ROYAUME DU MAROC

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

AGREGATION DE MATHEMATIQUES

SESSION 2006

Par Monsieur KERKOUR AHMED
Professeur de l'Enseignement Supérieur
Président du Jury

I. COMPOSITION DU JURY

M. KERKOUR AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Université Mohamed V. **Président**.
MME MARCHAL JEANNETTE	Inspectrice Générale de l'Education Nationale. Paris. **Vice-Présidente.**
M. LBEKKOURI ABOUBAKR	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Rabat. **Vice-Président.**
M. ANTETOMASO RICHARD	Professeur de Chaire Supérieure Spéciale MP*. Lycée Saint-Louis. Paris.
M. CHEVALLIER JEAN-MARIE	Maître de conférences. Université d'Orléans.
M. DORRA FRANCIS	Professeur de Chaire Supérieure. Spéciale MP*. Lycée Fénelon. Paris.
M. EL FATEMI MOHAMED	Professeur agrégé en classes préparatoires 2e année MP. CPR Tanger
M. ELKHARROUBI AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Casablanca Aïn Chok.
M. EL MOUNTASSIR DRISS	Professeur agrégé en classes préparatoires PC SI Marrakech.
M. GOMEZ CLAUDE	Directeur de Recherche. I.N.R.I.A. Paris.
M. HBA AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Casablanca Aïn Chok.
M. KANDER AHMED	Professeur agrégé. Chargé d'inspection des classes préparatoires.
M. ROUX DANIEL	Maître de Conférences. Université B. Pascal. Clermont-Ferrand.

II. DEROULEMENT DES EPREUVES

L'écrit de l'agrégation marocaine de mathématiques est sous la responsabilité du jury de l'agrégation française. Les épreuves sont identiques pour tous les candidats marocains et français ; les copies sont corrigées dans les mêmes conditions d'évaluation et d'anonymat.

Les délibérations pour l'admissibilité (pour tous les candidats français et marocains) ont eu lieu le jeudi 01 juin 2006 au Lycée Marcelin Berthelot à Saint-Maur des Fossés (Paris) sous la présidence de Monsieur le Doyen Jacques Moisan, président du jury de l'agrégation externe française de mathématiques ; l'anonymat a été levé en présence du président du jury de l'agrégation marocaine de mathématiques.

Les épreuves orales se sont déroulées à Casablanca du lundi 12 juin au vendredi 16 juin 2006 au Centre de Préparation aux Agrégations Scientifiques, Annexe de l'Ecole Normale Supérieure de Casablanca.

Nombre de candidats inscrits : 3104 dont 50 Marocains et 205 Tunisiens.
Nombre de candidats absents : 1101 dont 12 Marocains.
Nombre de candidats recalés : 1356.
Nombre de candidats éliminés : 10.
Nombre de candidats ayant composé : 2003.
Nombre de candidats admissibles : 595 Français ; 15 Marocains ; 27 Tunisiens.

III. RESULTATS GENERAUX

Les candidats marocains présentent deux catégories :

- Les candidats officiels : étudiants de troisième année de préparation à l'agrégation présentés par les Ecoles Normales Supérieures de Fes et de Rabat.

- Les candidats libres. Il y a deux types de candidats libres :

  1) Les anciens étudiants de deuxième année du Centre de Préparation aux Agrégations Scientifiques de Casablanca qui n'ont pas utilisé toutes les sessions qui leur sont accordées par les dispositions ministérielles quant au concours d'agrégation.

  2) Les titulaires du DESA (Diplôme d'Etudes Supérieures Approfondies) diplômés des universités. Ce diplôme donne droit à ses titulaires de se présenter directement aux épreuves écrites de l'agrégation.

Candidats marocains inscrits pour les épreuves écrites	50	Candidats officiels. Centre de Fes :	10
		Candidats officiels. Centre de Rabat :	10
		Anciens étudiants de 2^{e} année. Centre de Casablanca :	10
		Titulaires du DESA ou 3^{e} cycle:	20
Candidats marocains présents à toutes les épreuves écrites	38	Candidats officiels. Centre de Fes :	10
		Candidats officiels. Centre de Rabat :	10
		Anciens étudiants de 2^{e} année. Centre de Casablanca :	9
		Titulaires du DESA et Doctorats :	9
Candidats admissibles	15	Candidats officiels. Centre de Fes :	5
		Candidats officiels. Centre de Rabat :	5
		Anciens étudiants de 2^{e} année. Centre de Casablanca :	4
		Titulaires du Doctorat français :	1
Candidats admis	8	Candidats officiels. Centre de Fes :	2
		Candidats officiels. Centre de Rabat :	3
		Anciens étudiants de 2^{e} année. Centre de Casablanca :	3

Tableau 1 – Résultats généraux de la session 2006

Classes préparatoires :

Le jury n'a présenté aucun candidat pour un éventuel enseignement dans les classes préparatoires. En effet, le niveau des candidats cette année est nettement inférieur à celui de l'an dernier et aucun candidat n'a fait preuve d'un niveau suffisant pour être affecté dans les classes préparatoires.

IV. SOMMAIRE SUR LES NOTES OBTENUES

1. Répartition des notes des épreuves écrites :

On donne ci-dessous et pour chaque épreuve écrite la suite par ordre décroissant des notes obtenues par les candidats admissibles marocains.

- Mathématiques Générales (notes sur 20) :

  12,25 – 11,5 – 11 – 10,25 – 9,25 – 9 – 8,75 – 8,75 – 8,75 – 8,5 – 8,25 – 8 – 7,25 – 7 – 7 – 7 – 7 – 6,75 – 6,5 – 6,5 – 6 – 5,5 – 5,5 – 5,5 – 5,25 – 5 – 5 – 4,75 – 4,75 – 4,5 – 3,75 – 3,75 – 3,5 – 3 – 2,25 – 2,25 – 1,25 – 1,25.

- Analyse et Probabilités (notes sur 20) :

  12,5 – 12,25 – 11,25 – 10,25 – 9,25 – 9 – 9 – 8,75 – 8,75 – 8,75 – 8,75 – 8,5 – 8,5 – 8 – 8 – 7,75 – 7 – 6,75 – 6,75 – 6,5 – 6,25 – 6,25 – 6 – 6 – 6 – 6 – 5,75 – 5,75 – 5,75 – 4,5 – 4 – 3,5 – 2,5 – 2,25 – 2,25 – 1,5 – 1 – 0,5.

- Total Ecrit sur 40 :

  Candidats admissibles :
  24,75 – 23,25 – 21,75 – 19,75 – 19,25 – 18,5 – 17,75 – 17,5 – 16,75 – 16,75 – 16 – 15,75 – 15,75 – 15,5 – 15,25.

  Candidats non admissibles :
  14 – 13,75 – 13,5 – 13,25 – 13,25 – 12,5 – 12,25 – 11,5 – 11,5 – 11,5 – 11,25 – 10,25 – 9,75 – 9,25 – 8,25 – 8 – 7,5 – 7,25 – 5,5 – 4,5 – 4 – 3,75 – 3,5.

Le jury de l'agrégation française de mathématiques avait fixé pour l'admissibilité et pour tous les candidats la barre de 15/40.

Répartition du classement par ordre croissant des étudiants marocains admissibles sur 2003 candidats :

127 – 173 – 211 – 296 – 325 – 370 – 412 – 428 – 494 – 494 – 567 – 592 – 592 – 613 - 634.

Moyenne générale pour chaque épreuve de l'écrit :

La moyenne générale sur 80 pour chaque épreuve de l'écrit des 15 candidats marocains admissibles est comme suit :

- Mathématiques Générales : 35,94 sur 80
- Analyse et Probabilités : 37,20 sur 80

On voit que globalement le poids des épreuves écrites est aussi relativement équilibré que celui de l'année dernière.

2. Moyenne générale pour chaque épreuve de l'oral :

Remarque : un candidat admissible ne s'est pas présenté aux épreuves d'oral pour cause de maladie d'après lui.

La moyenne générale sur 80 pour chaque épreuve orale des 14 candidats admissibles est comme suit :

- Algèbre : 35,86
- Analyse : 40,72
- Modélisation et calcul scientifique : 31,08

La moyenne générale sur 80 pour chaque épreuve orale des 11 candidats admis est comme suit :

- Algèbre : 40,13
- Analyse : 44,75
- Modélisation et calcul scientifique : 35,38

3. Répartition du total «écrit + oral » sur 400, des étudiants admis :

221 – 216 – 205 – 196 – 192 – 191 – 180 – 180 – 176 – 170 – 169 – 156 – 145 – 140 –

4. Tableau comparatif :

Le tableau ci-dessous comporte les résultats du premier admissible marocain et du dernier admissible marocain ainsi que ceux du premier et du dernier admis.

Candidats	Total de l'écrit sur 160	Rang à l'écrit sur 2003	Total général sur 400	Rang général sur 15 admissibles
Le premier admissible marocain	99	127	192	5
Le dernier admissible marocain	61	634	169	11 (ajourné)
Le premier admis	93	173	221	1er
Les deux derniers admis	63 62	592 613	180 180	7 7

Tableau 2 – Tableau comparatif de la session 2006

V. COMMENTAIRES GENERAUX

Pour le détail complet des commentaires généraux, se référer au document à publication interne

Annexe I

Tableau récapitulatif depuis la création de l'agrégation marocaine de mathématiques

Année	Nombre de candidats marocains	Nombre de candidats admissibles	Nombre de candidats dont la moyenne se situe dans l'intervalle des mentions suivantes				
			Mention Très Bien	Mention Bien	Mention Assez Bien	Mention Passable	inférieure à la moyenne
1988	8	7				3	4
1989	17	17				3	14
1990	29	23		1	2	5	15
1991	28	27		3	10	4	10
1992	27	27		2	7	11	7
1993	24	22	1	2	1	7	11
1994	24	22	1	1	2	3	15
1995	32	24		1	3	6	14
1996	36	22				6	16
1997	22	15				3	12
1998	30	11					11
1999	34	20				2	18
2000	37	14			1	3	10
2001	44	21				5	16
2002	38	22				5	17
2003	37	28				9	19
2004	34	28				3	25
2005	25	20					20
2006	38	15			1	2	11

Annexe II

Tableau récapitulatif des candidats admis à l'agrégation de mathématiques depuis la création de l'agrégation.

Année	Nombre de candidats marocains	Nombre de candidats admissibles	Nombre de candidats admis
1988	8	7	3
1989	17	17	10
1990	29	23	16
1991	28	27	21
1992	27	27	24
1993	24	22	19
1994	24	22	19
1995	32	24	20
1996	36	22	20
1997	22	15	15
1998	28	11	11
1999	34	20	18
2000	37	14	13
2001	44	21	16
2002	38	22	16
2003	37	28	18
2004	34	28	14
2005	25	20	11
2006	38	15	8

VI. ORGANISATION DES EPREUVES ORALES

1) Algèbre et géométrie – Analyse et probabilités (préparation : 3 heures ; épreuve : 1 heure)

1) Le candidat tire au sort une enveloppe contenant deux sujets au choix. A l'issue des trois heures de préparation, il indique au jury celui des deux sujets qu'il a choisi.
Pendant la préparation, le candidat peut utiliser les ouvrages qui se trouvent sur place (bibliothèque de l'agrégation). Il peut également utiliser les ouvrages de référence qu'il a apportés lui-même. **Ces ouvrages doivent être imprimés, vendus dans le commerce et ne pas comporter de notes manuscrites.** Ils doivent en outre être remis une semaine avant le début des épreuves orales au responsable de la préparation à l'agrégation pour être contrôlés par le jury et enregistrés, le cas échéant, à la bibliothèque ; ainsi, ils seront mis à la disposition de tous les candidats.

Le candidat doit se présenter à la salle de préparation muni de quoi écrire, à l'exclusion de tout document, papier, cartable ou autre : la simple présence de notes dans un cartable par exemple, peut être interprétée comme une tentative de fraude.

2) Sur le sujet choisi, le candidat n'a pas à bâtir une leçon détaillée destinée à une classe d'un niveau déterminé ou correspondant à un nombre limité d'heures de cours. Il lui est demandé surtout une étude de synthèse construite à partir d'une base de connaissances ne dépassant pas les limites du programme d'oral. Le candidat a le libre choix du niveau auquel il place son exposé ; le niveau d'une classe de terminale risque cependant d'être insuffisant et d'autre part les connaissances exposées doivent être réellement maîtrisées.

3) L'épreuve commence par la présentation, en quinze minutes, d'un plan d'étude qui ne doit être ni une énumération de paragraphes, ni un exposé complet avec développement des démonstrations.
Il s'agit de définir avec précision les notions introduites, de donner des énoncés complets des résultats fondamentaux, de citer des exemples et des applications et d'insister sur l'enchaînement des idées.

4) Après la présentation du plan, le candidat est invité à fournir au jury une liste d'au moins deux points qu'il juge importants dans son étude. C'est parmi ces points que le jury choisit le thème d'un exposé, qui peut être soit le développement détaillé d'une partie bien délimitée du plan, soit la démonstration d'un théorème, soit la présentation d'un exemple significatif. La netteté et la clarté de cet exposé, l'aisance et la sûreté avec lesquelles il est présenté constituent pour le jury un facteur important d'appréciation.

5) L'exposé est suivi d'une discussion au cours de laquelle le jury s'assure de la solidité des connaissances du candidat sur les questions abordées dans le plan de l'exposé, et éventuellement sur tout autre point en rapport avec le sujet et figurant au programme de l'oral. Cette discussion permet ainsi au candidat de développer, de justifier et d'illustrer son point de vue, en même temps qu'il met en valeur sa culture mathématique. Un ou plusieurs exercices peuvent être proposés par le jury.

6) Les candidats sont invités, notamment pour illustrer et compléter une leçon, à utiliser leurs connaissances en matière de méthodes numériques, d'algorithmes et de programmation des ordinateurs.

2) <u>Modélisation et calcul scientifique (préparation : 4 heures ; épreuve : 1 heure 15 minutes)</u>

- **Nature de l'épreuve**.

  Cette épreuve orale n'est pas organisée comme celles d'Algèbre-Géométrie et d'Analyse-Probabilités. Les points suivants précisent ce que le jury attend :

  - *Contenu mathématique de l'exposé* : l'exposé doit comporter un ou plusieurs résultats mathématiques et leur démonstration ou développement (résultats de cours, exemples).

  - *Illustrations informatiques* : le candidat doit illustrer l'un des résultats ci-dessus à l'aide de la machine (simulation informatique à l'aide d'un des logiciels précisés plus bas). Le jury s'attend à ce que le candidat puisse justifier la programmation et la démarche mathématique sous-jacente à son illustration informatique. Il appréciera d'autre part que les applications et illustrations proposées concernent des situations concrètes issues de domaines divers. Il est également précisé qu'il ne s'agit en aucun cas d'une épreuve de virtuosité informatique ni d'une évaluation de la connaissance complète des logiciels au programme.

- **Déroulement de l'épreuve**.

  Au début de l'épreuve, le candidat doit indiquer l'organisation générale de l'exposé, les illustrations informatiques prévues, séparées ou intégrées à l'exposé. Ceci est fait verbalement de façon succincte. Il indique, pour chaque partie de l'exposé, les démonstrations mathématiques qui ont été préparées pour être développées in extenso.

  Une bonne organisation du temps d'exposé consacre approximativement 20 minutes à l'exposé initial, 20 minutes à l'approfondissement ou à la discussion détaillée des illustrations informatiques, 20 minutes restant disponibles pour le dialogue avec le jury (le développement détaillé de résultats mathématiques pourra être reporté à la fin de l'exposé, à la discrétion du jury). Il est à noter cependant que l'utilisation du temps d'exposé est plus libre pour le candidat que pour les épreuves d'Algèbre-Géométrie et d'Analyse-Probabilités.

- **Préparation de l'épreuve**.

  Le candidat reçoit lors du tirage un couplage de deux sujets : voir la fin de ce rapport où l'on trouvera la liste des sujets pour la session 2006.

  Le candidat dispose – lors de la préparation et lors de l'épreuve elle-même – d'un ordinateur muni des logiciels suivants : Maple, Scilab ou Matlab.

  Les supports informatiques (disquettes, par exemple) utilisés au cours de l'épreuve sont fournis par le jury et identifiés de manière explicite pour chaque candidat. Il est interdit d'introduire tout autre support informatique (les disquettes personnelles sont interdites). Le candidat disposera d'une imprimante, partagée avec les autres candidats de la même salle de préparation.

Les candidats procèdent sous leur responsabilité à la sauvegarde des résultats qu'ils souhaitent conserver durant l'épreuve afin de se prémunir contre les pannes matérielles et logicielles. Ils doivent se conformer aux indications du jury qui pourra conseiller des sauvegardes supplémentaires par des méthodes adaptées pour accroître la fiabilité.

Pour la préparation, le candidat dispose de documents fournis par le jury, et peut utiliser ses propres ouvrages s'ils sont autorisés.

- **Programme de l'épreuve**.

Le programme comprend les méthodes numériques, probabilistes, statistiques et symboliques citées dans les programmes des épreuves écrites. Ces méthodes pourront donner lieu à une illustration sur machine à l'aide d'un des logiciels mentionnés auparavant.

Les candidats devront pouvoir montrer leur capacité :

- à distinguer les représentations exactes ou approchées des objets mathématiques.

- à évaluer le coût et les limitations des algorithmes : complexité, précision numérique.

- à analyser la pertinence des modèles et les différents types d'erreur (expérimentale, de méthode, de calcul).

- à utiliser l'un des logiciels mentionnés pour mettre en évidence les propriétés des modèles mathématiques et des méthodes numériques, probabilistes, statistiques ou symboliques de ce programme.

D'une façon générale, les candidats doivent connaître des applications qui illustrent les notions générales. Le programme en propose ainsi un certain nombre. Il ne s'agit que de simples suggestions d'applications possibles, qui peuvent être complétées ou remplacées par d'autres. C'est le cas en particulier des passages du texte en italiques et repérés par des étoiles.

VII. ORAL D'ALGEBRE ET DE GEOMETRIE

- **<u>Leçons d'algèbre et de géométrie (session 2006)</u>**

1. Groupe opérant sur un ensemble, orbites. Exemples et applications.
2. Groupes abéliens finis, groupes abéliens de type fini. Applications.
3. Sous-groupes discrets de $\mathbb{R}^n$. Réseaux.
4. Groupes finis. Exemples et applications.
5. Sous-groupes distingués, groupes quotients. Exemples et applications.
6. Eléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie.
7. Groupe de permutations d'un ensemble fini. Applications.
8. Groupe linéaire GL(E) d'un espace vectoriel de dimension finie, sous-groupes de GL(E). Applications.
9. Sous-groupes finis de $O(2,\mathbb{R})$, de $O(3,\mathbb{R})$; polygones, polyèdres réguliers.
10. Applications de la théorie des groupes à la géométrie.
11. Congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
12. Nombres premiers. Applications.
13. Equations diophantiennes du 1er degré : $ax+by=c$. Exemples d'équations diophantiennes de degré supérieur.
14. Corps finis. Exemples et applications.
15. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
16. Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
17. Extensions de corps commutatifs. Exemples et applications.
18. Exponentielle complexe, arguments d'un nombre complexe, racines de l'unité.
19. Applications géométriques des nombres complexes.
20. Algèbre des polynômes à n indéterminées ($n > 1$). Polynômes symétriques. Applications.
21. Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme ; résultant. Exemples et applications.
22. Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Exemples et applications.
23. Rang en algèbre linéaire - Méthodes de détermination. Applications.
24. Matrices équivalentes - Matrices semblables.

25. Dualité en algèbre linéaire et en géométrie (on se limitera au cas de la dimension finie). Applications.
26. Déterminant. Applications en algèbre et en géométrie. Exemples de calcul d'un déterminant.
27. Valeurs propres, vecteurs propres d’un endomorphisme d’un espace vectoriel, d’une matrice carrée à coefficients dans un corps (commutatif).
28. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
29. Applications des polynômes d'endomorphisme.
30. Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
31. Formes quadratiques, quadriques. Applications.
32. Formes bilinéaires symétriques, orthogonalité, isotropie. Applications.
33. Espaces vectoriels euclidiens (de dimension finie). Groupe orthogonal.
34. Espaces vectoriels hermitiens (de dimension finie). Groupe unitaire.
35. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).
36. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel hermitien (de dimension finie).
37. Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie, formes réduites. Exemples et applications.
38. Coniques : classification projective, affine, euclidienne. Applications.
39. Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
40. Propriétés affines, propriétés métriques : exemples en géométrie plane.
41. Inversion - Homographies de la droite complexe ; sphère de Riemann. Applications.
42. Exemples d'études de courbes planes ou gauches.
43. Etude des surfaces dans l'espace de dimension 3. Exemples et applications.
44. Propriétés affines locales des courbes. Exemples.
45. Exemples de propriétés projectives et d'éléments à l'infini.
46. Applications de la notion d'angle et de distance en géométrie. Exemples.
47. Cercles dans le plan.
48. Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement (dans un ensemble fini).

- **Rapport de la commission chargée de l’épreuve orale d’algèbre et de géométrie**

Cette année, le jury d'algèbre et géométrie a unanimement constaté l’absence de planches de bon niveau, ce qui s’est traduit par une baisse sensible de la moyenne des notes.

Pour le plan, la plupart des candidats se sont contentés d'une suite de définitions non motivées, de quelques énoncés se limitant souvent à de la paraphrase, et d'exercices anecdotiques en guise d'applications.

Les propositions de thèmes à exposer confirment cette tendance : ce fut, la plupart du temps, des exercices d'intérêt mineur.

Dans l'exposé lui-même, le jury n'a vu aucune démonstration satisfaisante. En particulier, lorsqu'elle reposait sur un calcul, celui-ci a toujours été faux.

Pourtant, curieusement, les réponses aux questions du jury ont souvent montré une certaine maîtrise de la leçon.

Rappelons que le jury attend un plan structuré et cohérent, présentant les définitions et les résultats essentiels de la leçon, c'est-à-dire, tout simplement, un cours dont on omettrait quelques détails. Les applications doivent d'abord être recherchées dans les autres chapitres du programme : leur but est de montrer que le candidat a bien compris l'intérêt et la portée générale des notions qu'il expose. Les exemples doivent être concrets et illustrer la leçon.

D'autre part le candidat doit savoir démontrer tous les théorèmes importants du chapitre. Nous invitons les futurs candidats à systématiquement proposer comme thème au moins une preuve de l'un de ces résultats fondamentaux.

Enfin le choix des leçons a mis en évidence que seuls les chapitres introductifs sont vraiment maîtrisés. De ce fait, les couplages futurs devraient voir diminuer la fréquence des leçons d'introduction, en particulier au profit des leçons de géométrie.

Ces différentes observations ont conduit le jury à penser que les candidats étaient de bon niveau mais que leur préparation avait été faite de façon trop superficielle, négligeant l'apprentissage du programme au profit de la pratique d'exercices d'intérêt inégal. Comme nous le soulignions dans un précédent rapport :

> « Une bonne préparation doit permettre au candidat d'avoir en tête, dès la lecture du couplage et au minimum pour l'une des deux leçons proposées, le canevas général du plan de la leçon. Le choix de deux ou trois ouvrages, qu'il aura utilisés pendant l'année, lui permettra alors d'écrire (et non de recopier) un plan précis et rigoureux. Il est inutile, voire néfaste, d'utiliser une dizaine de livres ou d'en découvrir un nouveau pendant la très courte durée de la préparation ».

Pour les détails portant sur les différentes leçons, nous renvoyons les candidats aux rapports des années antérieures.

- **<u>Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)</u>**

Candidat 01 : Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

(non choisi : applications de la théorie des groupes à la géométrie)

Ensemble très convenable malgré un manque d'exemples regrettable (52/80).

Candidat 02 : Algèbre des polynômes à n indéterminées (n > 1). Polynômes symétriques.

Applications.

(non choisi : cercles dans le plan)

Prestation convenable mais orientée vers des applications anecdotiques assez peu intéressantes. Les calculs faits par le candidat ne sont pas assez fiables (44/80).

Candidat 03 : Groupes finis. Exemples et applications.

(non choisi : formes quadratiques, quadriques. Applications)

Le candidat fait son exposé à voix basse et en tournant le dos au jury. Le plan est insuffisant : il présente quelques exemples isolés et trois énoncés. Les deux thèmes proposés sont trop élémentaires. Les réponses aux questions montrent de graves lacunes. Le candidat affirme que la composée d'une rotation et d'une translation du plan est une réflexion (23/80).

Candidat 04 : Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement (dans un ensemble fini).

(non choisi : sous-groupes finis de $O(2,\mathbb{R})$, de $O(3,\mathbb{R})$; polygones, polyèdres réguliers)

Le plan manque de cohérence. L'exposé d'une question élémentaire (dénombrement des p-cycles sur un ensemble de cardinal n) n'aboutit pas. Les réponses aux questions montrent quelques connaissances et un manque de rigueur (26/80).

Candidat 05 : Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme ; résultant. Exemples et applications.

(non choisi : formes quadratiques, quadriques. Applications)

Le plan est sommaire ; les énoncés proposés et les définitions sont émaillés d'erreurs. Le développement est très élémentaire et n'est pas complètement achevé. Les réponses aux questions montrent que le candidat ne maîtrise pas complètement le sujet (26/80).

Candidat 06 : Groupe de permutations d'un ensemble fini. Applications.

(non choisi : applications de la notion d'angle et de distance en géométrie. Exemples)

Plan et développement sont convenables. Les réponses aux questions sont laborieuses (40/80).

Candidat 07 : Déterminant. Applications en algèbre et en géométrie. Exemples de calcul d'un déterminant.

(non choisi : éléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie)

Le plan est convenable mais les thèmes proposés ne sont pas adaptés (deux exercices anecdotiques alors que le jury attendait des preuves des théorèmes fondamentaux de la leçon). Le développement repose sur un calcul que le candidat ne fait pas correctement. Les réponses aux questions sont laborieuses (38/80).

Candidat 08 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel hermitien (de dimension finie).

(non choisi : exponentielle complexe, arguments d'un nombre complexe, racines de l'unité)

Tout au long de son épreuve, le candidat commet beaucoup d'erreurs ; elles sont rectifiées sur indication du jury. Le plan présente des incohérences et ne met pas en lumière le théorème fondamental. Lors du développement, le jury doit demander des précisions à chaque étape. Assez bonnes réponses aux questions (35/80).

Candidat 09 : Applications des polynômes d'endomorphisme.

(non choisi : applications géométriques des nombres complexes)

Le plan est partiellement hors sujet. Le développement est très bien conduit. Assez bonnes réponses aux questions (56/80).

Candidat 10 : Equations diophantiennes du 1^{er} degré : $ax+by=c$. Exemples d'équations diophantiennes de degré supérieur.

(non choisi : applications de la théorie des groupes à la géométrie)

Les connaissances du candidat sont approximatives. Les énoncés ne sont pas rigoureux ; certains sont même faux. Le développement n'aboutit pas (31/80).

Candidat 11 : Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et contre-exemples.

(non choisi : isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie, formes réduites. Exemples et applications)

Le plan ébauche à peine le sujet. Les connaissances sont insuffisantes pour répondre aux questions (28/80).

Candidat 12 : Groupe opérant sur un ensemble, orbites. Exemples et applications.

(non choisi : dualité en algèbre linéaire et en géométrie (on se limitera au cas de la dimension finie). Applications)

Le plan est très incomplet : le candidat ne s'intéresse qu'à un aspect du sujet (les groupes finis) et ignore totalement les applications à l'algèbre linéaire et la géométrie. Le développement et les réponses aux questions sont, dans l'ensemble, satisfaisants (44/80).

Candidat 13 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Exemples et applications.

(non choisi : congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications)

Le plan est très incomplet ; le développement est maladroit et les réponses aux questions montrent des lacunes. Les raisonnements du candidat sont sûrs et rigoureux (39/80).

Candidat 14 : Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.

(non choisi : propriétés affines locales des courbes. Exemples)

Le plan est réduit au strict minimum (définition de $\mathbb{K}(X)$, décomposition en éléments simples, deux applications), ce qui est très insuffisant. Le candidat bute sur les calculs (ceux de son développement et lors de l'étude d'un exemple issu de son propre plan). Il propose la décomposition en éléments simples réels suivante : $\frac{1}{X^4+1} = \frac{a_1}{X^2-\sqrt{2}X+1} + \frac{a_2X+b_2}{X^2-\sqrt{2}X+1} + \frac{c_1}{X^2+\sqrt{2}X+1} + \frac{c_2X+d_2}{X^2+\sqrt{2}X+1}$,

qui contredit un théorème de son plan (20/80).

VIII. ORAL D’ANALYSE ET PROBABILITES

- **Leçons d’analyse et de probabilités (session 2006)**

1. Parties denses. Illustration par l’approximation des fonctions.
2. Applications en analyse de la notion de compacité.
3. Applications de la notion de connexité.
4. Espaces complets. Exemples et applications.
5. Théorèmes de point fixe. Applications.
6. Prolongements de fonctions. Exemples et applications.
7. Continuité uniforme. Exemples et contre-exemples. Applications.
8. Utilisation de la dénombrabilité en analyse et en probabilités.
9. Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes.
10. Espaces vectoriels normés. Cas de la dimension finie.
11. Espaces préhilbertiens ; espaces de Hilbert. Exemples, applications.
12. Applications du théorème d'inversion locale et du théorème des fonctions implicites.
13. Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Accroissements finis. Exemples et applications.
14. Etude locale de courbes et de surfaces.
15. Différentes formules de Taylor, majoration des restes. Applications.
16. Problèmes d’extremum.
17. Equations différentielles $y' = f(x,y)$; exemples d’études qualitatives.
18. Equations différentielles autonomes $y' = f(y)$ en dimension finie. Trajectoires. Comportement au voisinage d’un point d’équilibre.
19. Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.
20. Comportement d'une suite définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.
21. Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.
22. Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
23. Séries de nombres réels ou complexes: convergence, convergence absolue, comportement des restes ou des sommes partielles. Exemples.
24. Intégrale d’une fonction d’une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples.
25. Interversion d’une limite et d’une intégrale. Exemples et applications.
26. Exemples de calculs d’intégrales de fonctions d’une ou de plusieurs variables réelles.

27. Intégrales impropres. Exemples.
28. Fonctions définies par une intégrale dépendant d’un paramètre. Exemples et applications.
29. Transformation de Fourier et produit de convolution. Applications.
30. Suites et séries de fonctions. Différentes notions de convergence. Propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.
31. Exemples d'étude et d’utilisation de fonctions définies par des séries.
32. Séries entières : convergence, propriétés de la somme. Exemples et applications.
33. Développement d’une fonction en série entière, fonctions analytiques. Exemples et applications.
34. Fonctions d'une variable complexe, holomorphie. Exemples et applications.
35. Séries de Fourier. Développement d'une fonction périodique. Exemples et applications.
36. Exemples de problèmes d’interversion de limites.
37. Répétition d'épreuves indépendantes. Jeu du pile ou face.
38. Loi binomiale, loi de Poisson. Estimation d’une proportion. Applications.
39. Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.
40. Probabilités conditionnelles (on pourra se limiter au conditionnement par un événement de probabilité non nulle). Exemples, applications.
41. Théorèmes limites en calcul des probabilités.
42. Convergence commutative des séries. Séries doubles. Produits infinis.
43. Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles et étude de ces équations.
44. Donner une construction de $\mathbb{R}$ et en déduire ses principales propriétés.
45. Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.
46. Comparaison d’une série et d’une intégrale. Exemples et applications.

- **<u>Rapport de la commission chargée de l’épreuve orale d’analyse et de probabilités</u>**

L’épreuve orale se déroule en trois parties : d’abord le plan qui constitue une leçon sur le sujet choisi par le candidat, puis le développement d’un thème du plan choisi par le jury parmi les deux ou trois propositions du candidat, enfin les réponses aux questions variées du jury.

Les remarques des rapports précédents semblent avoir été lues car les plans sont mieux organisés et mieux présentés, avec les candidats qui se tournent vers le jury et qui énoncent clairement leurs résultats. La principale déception vient maintenant de la faiblesse en terme de niveau de la plupart des plans. Il faudrait mentionner l’ensemble des résultats classiques relatifs au sujet choisi, fournir des applications intéressantes et des exemples ou contre-exemples pertinents. Le détail des démonstrations de tous ces résultats n’est pas exigible mais le candidat doit en connaître les grandes lignes ou les idées clefs. Une ou plusieurs années de formation sont sûrement indispensables pour atteindre un tel niveau, les trois heures de préparation en salle avant le passage à l'oral ne suffisent pas.

Le jury d'analyse a écouté cette année plusieurs développements de qualité. Les quelques mauvaises notes concernent des calculs mal menés ou des démonstrations qui n'aboutissent pas. Le fait de présenter un thème sans intérêt ou hors sujet est évidemment pénalisé. On ne peut pas non plus se limiter à l'application d'un théorème qui ne figure pas dans le plan et dont la démonstration ne peut même pas être esquissée.

Les questions posées par le jury, troisième étape de l'oral, permettent au candidat de montrer ses connaissances dans les domaines en relation avec le thème de la leçon. Il peut être amené à éclaircir des points obscurs du développement, à compléter des résultats oubliés dans le plan, à résoudre un petit exercice en rapport avec le développement ou illustrant une notion du plan. On attend des candidats réflexion, initiative et rigueur.

Les domaines posant le plus de difficultés aux candidats et qui par ce fait méritent plus d'attention et de travail sont ceux de la variable complexe et des équations différentielles. Certains sujets sont évités comme les années précédentes, en particulier la connexité ou le calcul des probabilités. Mais les candidats devraient se méfier tout autant des sujets qui semblent plus simples : séries entières, formules de Taylor, espaces de Hilbert… La facilité n'est qu'apparente et les subtilités ne manquent pas.

En conclusion nous pouvons tempérer les critiques précédentes en signalant la bonne impression que nous ont laissée plusieurs candidats et remarquer que la moyenne et la répartition des notes pour l'oral d'analyse sont assez voisines de celles des années passées.

- **Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)**

Candidat 01 : Différentes formules de Taylor, majoration des restes. Applications.

(non choisi : répétition d'épreuves indépendantes. Jeu du pile ou face)

Plan insuffisant, car sans motivation, sans illustration, sans application géométrique. Le développement montre que le candidat confond différentielle et dérivée ou tout du moins ne sait pas exposer clairement le lien entre ces deux concepts. Les questions montrent quelques lacunes, et particulier sur les extremums d'une fonction réelle (30/80).

Candidat 02 : Equations différentielles y'=f(x,y) ; exemples d'études qualitatives.

(non choisi : séries de nombres réels ou complexes: convergence, convergence absolue, comportement des restes ou des sommes partielles. Exemples)

Plan ne répondant pas vraiment au sujet (pas d'ex. d'études), comprenant des erreurs sur les concepts utilisés (notion de solution maximale, notion d'orbite). Le développement est massacré. Réponses peu précises aux *questions, le candidat ne réussit pas à intégrer rigoureusement une équation aussi simple que $y' = y^2$ (sur $\mathbb{R}$) (20/80).*

Candidat 03 : Développement d'une fonction en série entière, fonctions analytiques. Exemples et applications.

(non choisi : étude locale de courbes et de surfaces.)

Plan mal structuré, la première partie ne concerne que le développement en série entière de fonctions d'une variable <u>réelle</u>, alors que la seconde partie ne s'intéresse qu'aux fonctions analytiques de la variable <u>complexe</u>. Le développement sur la fonction d'Euler est bien mené mais s'appuie sur un théorème clef qui ne figure pas dans le plan. Bonnes réponses aux questions variées du jury (41/80).

Candidat 04 : Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.

(non choisi : fonctions d'une variable complexe, holomorphie. Exemples et applications)

Plan donnant principalement des exemples. Les résultats essentiels sur les développements limités sont omis. Développement comportant deux exercices qui sont liés, ce que ne voit pas le candidat. Calculs correctement menés. Réponses hésitantes aux questions, même sur des points faciles et basiques comme le lien entre dérivabilité et existence d'un développement limité à l'ordre 1 (30/80).

Candidat 05 : Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

(non choisi : utilisation de la dénombrabilité en analyse et en probabilités)

Plan incomplet (manque le résultat de convergence dominée et le cas des intégrales semi-convergentes). Développement laborieux car la candidate perd beaucoup de temps sur des petits détails. Des réponses aux questions (41/80).

Candidat 06 : Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.

(non choisi : théorèmes limites en calcul des probabilités)

Plan substantiel, développement d'une propriété intéressante. Bonnes réponses aux questions, le candidat connaît correctement le sujet et sait exposer clairement les résultats demandés (59/80).

Candidat 07 : Suites et séries de fonctions. Différentes notions de convergence. Propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.

(non choisi : Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes)

Plan minimal, oubliant des résultats importants (convergence dominée, normes L^1, L^2,…). Le développement est bien mené. Des réponses correctes aux questions (48/80).

Candidat 08 : Espaces complets. Exemples et applications.

(non choisi : applications du théorème d'inversion locale et du théorème des fonctions implicites)

Plan substantiel, développement sur la propriété de Baire correctement mené pour la partie théorique mais massacré pour l'application proposée. Des réponses aux questions (45/80).

Candidat 09 : Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Accroissements finis. Exemples et applications.

(non choisi : exemples d'étude et d'utilisation de fonctions définies par des séries)

Plan mal organisé et difficile à lire. Développement difficile à suivre mais correct. Le candidat connaît bien des choses sur le sujet mais il ne les expose pas clairement. Manque de pédagogie (36/80).

Candidat 10 : Séries entières : convergence, propriétés de la somme. Exemples et applications.

(non choisi : donner une construction de $\mathbb{R}$ et en déduire ses principales propriétés)

Plan bien présenté, comportant les résultats essentiels. Bon développement sur le théorème taubérien. Peu d'exemples dans le plan donc le jury lui en propose plusieurs à étudier…lors des questions. Réponses satisfaisantes dans l'ensemble (56/80).

Candidat 11 : Applications en analyse de la notion de compacité.

(non choisi : comportement d'une suite définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples)

Plan catalogue de résultats sur la compacité. Développement de niveau minimal. Peu de réponses aux questions. Le candidat ne maîtrise pas la plupart des résultats proposés dans le plan (30/80).

Candidat 12 : Comparaison d'une série et d'une intégrale. Exemples et applications.

(non choisi : loi binomiale, loi de Poisson. Estimation d'une proportion. Applications)

Le candidat perd beaucoup de temps à s'intéresser à des détails et ne finit pas l'exposé de son plan en 15 minutes. Il ne finit pas non plus les calculs d'intégrales du développement. Quelques réponses satisfaisantes, d'autres erronées (39/80).

Candidat 13 : Problèmes d'extremum.

(non choisi : théorèmes de point fixe. Applications)

Plan répondant au sujet. Développement bien conduit, exposé avec rigueur et clarté. Manque de dextérité dans les calculs explicites nécessaires pour répondre aux questions (57/80).

Candidat 14 : Espaces préhilbertiens; espaces de Hilbert. Exemples, applications

(non choisi : intégrale d'une fonction d'une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples)

Plan donnant les propriétés essentielles sur les espaces préhilbertiens et hilbertiens. Le candidat se limite au cas réel mais il sait répondre aux questions posées sur le cas du corps de base égal à $\mathbb{C}$*. Le candidat expose correctement le plan choisi par le jury. Les réponses aux questions sont hésitantes, maladroites parfois (38/80).*

IX. ORAL DE MODELISATION ET CALCUL SCIENTIFIQUE

- **<u>Leçons de modélisation et calcul scientifique (session 2006)</u>**

1. Appliquer et comparer des méthodes numériques et/ou symboliques de réduction de matrices.
2. Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Application(s).
3. Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison de ces méthodes.
4. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équation ou de systèmes d'équations non linéaires.
5. Donner un ou des résultats relatifs à l'approximation ou l'interpolation de fonctions. Application(s).
6. Utiliser et comparer des méthodes de factorisation et de recherche des racines d'un polynôme.
7. Problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Application(s).
8. Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Application(s).
9. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.
10. Exemple de propriétés qualitatives d'une équation différentielle ou d'un système d'équations différentielles. Interprétation sur un ou des exemples.
11. Méthodes de résolution d'un problème de minimisation d'une fonction d'une ou de plusieurs variables réelles. Application(s).
12. Application de la transformation ou des séries de Fourier.
13. Problèmes liés à la représentation et au tracé de courbes et surfaces.
14. Dépendance relativement à un paramètre d'une équation ou d'un système d'équations. Application(s).
15. Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite de nombres réels. Calcul approché de la limite.
16. PGCD, PPCM, théorème de Bézout, algorithmes de calcul. Application(s).
17. Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Exemples d'applications.
18. Méthodes de calcul du rang d'une matrice. Exemples et application(s).

19. Méthodes d’approximation des solutions d’une équation f(x) = 0. Exemples et application(s).
20. Illustrer à l’aide d’exemples l’utilisation des congruences et des corps finis.
21. Problèmes de dénombrement. Exemples d’application.
22. Applications de la notion de convexité.

- **<u>Rapport de la commission chargée de l’épreuve orale de modélisation et calcul scientifique</u>**

Objectifs

Nous rappelons que l’épreuve orale de modélisation et calcul scientifique donne aux candidats la possibilité de montrer leur capacité à :

- modéliser une situation ou un problème ;
- choisir des outils mathématiques permettant de *calculer* une solution ;
- évaluer la complexité et la précision des algorithmes utilisés ;
- mettre en œuvre ces algorithmes, sur des exemples de difficulté raisonnable, à l’aide de logiciels de calcul numérique ou formel.

Le jury fonde donc son appréciation de la prestation du candidat sur l’examen des points suivants :

- la conception et l’organisation générales de la séance, la rigueur et la qualité de sa progression, la clarté et le sens pédagogique du candidat ;
- la pertinence de la modélisation et sa mise en œuvre ;
- la qualité du contenu mathématique et son utilité par rapport aux calculs à réaliser ;
- les capacités de dialogue du candidat, son adaptabilité tant à l’égard d’une question posée que pour modifier un détail d’un programme informatique ;
- la qualité de la mise en œuvre informatique.

Recommandations et constats

Il ne s’agit pas, comme dans une leçon traditionnelle, de présenter le plan d’un cours, puis d’en exposer une partie, avant de répondre aux questions du jury. On ne demande donc pas au candidat la démonstration de tous les théorèmes qu’il énonce, mais il peut choisir de démontrer un point important. Le jury peut aussi lui demander de démontrer certains résultats. Il ne faut ni transformer cette épreuve en une épreuve purement théorique ni en une épreuve où la rigueur mathématique est absente. Nous attendons donc du candidat un exposé clair, rigoureux et mathématiquement correct.

Les résultats énoncés (théorèmes ou algorithmes) doivent s’enchaîner de manière cohérente et montrer en quoi ils sont utiles pour les applications traitées. Les candidats doivent aussi comparer les méthodes en terme de coût et de complexité et expliquer lesquelles utiliser selon le type de problème à traiter. En effet, trop souvent les candidats alignent des suites de méthodes sans expliquer en quoi elles sont différentes et pourquoi il les présente. Par exemple, le candidat passe d’un théorème à l’autre sans aucun lien ni explications. Il faut aussi que les candidats expliquent en quoi leur présentation traite bien la leçon choisie car cela n’apparaît pas toujours de façon évidente.

Les applications ont été souvent absentes des exposés et inexistantes en dehors du domaine des mathématiques. Quelques exemples de modélisation, même simples, choisis dans des domaines variés des sciences doivent être traités par le candidat comme illustration.

Tous les candidats ont utilisé l'outil informatique en présentant un ou plusieurs programmes en rapport avec le sujet de leur exposé. Cependant, un grand nombre de candidat ont recopié des programmes tout faits que l'on trouve dans certains livres, sans les avoir compris et donc en étant incapables d'en expliquer le fonctionnement. De plus, très souvent, l'objectif de ces livres est éloigné du calcul scientifique ou numérique et les programmes présentés sont peu ou pas adaptés à l'épreuve de modélisation. Il est clair que dans ces cas le jury ne peut qu'attribuer une mauvaise note à ces présentations informatiques.

Enfin, nous avons remarqué cette année que l'épreuve de modélisation avait peu ou pas été préparée. Cette épreuve n'est pas une épreuve classique de mathématiques et elle demande une préparation soigneuse et adaptée sous peine de mauvais résultats. Il est donc indispensable qu'une préparation approfondie soit offerte à tous les étudiants.

- **<u>Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)</u>**

Candidat 01 : Appliquer et comparer des méthodes numériques et/ou symboliques de réduction de matrices.

(non choisi : étude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite de nombres réels. Calcul approché de la limite)

Présentation au tableau pas structurée. Pas de résultat rigoureusement énoncé. Mais une présentation informatique correcte (28/80).

Candidat 02 : Exemple de propriétés qualitatives d'une équation différentielle ou d'un système d'équations différentielles. Interprétation sur un ou des exemples.

(non choisi : appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations ou de systèmes d'équations non linéaires)

Présentation hors sujet avec des lacunes mathématiques. Réactivité moyenne. Application informatique faible (20/80).

Candidat 03 : Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations ou de systèmes d'équations non linéaires.

(non choisi : problèmes de dénombrement. Exemples d'application)

Le cadre théorique choisi pour la leçon n'est pas toujours maîtrisé. Réactivité correcte. Présentation informatique personnelle et correcte (46/80).

Candidat 04 : Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite de nombres réels. Calcul approché de la limite.

(non choisi : conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Application(s).)

Peu de résultats précis énoncés. Réactivité moyenne. Présentation de programmes mathématiques que le candidat a du mal à expliquer (31/80).

Candidat 05 : Méthodes d'approximation des solutions d'une équation f(x) = 0. Exemples et application(s).

(non choisi : PGCD, PPCM, théorème de Bézout, algorithmes de calcul. Application(s))

Présentation élémentaire pas toujours maîtrisée. Aucune application machine n'est aboutie (22/80).

Candidat 06 : Appliquer et comparer des méthodes numériques et/ou symboliques de réduction de matrices.

(non choisi : problèmes liés à la représentation et au tracé de courbes et surfaces)

Le candidat a voulu faire une leçon exhaustive mais presque tous les résultats étaient incomplets ou faux. Présentation informatique que le candidat n'a pas comprise (16/80).

Candidat 07 : Méthodes d'approximation des solutions d'une équation f(x) = 0. Exemples et application(s).

(non choisi : applications de la notion de convexité)

Présentation trop élémentaire mais très bonne réactivité. Présentation informatique moyenne (42/80).

Candidat 08 : Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Applications.

(non choisi : opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Exemples d'applications)

Présentation dans un cadre très général et théorique mal maîtrisé, sans aucune illustration numérique. Application informatique presque inexistante. Réactivité souvent correcte (26/80).

Candidat 09 : Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Application(s).

(non choisi : problèmes liés à la représentation et au tracé de courbes et surfaces)

Présentation élémentaire manquant de développements. Réactivité moyenne. Présentation informatique assez consistante (40/80).

Candidat 10 : Donner un ou des résultats relatifs à l'approximation ou l'interpolation de fonctions. Application(s).

(non choisi : méthodes de résolution d'un problème de minimisation d'une fonction d'une ou de plusieurs variables réelles. Application(s))

Présentation ambitieuse, incomplètement dominée et parfois confuse. Le candidat semble avoir des connaissances qu'il a du mal à mettre en forme. Application machine non aboutie (39/80).

Candidat 11 : Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équation ou de systèmes d'équations non linéaires.

(non choisi : applications de la notion de convexité)

Présentation de résultats élémentaires sans rigueur ni justification. Quelques illustrations informatiques personnelles (21/80).

Candidat 12 : Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.

(non choisi : exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison de ces méthodes)

Exposé très clair mais incomplet avec peu d'énoncés précis de résultats mathématiques. Bonne réactivité. Application machine convenable (48/80).

Candidat 13 : Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.

(non choisi : méthodes de calcul du rang d'une matrice. Exemples et application(s))

Présentation très générale sans exemples Le candidat a manifestement des connaissances qu'il ne met pas en forme. Application informatique inexistante (32/80).

Candidat 14 : Donner un ou des résultats relatifs à l'approximation ou l'interpolation de fonctions. Application(s).

(non choisi : appliquer et comparer des méthodes numériques et/ou symboliques de réduction de matrices)

Présentation mal dominée. Peu de réponses aux questions. Application informatique non comprise (24/80).

AGREGATION DE MATHEMATIQUES

SESSION 2007

ORGANISATION DES EPREUVES ORALES

Liste des leçons

La liste des leçons est ouverte. Le jury se réserve le droit de supprimer certaines leçons et d'en ajouter d'autres tout en respectant le programme des épreuves orales.

ORAL D’ALGEBRE ET DE GEOMETRIE

Liste des leçons : session 2007

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d’autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Groupes opérant sur un ensemble, orbites. Exemples et applications, notamment géométriques.
2. Groupes abéliens finis, groupes abéliens de type fini. Applications.
3. Sous-groupes discrets de $\mathbb{R}^n$. Réseaux.
4. Groupes finis. Exemples et applications.
5. Sous-groupes distingués, groupes quotients. Exemples et applications.
6. Eléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie.
7. Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
8. Groupe linéaire GL(E) d'un espace vectoriel de dimension finie, sous-groupes de GL(E). Applications.
9. Sous-groupes finis de $O(2,\mathbb{R})$, de $O(3,\mathbb{R})$; polygones, polyèdres réguliers.
10. Applications de la théorie des groupes à la géométrie.
11. Congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
12. Nombres premiers. Applications.
13. Equations diophantiennes du 1er degré : $ax+ by = c$. Exemples d’équations diophantiennes de degré supérieur.
14. Corps finis. Exemples et applications.
15. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
16. Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
17. Extensions de corps commutatifs. Exemples et applications.
18. Arguments d'un nombre complexe. Racines de l'unité, polygones réguliers.
19. Applications géométriques des nombres complexes.
20. Algèbre des polynômes à n indéterminées (n > 1). Polynômes symétriques. Applications.
21. Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme; résultant. Exemples et applications.

22. Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Théorèmes fondamentaux. Exemples et applications.
23. Rang en algèbre linéaire. Méthodes de détermination. Applications.
24. Matrices équivalentes. Matrices semblables.
25. Dualité en algèbre linéaire et en géométrie (on se limitera au cas de la dimension finie). Applications.
26. Déterminants. Théorie et calcul. Applications en algèbre et en géométrie.
27. Valeurs propres, vecteurs propres d’un endomorphisme d’un espace vectoriel, d’une matrice carrée à coefficients dans un corps (commutatif).
28. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
29. Applications des polynômes d'endomorphisme.
30. Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
31. Formes quadratiques, quadriques. Applications.
32. Formes bilinéaires symétriques, orthogonalité, isotropie. Applications.
33. Espaces vectoriels euclidiens (de dimension finie). Groupe orthogonal.
34. Espaces vectoriels hermitiens (de dimension finie). Groupe unitaire.
35. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.
36. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel hermitien de dimension finie.
37. Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie, formes réduites. Exemples et applications.
38. Coniques : classification projective, affine, euclidienne. Applications.
39. Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
40. Propriétés affines, propriétés métriques: exemples en géométrie plane.
41. Inversion - Homographies de la droite complexe; sphère de Riemann. Applications.
42. Exemples d'études de courbes planes ou gauches.
43. Etude des surfaces dans l'espace de dimension 3. Exemples et applications.
44. Propriétés affines locales des courbes. Exemples.
45. Exemples de propriétés projectives et d'éléments à l'infini.
46. Applications de la notion d'angle et de distance en géométrie. Exemples.
47. Cercles dans le plan.
48. Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement dans un ensemble fini.

ORAL D’ANALYSE

Liste des leçons : session 2007

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d’autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Parties denses. Illustration par l’approximation des fonctions.
2. Applications en analyse de la notion de compacité.
3. Applications de la notion de connexité.
4. Espaces complets. Exemples et applications.
5. Théorèmes de point fixe. Applications.
6. Prolongements de fonctions. Exemples et applications.
7. Continuité uniforme. Exemples et contre-exemples. Applications.
8. Utilisation de la dénombrabilité en analyse et en probabilités.
9. Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes.
10. Espaces vectoriels normés. Cas de la dimension finie.
11. Espaces préhilbertiens; espaces de Hilbert. Exemples, applications.
12. Applications du théorème d'inversion locale et du théorème des fonctions implicites.
13. Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Accroissements finis. Exemples et applications.
14. Etude locale de courbes et de surfaces.
15. Différentes formules de Taylor, majoration des restes. Applications.
16. Problèmes d’extremum.
17. Equations différentielles $y' = f(x,y)$; exemples d’études qualitatives.
18. Equations différentielles autonomes $y' = f(y)$ en dimension finie. Trajectoires. Comportement au voisinage d’un point d’équilibre.
19. Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.
20. Comportement d'une suite définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.
21. Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.
22. Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
23. Séries de nombres réels ou complexes: convergence, convergence absolue, comportement des restes ou des sommes partielles. Exemples.

24. Intégrale d’une fonction d’une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples.
25. Interversion d’une limite et d’une intégrale. Exemples et applications.
26. Exemples de calculs d’intégrales de fonctions d’une ou de plusieurs variables réelles.
27. Intégrales impropres. Exemples.
28. Fonctions définies par une intégrale dépendant d’un paramètre. Exemples et applications.
29. Transformation de Fourier et produit de convolution. Applications.
30. Suites et séries de fonctions. Différentes notions de convergence. Propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.
31. Exemples d'étude et d’utilisation de fonctions définies par des séries.
32. Séries entières : convergence, propriétés de la somme. Exemples et applications.
33. Développement d’une fonction en série entière, fonctions analytiques. Exemples et applications.
34. Fonctions d'une variable complexe, holomorphie. Exemples et applications.
35. Séries de Fourier. Développement d'une fonction périodique. Exemples et applications.
36. Exemples de problèmes d’interversion de limites.
37. Répétition d'épreuves indépendantes. Jeu du pile ou face.
38. Loi binomiale, loi de Poisson. Estimation d’une proportion. Applications.
39. Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.
40. Probabilités conditionnelles (on pourra se limiter au conditionnement par un événement de probabilité non nulle). Exemples, applications.
41. Théorèmes limites en calcul des probabilités.
42. Convergence commutative des séries. Séries doubles. Produits infinis.
43. Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles et étude de ces équations.
44. Donner une construction de $\mathbb{R}$ et en déduire ses principales propriétés.
45. Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.
46. Comparaison d’une série et d’une intégrale. Exemples et applications.

ORAL DE MODELISATION ET DE CALCUL SCIENTIFIQUE

Liste des leçons : session 2007

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d'autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Appliquer et comparer des méthodes numériques de recherche de valeurs et vecteurs propres. Application(s).
2. Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Application(s).
3. Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.
4. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations ou de systèmes d'équations non linéaires.
5. Donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s).
6. Utiliser et comparer des méthodes de factorisation et de recherche des racines d'un polynôme.
7. Problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Application(s).
8. Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Application(s).
9. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.
10. Exemple de propriétés qualitatives d'une équation différentielle ou d'un système d'équations différentielles. Interprétation sur un ou des exemples.
11. Méthodes de résolution d'un problème de minimisation d'une fonction d'une ou de plusieurs variables réelles. Application(s).
12. Application de la transformation ou des séries de Fourier.
13. Problèmes liés à la représentation et au tracé de courbes et de surfaces.
14. Dépendance relativement à un paramètre d'une équation ou d'un système d'équations. Application(s).
15. Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite de nombres réels. Calcul approché de la limite.

16. PGCD, PPCM, théorème de Bezout, algorithmes de calcul. Application(s).
17. Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Exemples d'application.
18. Méthodes de calcul du rang d'une matrice. Exemples et application(s).
19. Méthodes d'approximation des solutions d'une équation f(x)=0. Exemples et application(s).
20. Illustrer à l'aide d'exemples l'utilisation des congruences et des corps finis.
21. Problèmes de dénombrement. Exemples d'application.
22. Applications de la notion de convexité.