des exemples, à l'occasion desquels il pourra rappeler oralement les propriétés utilisées.

La deuxième partie est l'exposé du développement d'un résultat choisi par le jury parmi les propositions du candidat. Le jury souhaite que le candidat puisse faire cet exposé sans consulter ses notes, ce qui est assuré par la plupart. Il arrive cependant que des développements soient mal conduits ou n'aboutissent pas, faute de maîtrise du sujet. Le candidat doit absolument choisir des développements à sa portée de façon à être capable de les mener à leur terme dans le temps imparti.

La troisième partie consiste à tester les connaissances du candidat sur des points précis du plan ou sur des résultats reliés au plan, mais aussi leur capacité à raisonner en s'adaptant à une situation non prévue (recherche d'un exemple ou d'un contre-exemple, étude d'un cas particulier). Cette partie est de loin la moins réussie. Certains candidats éprouvent des difficultés à comprendre les questions du jury, d'autres ne prennent pas le temps de réfléchir et leurs réponses sont imprécises, incomplètes ou erronées.

Rappelons que le jury attend des leçons qui s'inscrivent dans le sujet choisi (attention aux hors sujets) riches sur le fond et bien organisées. Une introduction du plan peut motiver les résultats importants, une conclusion peut comporter des applications et prolongements. Les applications, les exemples et contre-exemples sont importants même si l'intitulé du sujet ne les demande pas. Les dessins ou schémas permettent d'illustrer les raisonnements délicats et de les rendre immédiatement intelligibles à moindre frais. Le candidat doit pouvoir montrer ses capacités dans le domaine du calcul.

- **Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)**

Candidat 01 : Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

(non choisi : exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles et étude de ces équations)

Le plan est solide, bien présenté, mais il présente quelques lacunes. Le développement est bien choisi et bien mené. Les réponses aux questions sont hésitantes. (51/80).

Candidat 02 : Exemples d'étude et d'utilisation de fonctions définies par des séries.

(non choisi : loi binomiale, loi de Poisson. Estimation d'une proportion. Applications)

Le plan ne contient ni exemple d'étude, ni exemple d'application de fonctions définies par des séries. Il se limite à des généralités sur les séries de fonctions et quelques théorèmes pointus sur les séries entières. Un seul développement est proposé et il est hors sujet. Les réponses aux questions montrent une certaine réactivité et des connaissances. (30/80).

Candidat 03 : Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.

(non choisi : fonctions holomorphes. Exemples et applications)

Le plan est fourni mais incomplet. Le développement proposé est conforme au sujet, mais le candidat a beaucoup de mal à le traiter. Il n'aboutit pas. Les *réponses aux questions montrent de bonnes connaissances sur le sujet. (40/80).*

Candidat 04 : Applications en analyse de la notion de compacité.

(non choisi : intégrale d'une fonction d'une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples)

Un bon plan : complet et bien structuré. Le développement est clair et bien défendu. De bonnes réponses aux questions. (68/80).

Candidat 05 : Espaces vectoriels normés. Cas de la dimension finie.

(non choisi : intégrale d'une fonction d'une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples)

Le plan est complet mais non structuré. Le développement est bien choisi mais il est mené un peu laborieusement. Réactions faibles aux questions, quand il s'agit de raisonner. (45/80).

Candidat 06 : Intégrales impropres. Exemples.

(non choisi : problèmes d'extremum)

Un plan assez complet mais non structuré. Le développement est mené à son terme mais les idées essentielles ne sont pas mises en valeur. Peu de réponses aux questions. Manque de réactivité. (44/80).

Candidat 07 : Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes.

(non choisi : séries de Fourier. Développement d'une fonction périodique. Exemples et applications)

Le plan reprend les généralités au lieu de développer des exemples. Le développement choisi est trop ambitieux. Il n'est pas terminé. Le candidat répond mal aux questions. (33/80).

Candidat 08 : Fonctions de la variable réelle : monotonie, convexité. Exemples et applications.

(non choisi : parties denses. Illustration par l'approximation des fonctions)

Le plan est correct mais il manque d'exemples. Le développement et les questions montrent une grande difficulté à communiquer. (43/80).

Candidat 09 : Exemples de calculs d'intégrales de fonctions d'une ou de plusieurs variables réelles.

(non choisi : problèmes d'extremum)

Les fonctions de plusieurs variables ne sont pas abordées, et le plan est émaillé d'erreurs. Le développement n'est pas mené à son terme. Trop d'erreurs de calculs dans les réponses aux questions. (25/80).

Candidat 10 : Absent.

Candidat 11 : Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.

(non choisi : exemples de problèmes d'interversion de limites)

Les exemples proposés ne sont pas très variés ; il n'y a aucune application géométrique. Les développements proposés manquent d'ambition, mais le développement est correctement mené. Le candidat sait calculer mais il ne sait pas s'adapter à des situations nouvelles. (42/80).

Candidat 12 : Suites de fonctions. Différentes notions de convergence, propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.

(non choisi : applications de la notion de connexité)

Un plan complet et mené avec dynamisme. Le développement est bien dans le sujet. IL est traité avec sûreté. Les réponses aux questions confirment l'excellente impression. (70/80).

Candidat 13 : Convergence commutative des séries. Séries doubles. Produits infinis.

(non choisi : exemples d'études qualitatives d'équations différentielles y' = f(x,y))

Le plan comporte beaucoup d'erreurs et ne présente aucun exemple. Le développement n'est pas mené à son terme, malgré l'aide du jury. Peu de réponses aux questions. (17/80).

Candidat 14 : Séries entières : convergence, propriétés de la somme. Exemples et applications.

(non choisi : exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes)

Le plan est correct mais il manque d'applications. Le développement est bien conduit. Les réponses aux questions sont souvent pertinentes. (56/80).

Candidat 15 : Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

(non choisi : probabilités conditionnelles (on pourra se limiter au conditionnement par un événement de probabilité non nulle). Exemples, applications)

Le plan est incomplet car il se limite à « exemples et applications ». Le développement est mené de façon laborieuse. Les questions posées ne sont pas comprises. (34/80).

Candidat 16 : Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.

(non choisi : transformation de Fourier et produit de convolution. Applications)

Le plan montre une confusion entre la notion de développements limités et d'autres notions (équivalents, Taylor avec reste intégral !). Le développement est hors sujet. Les réponses aux questions montrent une certaine réactivité. (39/80).

Candidat 17 : Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$: accroissements finis. Exemples et applications.

(non choisi : exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles et étude de ces équations)

Le plan est hors sujet, le candidat ne se plaçant que trop rarement sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Les deux développements proposés sont aussi hors sujet. Les réponses aux questions montrent des lacunes importantes. (18/80).

IX. ORAL DE MODELISATION ET CALCUL SCIENTIFIQUE

- **<u>Leçons de modélisation et calcul scientifique (session 2009)</u>**
  1. Appliquer et comparer des méthodes numériques de recherche de valeurs et vecteurs propres. Application(s).
  2. Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Exemple(s).
  3. Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.
  4. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations et de systèmes d'équations non linéaires.
  5. Donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s).
  6. Utiliser et comparer des méthodes de factorisation et de recherche des racines d'un polynôme.
  7. Problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Exemples.
  8. Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Application(s).
  9. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.
  10. Système autonome d'équations différentielles. Illustrer et interpréter sur un ou des exemples.
  11. Méthodes de résolution d'un problème de minimisation d'une fonction d'une ou de plusieurs variables réelles. Application(s).
  12. Application de la transformation ou des séries de Fourier.
  13. Utilisation de l'outil informatique pour illustrer la résolution de problèmes géométriques.
  14. Dépendance relativement à un paramètre d'une équation ou d'un système d'équations. Illustration(s).
  15. Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite ou d'une série de nombres réels. Calcul approché de la limite ou de la somme.
  16. PGCD, PPCM, théorème de Bezout, algorithmes de calcul. Application(s).
  17. Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Applications.
  18. Illustrer à travers des exemples des problèmes de stabilité et d'instabilité numérique.
  19. Méthode des moindres carrés. Applications.
  20. Illustrer à l'aide d'exemples l'utilisation des congruences et des corps finis.
  21. Exemples de problèmes de dénombrement.
  22. Applications de la notion de convexité.

- **<u>Rapport de la commission chargée de l'épreuve orale de modélisation et calcul scientifique</u>**

Objectifs

Nous rappelons que l'épreuve orale de modélisation et calcul scientifique donne aux candidats la possibilité de montrer leur capacité à :

– modéliser une situation ou un problème ;
– choisir des outils mathématiques permettant de *calculer* une solution ;
– évaluer la complexité et la précision des algorithmes utilisés ;
– mettre en œuvre ces algorithmes, sur des exemples de difficulté raisonnable, à l'aide de logiciels de calcul numérique ou formel.

Le jury fonde donc son appréciation de la prestation du candidat sur l'examen des points suivants :

– la conception et l'organisation générales de la séance, la rigueur et la qualité de sa progression, la clarté et le sens pédagogique du candidat ;
– la pertinence de la modélisation et sa mise en œuvre ;
– la qualité du contenu mathématique et son utilité par rapport aux calculs à réaliser ;
– les capacités de dialogue du candidat, son adaptabilité tant à l'égard d'une question posée que pour modifier un détail d'un programme informatique ;
– la qualité de la mise en œuvre informatique.

Recommandations et constats

Il ne s'agit pas, comme dans une leçon traditionnelle, de présenter le plan d'un cours, puis d'en exposer une partie avant de répondre aux questions du jury. On ne demande pas au candidat de démontrer tous les théorèmes qu'il énonce, mais il peut choisir de démontrer un point important. Autre différence, le jury, dans cette épreuve, peut intervenir à n'importe quel moment de l'exposé et demander au candidat de détailler certains résultats s'il le juge nécessaire.

Cette possibilité d'intervention entraîne pour le jury une certaine difficulté d'appréciation du temps nécessaire à l'exposé proposé, c'est pourquoi il est demandé que les candidats présentent d'entrée un plan de leur leçon sous la forme de leur choix, présentation rapide au tableau ou plutôt feuille donnée au jury ou projetée au rétroprojecteur

Il ne faut transformer cette épreuve ni en une épreuve purement théorique ni en une épreuve d'où la rigueur mathématique est absente. On attend donc du candidat un exposé clair, rigoureux et mathématiquement correct.

Les résultats énoncés (théorèmes ou algorithmes) doivent être enchaînés de manière cohérente et les candidats doivent montrer en quoi ils sont utiles pour les applications traitées. Ils doivent aussi comparer les méthodes en terme de coût et de complexité et expliquer lesquelles utiliser selon le type de problème exposé. Ils doivent aussi illustrer ces résultats : en effet, trop souvent les candidats alignent des suites de méthodes sans expliquer en quoi elles sont différentes et pourquoi ils les présentent

Bien sûr, on attend des candidats qu'ils exposent en quoi leur présentation traite bien la leçon choisie car cela n'apparaît pas toujours de façon évidente.

Le jury regrette que les applications restent inexistantes en dehors du domaine des mathématiques. Quelques exemples de modélisation, même simples, choisis dans des domaines variés des sciences pourraient être traités par le candidat comme illustration de leur leçon et ils seraient particulièrement appréciés.

Le jury a noté cette année qu'une majorité de candidats maîtrise peu le logiciel utilisé et se contentent de recopier des programmes écrits dans certains livres sans recul ni réflexion personnelle sur ceux-ci.

Pour conclure nous rappellerons que cette épreuve, différente dans son déroulement des autres épreuves de mathématiques, demande un travail sérieux et une formation adaptée sous peine de mauvais résultats. Il est donc indispensable qu'une préparation approfondie soit offerte à tous les étudiants et qu'ils aient un accès régulier et encadré aux ordinateurs.

- **Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)**

Candidat 01 : Illustrer à l'aide d'exemples l'utilisation des congruences et des corps finis.

(non choisi : méthode des moindres carrés. Applications)

Un plan très faible. Un contenu mathématique peu maîtrisé. Quelques réponses aux questions. Illustration informatique non comprise (22/80).

Candidat 02 : Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.

(non choisi : utilisation de l'outil informatique pour illustrer la résolution de problèmes géométriques).

Plusieurs méthodes sont exposées, assez bien maîtrisées. Illustration informatique fournie. Quelques questions sans réponse. Attitude positive (58/80).

Candidat 03 : Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Application(s).

(non choisi : PGCD, PPCM, théorème de Bezout, algorithmes de calcul. Application(s))

Exposé confus, peu maîtrisé. Pas de réponses aux questions. Illustration informatique peu claire et non maîtrisée (23/80).

Candidat 04 : Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Exemple(s).

(non choisi : appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles)

Un exposé fourni et assez complet. De bonnes qualités de présentation. Une illustration informatique maîtrisée (60/80).

Candidat 05 : Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Exemple(s).

(non choisi : appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles)

Exposé moyen. Réponses aux questions approximatives. Illustration informatique succincte (37/80).

Candidat 06 : Méthode des moindres carrés. Applications.

(non choisi : applications de la notion de convexité)

Un plan mal organisé et faible. Illustration informatique non comprise. Quelques réponses aux questions (22/80).

Candidat 07 : Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.

(non choisi : méthode des moindres carrés. Applications)

Niveau de la leçon faible et contenu non maîtrisé. Très peu de réponses aux questions. Aucune maîtrise de l'illustration informatique (23/80).

Candidat 08 : Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite ou d'une série de nombres réels. Calcul approché de la limite ou de la somme.

(non choisi : opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Applications)

Un exposé correctement ordonné comportant des lacunes. Réponses partielles aux questions. De nombreux exemples illustrés de façon acceptable (47/80).

Candidat 09 : Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.

(non choisi : problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Exemples)

Exposé peu fourni et mal maîtrisé. Peu de réactivité aux questions. Illustration informatique qui n'aboutit pas (20/80).

Candidat 10 : Appliquer et comparer des méthodes numériques de recherche de valeurs et vecteurs propres. Application(s).

(non choisi : système autonome d'équations différentielles. Illustrer et interpréter sur un ou des exemples)

Aucune cohérence dans le plan. Les théorèmes ne sont ni compris, ni justifiés, illustrés. Illustrations Maple non maîtrisées (17/80).

Candidat 11 : Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.

(non choisi : exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes)

Le plan adopté par le candidat manque d'exemples et d'applications. La méthode d'Euler n'est pas maîtrisée. L'illustration informatique est moyenne. Des qualités d'exposition cependant (42/80).

Candidat 12 : Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Exemple(s).

(non choisi : utilisation de l'outil informatique pour illustrer la résolution de problèmes géométriques)

Leçon de niveau modeste. Seuls quelques résultats théoriques sont exposés. Illustration informatique minimale (22/80).

Candidat 13 : Méthode des moindres carrés. Applications.

(non choisi : PGCD, PPCM, théorème de Bezout, algorithmes de calcul. Application(s))

Un plan convenable, mal exposé. Pas de mise en pratique. Illustration informatique faible (30/80).

Candidat 14 : Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Exemple(s).

(non choisi : dépendance relativement à un paramètre d'une équation ou d'un système d'équations. Illustration(s))

Un exposé clair de niveau moyen. Quelques réponses aux questions. Une illustration informatique maîtrisée (45/80).

Candidat 15 : Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite ou d'une série de nombres réels. Calcul approché de la limite ou de la somme.

(non choisi : conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Exemple(s))

Exposé clair, des exemples bien choisis. Une aisance technique et une maîtrise de l'outil informatique. Un manque de quelques définitions théoriques (62/80).

Candidat 16 : Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Applications.

(non choisi : méthode des moindres carrés. Applications)

Un plan classique un peu trop élémentaire. Trop peu d'exemples sont évoqués. Quelques réponses aux questions. Illustration informatique fournie mais comportant des erreurs (46/80).

Candidat 17 : Absent.

AGREGATION DE MATHEMATIQUES

SESSION 2010

ORGANISATION DES EPREUVES ORALES

Liste des leçons

La liste des leçons est ouverte. Le jury se réserve le droit de supprimer certaines leçons et d'en ajouter d'autres tout en respectant le programme des épreuves orales.

ORAL D'ALGEBRE ET DE GEOMETRIE

Liste des leçons : session 2010

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d'autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Groupes opérant sur un ensemble, orbites. Exemples et applications, notamment géométriques.
2. Sous-groupes discrets de $\mathbb{R}^n$. Réseaux.
3. Groupes finis. Exemples et applications.
4. Sous-groupes distingués, groupes quotients. Exemples et applications.
5. Eléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie.
6. Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
7. Groupe linéaire GL(E) d'un espace vectoriel de dimension finie, sous-groupes de GL(E). Applications.
8. Sous-groupes finis de $O(2,\mathbb{R})$, de $O(3,\mathbb{R})$; polygones, polyèdres réguliers.
9. Congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
10. Nombres premiers. Applications.
11. Equations diophantiennes du 1er degré : $ax+ by = c$. Exemples d'équations diophantiennes de degré supérieur.
12. Corps finis. Exemples et applications.
13. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
14. Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
15. Extensions de corps commutatifs. Exemples et applications.
16. Arguments d'un nombre complexe. Racines de l'unité, polygones réguliers.
17. Applications géométriques des nombres complexes.
18. Algèbre des polynômes à n indéterminées (n > 1). Polynômes symétriques. Applications.
19. Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme. Exemples et applications.
20. Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Théorèmes fondamentaux. Exemples et applications.

21. Rang en algèbre linéaire. Méthodes de détermination. Applications.
22. Matrices équivalentes. Matrices semblables.
23. Dualité en algèbre linéaire et en géométrie (on se limitera au cas de la dimension finie). Applications.
24. Déterminants. Théorie et calcul. Applications en algèbre et en géométrie.
25. Valeurs propres, vecteurs propres d’un endomorphisme d’un espace vectoriel de dimension finie, d’une matrice carrée à coefficients dans un corps (commutatif).
26. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
27. Applications des polynômes d'endomorphisme.
28. Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
29. Formes quadratiques, quadriques. Applications.
30. Formes bilinéaires symétriques, orthogonalité, isotropie. Applications.
31. Espaces vectoriels euclidiens (de dimension finie). Groupe orthogonal.
32. Espaces vectoriels hermitiens (de dimension finie). Groupe unitaire.
33. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.
34. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel hermitien de dimension finie.
35. Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie, formes réduites. Exemples et applications.
36. Coniques : classifications affine, euclidienne. Applications.
37. Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
38. Inversion - Homographies de la droite complexe ; sphère de Riemann. Applications.
39. Exemples d'études de courbes planes ou gauches.
40. Etude des surfaces dans l'espace de dimension 3. Exemples et applications.
41. Propriétés locales des courbes. Exemples.
42. Applications de la notion d'angle et de distance en géométrie. Exemples.
43. Cercles dans le plan.
44. Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement dans un ensemble fini.

ORAL D'ANALYSE

Liste des leçons : session 2010

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d'autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Parties denses. Illustration par l'approximation des fonctions.
2. Applications en analyse de la notion de compacité.
3. Applications de la notion de connexité.
4. Espaces complets : propriétés, exemples et applications.
5. Théorèmes de point fixe. Applications.
6. Prolongements de fonctions. Exemples et applications.
7. Continuité uniforme. Exemples et contre-exemples. Applications.
8. Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes.
9. Espaces vectoriels normés de dimension finie.
10. Espaces préhilbertiens ; espaces de Hilbert. Exemples, applications.
11. Dans le cas $n \geq 2$, propriétés d'accroissements finis pour une fonction définie sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Exemples et applications.
12. Etude locale de courbes et de surfaces.
13. Différentes formules de Taylor, majoration des restes. Applications.
14. Problèmes d'extremum.
15. Equations différentielles autonomes $y' = f(y)$ en dimension finie. Trajectoires. Comportement au voisinage d'un point d'équilibre.
16. Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.
17. Comportement d'une suite définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.
18. Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.
19. Fonctions de la variable réelle : monotonie, convexité. Exemples et applications.
20. Séries de nombres réels ou complexes : convergence, convergence absolue, comportement des restes ou des sommes partielles. Exemples.
21. Intégrale d'une fonction d'une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples.
22. Interversion d'une limite et d'une intégrale : propriétés, exemples et applications.

23. Exemples de calculs d’intégrales de fonctions d’une ou de plusieurs variables réelles.
24. Exemples d’étude et d’utilisation d’intégrales impropres.
25. Fonctions définies par une intégrale dépendant d’un paramètre : propriétés, exemples et applications.
26. Suites de fonctions. Différentes notions de convergence, propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.
27. Séries de fonctions. Différentes notions de convergence, propriétés de somme. Exemples et contre-exemples.
28. Exemples d'étude et d’utilisation de fonctions définies par des séries.
29. Séries entières : convergence, propriétés de la somme. Exemples et applications.
30. Fonctions holomorphes : propriétés, exemples et applications.
31. Séries de Fourier. Développement d'une fonction périodique. Exemples et applications.
32. Exemples de problèmes d’interversion de limites.
33. Répétition d'épreuves indépendantes. Jeu du pile ou face.
34. Loi binomiale, loi de Poisson. Estimation d’une proportion. Applications.
35. Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.
36. Probabilités conditionnelles : propriétés, exemples, applications.
37. Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles et étude de ces équations.
38. Donner une construction de $\mathbb{R}$ et en déduire ses principales propriétés.
39. Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.
40. Comparaison d’une série et d’une intégrale. Exemples et applications.

ORAL DE MODELISATION ET DE CALCUL SCIENTIFIQUE

Liste des leçons : session 2010

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d'autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Appliquer et comparer des méthodes numériques de recherche de valeurs et vecteurs propres. Application(s).
2. Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Exemple(s).
3. Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.
4. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations et de systèmes d'équations non linéaires.
5. Donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s).
6. Utiliser et comparer des méthodes de factorisation et de recherche des racines d'un polynôme.
7. Problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Exemples.
8. Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Application(s).
9. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.
10. Système autonome d'équations différentielles. Illustrer et interpréter sur un ou des exemples.
11. Méthodes de résolution d'un problème de minimisation d'une fonction d'une ou de plusieurs variables réelles. Application(s).
12. Application de la transformation ou des séries de Fourier.
13. Utilisation de l'outil informatique pour illustrer la résolution de problèmes géométriques.
14. Dépendance relativement à un paramètre d'une équation ou d'un système d'équations. Illustration(s).
15. Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite ou d'une série de nombres réels. Calcul approché de la limite ou de la somme.
16. PGCD, PPCM, théorème de Bezout, algorithmes de calcul. Application(s).

17. Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Applications.
18. Illustrer à travers des exemples des problèmes de stabilité et d'instabilité numérique.
19. Méthode des moindres carrés. Applications.
20. Illustrer à l'aide d'exemples l'utilisation des congruences et des corps finis.
21. Exemples de problèmes de dénombrement.
22. Applications de la notion de convexité.