ROYAUME DU MAROC

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

AGREGATION DE MATHEMATIQUES

SESSION 2007

Par Monsieur KERKOUR AHMED
Professeur de l'Enseignement Supérieur
Président du Jury

I. COMPOSITION DU JURY

M. KERKOUR AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Université Mohamed V. **Président**.
M. MOUSSA JEAN	Inspecteur Général de l'Education Nationale. Paris. **Vice-Président.**
M. LBEKKOURI ABOUBAKR	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Rabat. **Vice-Président.**
M. ALBERT LUC	Professeur de Chaire Supérieure. Lycée Masséna. Nice.
M. ANTETOMASO RICHARD	Professeur de Chaire Supérieure. Spéciale MP*. Lycée Saint-Louis. Paris.
M. BELHOUARI AZIZ	Professeur agrégé. 2^{e} année MP. Lycée Mohamed V. Casablanca.
M. CHEVALLIER JEAN-MARIE	Maître de conférences. Université d'Orléans.
M. DORRA FRANCIS	Professeur de Chaire Supérieure. Spéciale MP*. Lycée Fénelon. Paris.
M. EL FATEMI MOHAMED	Professeur agrégé en classes préparatoires 2^{e} année MP. CPR Tanger
M. ELKHARROUBI AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Casablanca Aïn Chok.
M. EL MOUNTASSIR DRISS	Professeur agrégé en classes préparatoires PC SI Marrakech.
M. HBA AHMED	Professeur de l'Enseignement Supérieur. Faculté des Sciences de Casablanca Aïn Chok.
M. ROUX DANIEL	Maître de Conférences. Université B. Pascal. Clermont-Ferrand.

II. DEROULEMENT DES EPREUVES

L'écrit de l'agrégation marocaine de mathématiques est sous la responsabilité du jury de l'agrégation française. Les épreuves sont identiques pour tous les candidats marocains et français ; les copies sont corrigées dans les mêmes conditions d'évaluation et d'anonymat.

Les délibérations pour l'admissibilité (pour tous les candidats français et marocains) ont eu lieu le samedi 02 juin 2007 au Lycée Marcelin Berthelot à Saint-Maur des Fossés (Paris) sous la présidence de Monsieur le Doyen Jacques Moisan, président du jury de l'agrégation externe française de mathématiques ; l'anonymat a été levé en présence du président du jury de l'agrégation marocaine de mathématiques.

Les épreuves orales se sont déroulées à Casablanca du lundi 11 juin au vendredi 15 juin 2007 au Centre de Préparation aux Agrégations Scientifiques, Annexe de l'Ecole Normale Supérieure de Casablanca.

Nombre de candidats inscrits : 3337 dont 68 Marocains et 250 Tunisiens.
Nombre de candidats marocains présents à toutes les épreuves écrites : 55.
Nombre de candidats tunisiens présents à toutes les épreuves écrites : 104.
Nombre de candidats admissibles : 598 Français ; 11 Marocains ; 12 Tunisiens.

III. RESULTATS GENERAUX

Les candidats marocains présentent deux catégories :

- Les candidats officiels : étudiants de troisième année de préparation à l'agrégation présentés par les Ecoles Normales Supérieures de Fes et de Rabat.

- Les candidats libres. Il y a deux types de candidats libres :

  1) Les anciens étudiants de deuxième année du Centre de Préparation aux Agrégations Scientifiques de Casablanca qui n'ont pas utilisé toutes les sessions qui leur sont accordées par les dispositions ministérielles quant au concours d'agrégation.

  2) Les anciens étudiants du nouveau cycle préparatoire qui ont été ajournés l'an dernier.

Candidats marocains inscrits pour les épreuves écrites	68 { Candidats officiels : 45 (11 de Fès, 15 de Marrakech, 19 de Rabat) Candidats libres: 23
Candidats marocains présents à toutes les épreuves écrites	55 { Candidats officiels : 42 (10 de Fès, 15 de Marrakech, 17 de Rabat) Candidats libres: 13
Candidats admissibles	11 { Candidats officiels : 6 (1 de Fès, 3 de Marrakech, 2 de Rabat) Candidats libres : 5 (1 de Fès, 1 de Marrakech, 1 de Rabat, 2 de Casa)
Candidats admis	8 { Candidats officiels : 4 (1 de Fès, 3 de Marrakech) Candidats libres : 4 (1 de Fès, 1 de Marrakech, 1 de Rabat, 1 de Casa)

Tableau 1 – Résultats généraux de la session 2007

Classes préparatoires :

Après délibération spéciale, le jury propose pour les classes préparatoires les trois candidats suivants, par ordre de mérite:

1) FIRZI MOHAMED
2) EL AMIRI AHMED
3) AQALMOUN MOHAMED.

IV. SOMMAIRE SUR LES NOTES OBTENUES

1. Répartition des notes des épreuves écrites :

On donne ci-dessous et pour chaque épreuve écrite la suite par ordre décroissant des notes obtenues par les candidats admissibles marocains.

- Mathématiques Générales (notes sur 20) :

  9,25 – 9 – 9 – 8,5 – 8,25 – 7,75 – 7,75 – 7,5 – 7,5 – 6,75 – 6,25.

- Analyse et Probabilités (notes sur 20) :

  15 – 14,25 – 13 – 11,5 – 11,25 – 10,5 – 10,25 – 10 – 9,75 – 9,25 – 7,75.

- Total Ecrit sur 40 :

  Candidats admissibles :
  24 – 22,75 – 20,75 – 19 – 19 – 18,5 – 18,5 – 17,5 – 16,75 – 16,75 – 16,5.

  Candidats non admissibles :
  16 – 15,75 – 15,75 – 15,25 – 15,25 – 15 – 14,5 – 14 – 13,75 – 13,5 – 13,25 – 13 – 12,5 – 12,5 – 12,5 – 12,25 – 12 – 11,75 – 11,75 – 11,5 – 11 – 11 – 10,75 – 9,5 – 9,5 – 9,25 – 9,25 – 9 – 9 – 8,5 – 8,25 – 8 – 7,75 – 7,5 – 7,25 – 7 – 6 – 6 – 4,75 – 4,5 – 4,25 – 3,75 – 3,5.

Le jury de l'agrégation française de mathématiques avait fixé pour tous les candidats la barre d'admissibilité à 16,5/40.

Répartition du classement par ordre croissant des étudiants marocains admissibles sur 2000 candidats :

150 – 206 – 292 – 395 – 395 – 436 – 436 – 520 – 570 – 570 – 593.

Moyenne générale pour chaque épreuve de l'écrit :

La moyenne générale sur 20 pour chaque épreuve de l'écrit des 11 candidats marocains admissibles est comme suit :

- Mathématiques Générales : 7,95 sur 20
- Analyse et Probabilités : 11,11 sur 20

On voit que c'est l'épreuve d'algèbre qui a porté préjudice aux candidats marocains.

2. Moyenne générale pour chaque épreuve de l'oral :

Remarque : un candidat admissible ne s'est pas présenté aux épreuves d'oral pour cause de maladie d'après lui.

La moyenne générale sur 80 pour chaque épreuve orale des 11 candidats admissibles est comme suit :

- Algèbre : 39
- Analyse : 42,7
- Modélisation et calcul scientifique : 41,2

La moyenne générale sur 80 pour chaque épreuve orale des 8 candidats admis est comme suit :

- Algèbre : 45
- Analyse : 45,1
- Modélisation et calcul scientifique : 46

3. Répartition du total «écrit + oral » sur 400, des étudiants admis :

258 – 250 – 235 – 218 – 195 – 188 – 187 - 186

4. Tableau comparatif :

Le tableau ci-dessous comporte les résultats du premier admissible marocain et du dernier admissible marocain ainsi que ceux du premier et du dernier admis.

Candidats	Total de l'écrit sur 160	Rang à l'écrit sur 2000	Total général sur 400	Rang général sur 11 admissibles
Le premier admissible marocain	96	150	258	1er
Le dernier admissible marocain	66	593	163	9 (ajourné)
Le premier admis	96	150	258	1er
Le dernier admis	76	395	186	8

Tableau 2 – Tableau comparatif de la session 2007

V. COMMENTAIRES GENERAUX

Pour le détail complet des commentaires généraux, se référer au document à publication interne.

Annexe I – Session 2006

Nombre d'inscrits dans l'agrégation externe française de mathématiques: 3104 comprenant 50 Marocains et 205 Tunisiens.
Absents : 1101 – Recalés : 1356 – Eliminés : 10 (copies blanches) – Admissibles : 595 Français, 15 Marocains et 27 Tunisiens.

<u>Situation des Marocains</u> :

Candidats inscrits pour les épreuves écrites	50	Candidats officiels (ENS Rabat et Fès) : Anciens étudiants de 2^e^ année du Centre de Casablanca : Titulaires du DES et Doctorats:	20 10 20
Candidats présents à toutes les épreuves écrites	38	Candidats officiels (ENS Rabat et Fès) : Anciens étudiants de 2^e^ année du Centre de Casablanca : Titulaires du DES et Doctorats:	20 9 9
Candidats admissibles	15	Candidats officiels (5 ENS Rabat 5 ENS Fès) : Anciens étudiants de 2^e^ année du Centre de Casablanca : Titulaires du DES et Doctorats: (titulaire d'un doctorat français)	10 4 1
Candidats admis	8	Candidats officiels (3 de Rabat et 2 de Fès) : Anciens étudiants de 2^e^ année du Centre de Casablanca :	5 3

Remarques sur les candidats tunisiens :

Les Tunisiens présentent d'année en année de plus en plus de candidats. Au début, ils avaient à peine 5 ou 7 admissibles. L'année dernière, il y avait 92 candidats dont 28 admissibles. Cette année, il y avait 205 inscrits pour le concours et ils ont eu 27 admissibles. Traditionnellement, le niveau mathématique au Maroc est plus élevé qu'en Tunisie. Mais ces dernières années, le ministère tunisien a choisi de donner des facilités à un nombre maximum d'étudiants et de professeurs pour préparer le concours (ou se présenter au concours). Ainsi, il contribue à améliorer de plus en plus le niveau de leurs enseignants ou étudiants même quand ces derniers échouent.

De toutes les façons, le nombre de Tunisiens admissibles est relativement important quand on sait que la population de Tunisie représente à peu près le 1/4 de la population du Maroc.

Pour la session 2007*:*

Nombre de candidats inscrits : 3337 dont 68 Marocains et 250 Tunisiens.
Nombre de candidats marocains présents à toutes les épreuves écrites : 55.
Nombre de candidats tunisiens présents à toutes les épreuves écrites : 104.
Nombre de candidats admissibles : 598 Français ; 11 Marocains ; 12 Tunisiens.

Annexe II

Tableau récapitulatif des candidats admis à l'agrégation de mathématiques depuis la création de l'agrégation.

Année	Nombre de candidats marocains	Nombre de candidats admissibles	Nombre de candidats admis
1988	8	7	3
1989	17	17	10
1990	29	23	16
1991	28	27	21
1992	27	27	24
1993	24	22	19
1994	24	22	19
1995	32	24	20
1996	36	22	20
1997	22	15	15
1998	28	11	11
1999	34	20	18
2000	37	14	13
2001	44	21	16
2002	38	22	16
2003	37	28	18
2004	34	28	14
2005	25	20	11
2006	38	15	8
2007	68	11	8

Annexe III

Tableau récapitulatif depuis la création de l'agrégation marocaine de mathématiques

Année	Nombre de candidats marocains	Nombre de candidats admissibles	Nombre de candidats dont la moyenne se situe dans l'intervalle des mentions suivantes				
			Mention Très Bien	Mention Bien	Mention Assez Bien	Mention Passable	inférieure à la moyenne
1988	8	7				3	4
1989	17	17				3	14
1990	29	23		1	2	5	15
1991	28	27		3	10	4	10
1992	27	27		2	7	11	7
1993	24	22	1	2	1	7	11
1994	24	22	1	1	2	3	15
1995	32	24		1	3	6	14
1996	36	22				6	16
1997	22	15				3	12
1998	30	11					11
1999	34	20				2	18
2000	37	14			1	3	10
2001	44	21				5	16
2002	38	22				5	17
2003	37	28				9	19
2004	34	28				3	25
2005	25	20					20
2006	38	15			1	2	11
2007	68	11			2	2	4

VI. ORGANISATION DES EPREUVES ORALES

1) Algèbre et géométrie – Analyse et probabilités (préparation : 3 heures ; épreuve : 1 heure)

1) Le candidat tire au sort une enveloppe contenant deux sujets au choix. A l'issue des trois heures de préparation, il indique au jury celui des deux sujets qu'il a choisi.
Pendant la préparation, le candidat peut utiliser les ouvrages qui se trouvent sur place (bibliothèque de l'agrégation). Il peut également utiliser les ouvrages de référence qu'il a apportés lui-même. **Ces ouvrages doivent être imprimés, vendus dans le commerce et ne pas comporter de notes manuscrites.** Ils doivent en outre être remis une semaine avant le début des épreuves orales au responsable de la préparation à l'agrégation pour être contrôlés par le jury et enregistrés, le cas échéant, à la bibliothèque ; ainsi, ils seront mis à la disposition de tous les candidats.

Le candidat doit se présenter à la salle de préparation muni de quoi écrire, à l'exclusion de tout document, papier, cartable ou autre : la simple présence de notes dans un cartable par exemple, peut être interprétée comme une tentative de fraude.

2) Sur le sujet choisi, le candidat n'a pas à bâtir une leçon détaillée destinée à une classe d'un niveau déterminé ou correspondant à un nombre limité d'heures de cours. Il lui est demandé surtout une étude de synthèse construite à partir d'une base de connaissances ne dépassant pas les limites du programme d'oral. Le candidat a le libre choix du niveau auquel il place son exposé ; le niveau d'une classe de terminale risque cependant d'être insuffisant et d'autre part les connaissances exposées doivent être réellement maîtrisées.

3) L'épreuve commence par la présentation, en quinze minutes, d'un plan d'étude qui ne doit être ni une énumération de paragraphes, ni un exposé complet avec développement des démonstrations.
Il s'agit de définir avec précision les notions introduites, de donner des énoncés complets des résultats fondamentaux, de citer des exemples et des applications et d'insister sur l'enchaînement des idées.

4) Après la présentation du plan, le candidat est invité à fournir au jury une liste d'au moins deux points qu'il juge importants dans son étude. C'est parmi ces points que le jury choisit le thème d'un exposé, qui peut être soit le développement détaillé d'une partie bien délimitée du plan, soit la démonstration d'un théorème, soit la présentation d'un exemple significatif. La netteté et la clarté de cet exposé, l'aisance et la sûreté avec lesquelles il est présenté constituent pour le jury un facteur important d'appréciation.

5) L'exposé est suivi d'une discussion au cours de laquelle le jury s'assure de la solidité des connaissances du candidat sur les questions abordées dans le plan de l'exposé, et éventuellement sur tout autre point en rapport avec le sujet et figurant au programme de l'oral. Cette discussion permet ainsi au candidat de développer, de justifier et d'illustrer son point de vue, en même temps qu'il met en valeur sa culture mathématique. Un ou plusieurs exercices peuvent être proposés par le jury.

6) Les candidats sont invités, notamment pour illustrer et compléter une leçon, à utiliser leurs connaissances en matière de méthodes numériques, d'algorithmes et de programmation des ordinateurs.

2) Modélisation et calcul scientifique (préparation : 4 heures ; épreuve : 1 heure 15 minutes)

- **Nature de l’épreuve**.

  Cette épreuve orale n’est pas organisée comme celles d’Algèbre-Géométrie et d’Analyse-Probabilités. Les points suivants précisent ce que le jury attend :

  - *Contenu mathématique de l’exposé* : l’exposé doit comporter un ou plusieurs résultats mathématiques et leur démonstration ou développement (résultats de cours, exemples).

  - *Illustrations informatiques* : le candidat doit illustrer l’un des résultats ci-dessus à l’aide de la machine (simulation informatique à l’aide d’un des logiciels précisés plus bas). Le jury s’attend à ce que le candidat puisse justifier la programmation et la démarche mathématique sous-jacente à son illustration informatique. Il appréciera d’autre part que les applications et illustrations proposées concernent des situations concrètes issues de domaines divers. Il est également précisé qu’il ne s’agit en aucun cas d’une épreuve de virtuosité informatique ni d’une évaluation de la connaissance complète des logiciels au programme.

- **Déroulement de l’épreuve**.

  Au début de l’épreuve, le candidat doit indiquer l’organisation générale de l’exposé, les illustrations informatiques prévues, séparées ou intégrées à l’exposé. Ceci est fait verbalement de façon succincte. Il indique, pour chaque partie de l’exposé, les démonstrations mathématiques qui ont été préparées pour être développées in extenso.

  Une bonne organisation du temps d’exposé consacre approximativement 20 minutes à l’exposé initial, 20 minutes à l’approfondissement ou à la discussion détaillée des illustrations informatiques, 20 minutes restant disponibles pour le dialogue avec le jury (le développement détaillé de résultats mathématiques pourra être reporté à la fin de l’exposé, à la discrétion du jury). Il est à noter cependant que l’utilisation du temps d’exposé est plus libre pour le candidat que pour les épreuves d’Algèbre-Géométrie et d’Analyse-Probabilités.

- **Préparation de l’épreuve**.

  Le candidat reçoit lors du tirage un couplage de deux sujets : voir la fin de ce rapport où l’on trouvera la liste des sujets pour la session 2008.

  Le candidat dispose – lors de la préparation et lors de l’épreuve elle-même – d’un ordinateur muni des logiciels suivants : Maple, Scilab ou Matlab.

  Les supports informatiques (disquettes, par exemple) utilisés au cours de l’épreuve sont fournis par le jury et identifiés de manière explicite pour chaque candidat. Il est interdit d’introduire tout autre support informatique (les disquettes personnelles sont interdites). Le candidat disposera d’une imprimante, partagée avec les autres candidats de la même salle de préparation.

Les candidats procèdent sous leur responsabilité à la sauvegarde des résultats qu'ils souhaitent conserver durant l'épreuve afin de se prémunir contre les pannes matérielles et logicielles. Ils doivent se conformer aux indications du jury qui pourra conseiller des sauvegardes supplémentaires par des méthodes adaptées pour accroître la fiabilité.

Pour la préparation, le candidat dispose de documents fournis par le jury, et peut utiliser ses propres ouvrages s'ils sont autorisés.

- **Programme de l'épreuve**.

Le programme comprend les méthodes numériques, probabilistes, statistiques et symboliques citées dans les programmes des épreuves écrites. Ces méthodes pourront donner lieu à une illustration sur machine à l'aide d'un des logiciels mentionnés auparavant.

Les candidats devront pouvoir montrer leur capacité :

- à distinguer les représentations exactes ou approchées des objets mathématiques.

- à évaluer le coût et les limitations des algorithmes : complexité, précision numérique.

- à analyser la pertinence des modèles et les différents types d'erreur (expérimentale, de méthode, de calcul).

- à utiliser l'un des logiciels mentionnés pour mettre en évidence les propriétés des modèles mathématiques et des méthodes numériques, probabilistes, statistiques ou symboliques de ce programme.

D'une façon générale, les candidats doivent connaître des applications qui illustrent les notions générales. Le programme en propose ainsi un certain nombre. Il ne s'agit que de simples suggestions d'applications possibles, qui peuvent être complétées ou remplacées par d'autres. C'est le cas en particulier des passages du texte en italiques et repérés par des étoiles.

VII. ORAL D'ALGEBRE ET DE GEOMETRIE

- **<u>Leçons d'algèbre et de géométrie (session 2007)</u>**

1. Groupes opérant sur un ensemble, orbites. Exemples et applications, notamment géométriques.
2. Groupes abéliens finis, groupes abéliens de type fini. Applications.
3. Sous-groupes discrets de $\mathbb{R}^n$. Réseaux.
4. Groupes finis. Exemples et applications.
5. Sous-groupes distingués, groupes quotients. Exemples et applications.
6. Eléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie.
7. Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
8. Groupe linéaire GL(E) d'un espace vectoriel de dimension finie, sous-groupes de GL(E). Applications.
9. Sous-groupes finis de $O(2,\mathbb{R})$, de $O(3,\mathbb{R})$; polygones, polyèdres réguliers.
10. Applications de la théorie des groupes à la géométrie.
11. Congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
12. Nombres premiers. Applications.
13. Equations diophantiennes du 1^er^ degré : $ax+ by = c$. Exemples d'équations diophantiennes de degré supérieur.
14. Corps finis. Exemples et applications.
15. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
16. Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
17. Extensions de corps commutatifs. Exemples et applications.
18. Arguments d'un nombre complexe. Racines de l'unité, polygones réguliers.
19. Applications géométriques des nombres complexes.
20. Algèbre des polynômes à n indéterminées ($n > 1$). Polynômes symétriques. Applications.
21. Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme; résultant. Exemples et applications.
22. Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Théorèmes fondamentaux. Exemples et applications.
23. Rang en algèbre linéaire. Méthodes de détermination. Applications.

24. Matrices équivalentes. Matrices semblables.
25. Dualité en algèbre linéaire et en géométrie (on se limitera au cas de la dimension finie). Applications.
26. Déterminants. Théorie et calcul. Applications en algèbre et en géométrie.
27. Valeurs propres, vecteurs propres d’un endomorphisme d’un espace vectoriel, d’une matrice carrée à coefficients dans un corps (commutatif).
28. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
29. Applications des polynômes d'endomorphisme.
30. Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
31. Formes quadratiques, quadriques. Applications.
32. Formes bilinéaires symétriques, orthogonalité, isotropie. Applications.
33. Espaces vectoriels euclidiens (de dimension finie). Groupe orthogonal.
34. Espaces vectoriels hermitiens (de dimension finie). Groupe unitaire.
35. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.
36. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel hermitien de dimension finie.
37. Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie, formes réduites. Exemples et applications.
38. Coniques : classification projective, affine, euclidienne. Applications.
39. Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
40. Propriétés affines, propriétés métriques: exemples en géométrie plane.
41. Inversion - Homographies de la droite complexe; sphère de Riemann. Applications.
42. Exemples d'études de courbes planes ou gauches.
43. Etude des surfaces dans l'espace de dimension 3. Exemples et applications.
44. Propriétés affines locales des courbes. Exemples.
45. Exemples de propriétés projectives et d'éléments à l'infini.
46. Applications de la notion d'angle et de distance en géométrie. Exemples.
47. Cercles dans le plan.
48. Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement dans un ensemble fini.

- **<u>Rapport de la commission chargée de l’épreuve orale d’algèbre et de géométrie</u>**

Le jury doit tout d'abord signaler que, même si les niveaux des oraux étaient inégaux, tous les candidats admissibles ont montré des aptitudes à faire des mathématiques et à les enseigner. Le filtre de l'écrit, particulièrement sélectif cette année, a donc été très efficace.

A l'opposé, et comme les années précédentes, nous avons été déçu par la faiblesse des plans des leçons et des thèmes choisis pour le développement. Bien que l'oral de l'agrégation ne soit pas tout à fait un cours fait face à une classe, puisqu'on peut admettre certains résultats et passer rapidement sur des points jugés faciles, cette partie de l'épreuve est très importante puisqu'elle montre l'aptitude du candidat à écrire un cours et à l'enseigner. Pendant l'année précédant le concours, c'est cette partie que les étudiants doivent le mieux préparer car elle sera la plus importante dans leur métier d'enseignant et les conduira, comme nous le demandions l'an dernier, à proposer un plan structuré et cohérent présentant les définitions et les résultats essentiels de la leçon avec des applications provenant des autres chapitres du programme et des exemples concrets illustrant la leçon. D'autre part le candidat doit savoir démontrer tous les théorèmes importants du chapitre; nous l'engageons à systématiquement proposer comme thème la preuve d'au moins l'un de ces résultats importants.

Manifestement, pendant leur année de préparation, les candidats consacrent beaucoup de temps à la recherche et à l'apprentissage de démonstrations pouvant servir de développement. Cette activité est utile mais elle ne doit s'appliquer qu'à des résultats présentant un réel intérêt pour le cours (par exemple l'illustrer ou le compléter) et n'être ni trop élémentaire ni trop ambitieuse. D'autre part cette recherche de 'bons thèmes' ne doit venir qu'après l'apprentissage du cours : c'est la connaissance seule du cours qui permettra d'écrire le plan, d'en démontrer les théorèmes et de répondre aux questions.

Voici quelques points de cours importants dont la maîtrise nous a paru insuffisante :

- lien entre la structure de Z/nZ et la compatibilité de la congruence modulo n et des opérations sur les entiers,
- théorème chinois pour la résolution d'un système de congruences,
- l'espace des formes n-linéaires alternées sur un espace vectoriel de dimension n est de dimension 1
- lien entre l'équivalence des matrices carrées A-XI_n et B-XI_n sur l'anneau K[X] et la similitude de A et B sur le corps K
- détermination des invariants de similitude d'une matrice carrée de taille 3 donnée
- utilisation de la dualité : orthogonal, double orthogonal, représentation d'une forme linéaire sur un espace de matrices à l'aide de la trace,
- représentation de certains groupes finis comme groupes d'isométries d'une configuration du plan ou de l'espace euclidien.

- **<u>Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)</u>**

Candidat 01 : Congruences dans Z, anneau Z /nZ . Applications.

(non choisi : Espaces vectoriels hermitiens (de dimension finie). Groupe unitaire)

Le plan est très succinct et mal construit (la compatibilité des lois avec la relation de congruence apparaît cinq fois !). Le développement est fait convenablement. Les réponses aux questions montrent des lacunes dans la préparation. 32/80.

Candidat 02 : Déterminants. Théorie et calcul. Applications en algèbre et en géométrie.

(non choisi : Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications)

Le plan est très incomplet (par exemple il manque la notion de mineur et le développement par rapport à une ligne ou une colonne). Les applications proposées sont anecdotiques ; aucune application en géométrie. Le développement (déterminant de Cauchy) est très hésitant. Les calculs sont très laborieux. 32/80.

Candidat 03 : Matrices équivalentes. Matrices semblables.

(non choisi : Applications de la notion d'angle et de distance en géométrie. Exemples)

Le plan est un peu confus ; certaines réciproques ne sont pas évoquées. Bon développement, bonnes réponses. 60/80.

Candidat 04 : Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

(non choisi : Corps finis. Exemples et applications)

Le plan est réduit au strict minimum. La seule application proposée (calcul de l'exponentielle) ne l'est qu'oralement. L'énoncé de l'un des deux développements proposés est faux et doit être précisé par le jury. Le candidat montre peu de réactivité aux questions. 36/80.

Candidat 05 : Dualité en algèbre linéaire et géométrie. Applications.

(non choisi : Sous-groupes distingués, groupes quotients. Exemples et applications)

Le plan est trop élémentaire et, en partie, incohérent. Le développement n'aboutit pas. Les questions montrent que le candidat ne maîtrise pas la dualité. 24/80.

Candidat 06 : Matrices équivalentes. Matrices semblables.

(non choisi : Exemples d'études de courbes planes ou gauches)

Le plan contient deux parties disjointes (I. Matrices équivalentes; II. Matrices semblables) mais les deux notions ne sont jamais confrontées. C'est d'autant plus gênant que le candidat traite l'équivalence sur un anneau euclidien. Le lien avec les applications linéaires et les endomorphismes n'est pas fait. 29/80.

Candidat 07 : Nombres premiers. Applications.

(non choisi : Formes quadratiques, quadriques. Applications)

Le plan est un peu confus et néglige le point de vue algorithmique. Développement et réponses convenables. 50/80.

Candidat 08 : Groupes abéliens finis, groupes abéliens de types fini. Applications.

(non choisi : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Théorèmes fondamentaux. Exemples et applications)

Le plan est totalement désordonné et les énoncés sont remplis d'erreurs. Le développement montre de grandes confusions en particulier entre les cas abélien et non abélien. Les questions montrent de nombreuses lacunes. 16/80.

Candidat 09 : Dualité en algèbre linéaire (on se limitera au cas de la dimension finie) et en géométrie. Applications.

(non choisi : Eléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie)

Le plan est léger sans application géométrique. Les développements proposés sont très élémentaires. Le candidat ne maîtrise pas le sujet mais a une bonne attitude. 42/80.

Candidat 10 : Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

(non choisi : Applications de la théorie des groupes à la géométrie)

Le plan est cohérent mais oublie plusieurs points importants (endomorphisme induit, formes réduites). Développement convainquant mais maladroit. Bonnes réponses à des questions variées. 64/80.

Candidat 11 : Congruences dans $\mathbb{Z}$; anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

(non choisi : Coniques : classification projective, affine, euclidienne. Applications)

Le plan est très sommaire et parfois ambigu. Le développement est convenable. Les réponses sont inégales. 44/80.

VIII. ORAL D'ANALYSE ET PROBABILITES

- **<u>Leçons d'analyse et de probabilités (session 2007)</u>**

1. Parties denses. Illustration par l'approximation des fonctions.
2. Applications en analyse de la notion de compacité.
3. Applications de la notion de connexité.
4. Espaces complets. Exemples et applications.
5. Théorèmes de point fixe. Applications.
6. Prolongements de fonctions. Exemples et applications.
7. Continuité uniforme. Exemples et contre-exemples. Applications.
8. Utilisation de la dénombrabilité en analyse et en probabilités.
9. Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes.
10. Espaces vectoriels normés. Cas de la dimension finie.
11. Espaces préhilbertiens; espaces de Hilbert. Exemples, applications.
12. Applications du théorème d'inversion locale et du théorème des fonctions implicites.
13. Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Accroissements finis. Exemples et applications.
14. Etude locale de courbes et de surfaces.
15. Différentes formules de Taylor, majoration des restes. Applications.
16. Problèmes d'extremum.
17. Equations différentielles $y' = f(x,y)$; exemples d'études qualitatives.
18. Equations différentielles autonomes $y' = f(y)$ en dimension finie. Trajectoires. Comportement au voisinage d'un point d'équilibre.
19. Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.
20. Comportement d'une suite définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.
21. Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.
22. Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
23. Séries de nombres réels ou complexes: convergence, convergence absolue, comportement des restes ou des sommes partielles. Exemples.
24. Intégrale d'une fonction d'une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples.
25. Interversion d'une limite et d'une intégrale. Exemples et applications.
26. Exemples de calculs d'intégrales de fonctions d'une ou de plusieurs variables réelles.

27. Intégrales impropres. Exemples.
28. Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.
29. Transformation de Fourier et produit de convolution. Applications.
30. Suites et séries de fonctions. Différentes notions de convergence. Propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.
31. Exemples d'étude et d'utilisation de fonctions définies par des séries.
32. Séries entières : convergence, propriétés de la somme. Exemples et applications.
33. Développement d'une fonction en série entière, fonctions analytiques. Exemples et applications.
34. Fonctions d'une variable complexe, holomorphie. Exemples et applications.
35. Séries de Fourier. Développement d'une fonction périodique. Exemples et applications.
36. Exemples de problèmes d'interversion de limites.
37. Répétition d'épreuves indépendantes. Jeu du pile ou face.
38. Loi binomiale, loi de Poisson. Estimation d'une proportion. Applications.
39. Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.
40. Probabilités conditionnelles (on pourra se limiter au conditionnement par un événement de probabilité non nulle). Exemples, applications.
41. Théorèmes limites en calcul des probabilités.
42. Convergence commutative des séries. Séries doubles. Produits infinis.
43. Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles et étude de ces équations.
44. Donner une construction de $\mathbb{R}$ et en déduire ses principales propriétés.
45. Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.
46. Comparaison d'une série et d'une intégrale. Exemples et applications.

- **<u>Rapport de la commission chargée de l'épreuve orale d'analyse et de probabilités</u>**

Cette année le jury d'Analyse et Probabilités note des efforts dans la présentation des leçons d'oral : les plans sont présentés avec clarté et dans le temps imparti (un quart d'heure), les développements sont en général correctement menés. Mais il aurait souhaité écouter des leçons plus riches sur le fond, plus ambitieuses dans leur organisation. Tous les sujets proposés permettent de bâtir des exposés intéressants, de présenter des résultats puissants. La partie introduction du plan peut motiver les résultats importants, la partie conclusion peut comporter (ou du moins suggérer) quelques applications et prolongements. Les candidats doivent réfléchir aux divers moyens qui permettent d'enrichir l'exposé. Une progression illustrée par quelques exemples ou contre-exemples peut révéler la richesse d'une théorie, les subtilités qui l'accompagnent. On peut illustrer un raisonnement à l'aide de dessins ou schémas, on gagne alors en clarté et aussi en temps. Les candidats se limitent trop souvent aux résultats classiques, ils restent très prudents sinon évasifs lorsque le jury cherche quelques compléments d'information sur le thème étudié. Les notes attribuées s'en ressentent, elles ne dépassent que rarement une honnête moyenne.

Pour ce qui est du fond on peut regretter les faits suivants :

une leçon sur le point fixe qui ne comporte que peu d'exemples mettant en évidence le comportement de la suite récurrente considérée quand telle ou telle hypothèse n'est pas satisfaite

une leçon sur les suites numériques où les théorèmes opératoires et de comparaison sur les limites sont absents

une leçon sur les équations différentielles où le concept d'unicité locale n'est pas maîtrisé

une leçon sur les calculs de normes d'applications linéaires où la caractérisation de la continuité d'une application linéaire (entre EVN) n'est pas rappelée

une leçon sur les séries numériques où les calculs de développements limités nécessaires à l'étude de convergence ne sont pas bien menés

et plus généralement noter des lacunes dans le domaine des fonctions convexes, des fonctions de la variable complexe, des difficultés pour traiter les problèmes de double limite.

- **Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)**

Candidat 01 : Théorèmes de point fixe. Applications.

(non choisi : Exemples d'étude et d'utilisation de fonctions définies par des séries)

L'exposé est satisfaisant bien que manquant de quelques précisions dans les détails : vitesse d'approche du point fixe quand on peut la donner, applications aux solutions numériques d'une équation f(x) = 0 dans $\mathbb{R}$ *. Le développement est maîtrisé mais seulement sur une des deux parties annoncées. Les réponses aux questions sont souvent un peu évasives ; elles montrent que le candidat n'a pas toujours approfondi le sujet. 45/80.*

Candidat 02 : Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.

(non choisi : Espaces préhilbertiens; espaces de Hilbert. Exemples, applications)

Le plan n'aborde pas franchement l'étude des suites, mais s'inspire surtout de la présentation générale de la notion de suite. Le plan comporte des incohérences, et les propriétés admises pour $\mathbb{R}$ *ne sont pas discernées. Le développement est pauvre et porte sur un point théorique limité. En fait on ne voit aucune véritable étude de suite. Le plan annonce une partie relative aux suites récurrentes, mais aucun exemple n'est traité. 23/80.*

Candidat 03 : Equations différentielles y' = f(x,y). Exemples d'étude qualitative.

(non choisi : Différentes formules de Taylor, majoration des restes. Applications)

N'a absolument pas compris la notion de solution maximale. Le plan comporte de nombreuses inexactitudes dues au manque de réflexion sur ce sujet. Un seul exemple est proposé (y' = sin y); le candidat en donne un développement. Le développement est correct. Les réponses aux questions sont franches et permettent de corriger les faiblesses relevées dans le plan. Bonne qualité de la réflexion à l'occasion de l'entretien. 54/80.

Candidat 04 : Exemples d'applications linéaires continues entre E.V. normés et calcul de leur norme.

(non choisi : Comparaison d'une série et d'une intégrale. Exemples et applications)

Plan peu varié, présentant des exemples pas très approfondis, restant très généraux. Exposé assez approximatif. L'entretien montre un manque d'assimilation des notions présentées. En particulier, le rôle de la dimension (finie ou infinie) n'apparaît que très difficilement. Nombreuses confusions, partiellement rachetées par quelques bonnes réactions, parmi des réponses souvent un peu évasives. 33/80.

Candidat 05 : Séries de nombres réels ou complexes. Convergence, convergence absolue. Comportement des restes ou des sommes partielles. Exemples.

(non choisi : Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples)

Plan ne comportant pas d'exemples, standard sur le contenu, mais morcelé, sans hiérarchisation, sans véritable structure ni problématique. Développement moyennement maîtrisé d'un critère limité (Raabe-Duhamel) portant sur un point très restreint (et sans lien avec le comportement du reste ou de la somme partielle). Entretien: des difficultés à passer de $\sum_{0}^{\infty} u_n - \sum_{0}^{N} u_n$ *à* $\sum_{N+1}^{\infty} u_n$*. Réponses souvent hésitantes.32/80.*

Candidat 06 : Suites et séries de fonctions. Différentes notions de convergence. Propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.

(non choisi : ?)

Le plan est correct, bien que le temps d'exposition soit mal géré. Il contient plusieurs erreurs d'inattention. Le développement, effectué sans notes, est *mené à bien malgré des hésitations. Les réponses aux questions permettent de corriger pas mal d'imprécisions apparues au cours de l'épreuve. On regrette l'absence de dessins. 47/80.*

Candidat 07 : Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.

(non choisi : ?)

Plan assez satisfaisant, pourvu d'exemples. Exposé un peu laborieux mais correctement maîtrisé. Sait se tourner face au jury, n'utilise pas trop ses notes et laisse une écriture très bien lisible au tableau. Réactions satisfaisantes aux questions et franches. 56/80.

Candidat 08 : Espaces vectoriels normés. Cas de la dimension finie.

(non choisi : Convergence commutative des séries. Séries doubles. Produits infinis)

Très bonne leçon. Le candidat domine le sujet avec aisance, s'exprime clairement et efficacement. Les questions montrent que les propriétés abordées par le candidat sont connues avec une profondeur suffisante. 66/80.

Candidat 09 : Parties denses. Illustration par l'approximation de fonctions.

(non choisi : Séries de Fourier. Développement d'une fonction périodique. Exemples et applications)

Plan comportant de nombreux résultats intéressants, mais un peu léger sur les aspects les plus simples (densité dans $\mathbb{R}$). Nombreuses imprécisions tant dans le plan que dans le développement, qui indiquent un manque d'attention aux détails. Pendant l'entretien, est tenté trop souvent d'utiliser des arguments d'autorité plutôt que de revenir aux fondements. 38/80.

Candidat 10 : Espaces vectoriels normés. Cas de la dimension finie.

(non choisi : ?)

Plan correctement présenté, dont le contenu est suffisant quoique minimal. L'exposé n'est absolument pas maîtrisé ; le candidat a proposé une démonstration très partielle du théorème essentiel, d'équivalence de normes, laissant de côté les véritables difficultés. L'entretien révèle que le candidat est très déstabilisé, il a du mal à écouter les question et à utiliser les aides que le jury lui offre. 31/80.

Candidat 11 : Problèmes d'extremum.

(non choisi : ?)

Le plan contient les résultats de base. Le candidat traite sans erreur et avec beaucoup de clarté le théorème de d'Alembert. Exposé rigoureux, soigneux. Les réponses lors de l'entretien montrent toutefois un certain nombre de lacunes ; en particulier le problème de la recherche effective des extremums sur un compact n'est pas clairement dominé. 45/80.

IX. ORAL DE MODELISATION ET CALCUL SCIENTIFIQUE

- **Leçons de modélisation et calcul scientifique (session 2007)**

1. Appliquer et comparer des méthodes numériques de recherche de valeurs et vecteurs propres. Application(s).
2. Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Application(s).
3. Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.
4. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations ou de systèmes d'équations non linéaires.
5. Donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s).
6. Utiliser et comparer des méthodes de factorisation et de recherche des racines d'un polynôme.
7. Problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Application(s).
8. Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Application(s).
9. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.
10. Exemple de propriétés qualitatives d'une équation différentielle ou d'un système d'équations différentielles. Interprétation sur un ou des exemples.
11. Méthodes de résolution d'un problème de minimisation d'une fonction d'une ou de plusieurs variables réelles. Application(s).
12. Application de la transformation ou des séries de Fourier.
13. Problèmes liés à la représentation et au tracé de courbes et de surfaces.
14. Dépendance relativement à un paramètre d'une équation ou d'un système d'équations. Application(s).
15. Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite de nombres réels. Calcul approché de la limite.
16. PGCD, PPCM, théorème de Bezout, algorithmes de calcul. Application(s).
17. Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Exemples d'application.
18. Méthodes de calcul du rang d'une matrice. Exemples et application(s).

19. Méthodes d'approximation des solutions d'une équation f(x)=0. Exemples et application(s).
20. Illustrer à l'aide d'exemples l'utilisation des congruences et des corps finis.
21. Problèmes de dénombrement. Exemples d'application.
22. Applications de la notion de convexité.

- **Rapport de la commission chargée de l’épreuve orale de modélisation et calcul scientifique**

OBJECTIFS

Nous rappelons que l’épreuve orale de modélisation et calcul scientifique donne aux candidats la possibilité de montrer leur capacité à :

– modéliser une situation ou un problème ;
– choisir des outils mathématiques permettant de *calculer* une solution ;
– évaluer la complexité et la précision des algorithmes utilisés ;
– mettre en œuvre ces algorithmes, sur des exemples de difficulté raisonnable, à l’aide de logiciels de calcul numérique ou formel.

Le jury fonde donc son appréciation de la prestation du candidat sur l’examen des points suivants :

– la conception et l’organisation générales de la séance, la rigueur et la qualité de sa progression, la clarté et le sens pédagogique du candidat ;
– la pertinence de la modélisation et sa mise en œuvre ;
– la qualité du contenu mathématique et son utilité par rapport aux calculs à réaliser ;
– les capacités de dialogue du candidat, son adaptabilité tant à l’égard d’une question posée que pour modifier un détail d’un programme informatique ;
– la qualité de la mise en œuvre informatique.

RECOMMANDATIONS ET CONSTATS

Il ne s’agit pas, comme dans une leçon traditionnelle, de présenter le plan d’un cours, puis d’en exposer une partie avant de répondre aux questions du jury. On ne demande pas au candidat de démontrer tous les théorèmes qu’il énonce, mais il peut choisir de démontrer un point important. Autre différence, le jury, dans cette épreuve, peut intervenir à n’importe quel moment de l’exposé et demander au candidat de détailler certains résultats s’il le juge nécessaire.

Il ne faut transformer cette épreuve ni en une épreuve purement théorique ni en une épreuve d’où la rigueur mathématique est absente. On attend donc du candidat un exposé clair, rigoureux et mathématiquement correct.

Les résultats énoncés (théorèmes ou algorithmes) doivent être enchaînés de manière cohérente et les candidats doivent montrer en quoi ils sont utiles pour les applications traitées. Ils doivent aussi comparer les méthodes en terme de coût et de complexité et expliquer lesquelles utiliser selon le type de problème exposé. Ils doivent aussi illustrer ces résultats : en effet, trop souvent les candidats alignent des suites de méthodes sans expliquer en quoi elles sont différentes et pourquoi ils les présentent

Bien sûr, on attend des candidats qu’ils exposent en quoi leur présentation traite bien la leçon choisie car cela n’apparaît pas toujours de façon évidente.

Les applications ont été souvent absentes des exposés et inexistantes en dehors du domaine des mathématiques. Quelques exemples de modélisation, même simples, choisis dans des domaines variés des sciences pourraient être traités par le candidat comme illustration de leur leçon et ils seraient particulièrement appréciés par le jury.

Tous les candidats ont utilisé l'outil informatique en présentant un ou plusieurs programmes en rapport avec le sujet de leur exposé mais comme les années précédentes ils ont souvent recopié des programmes déjà écrits dans certains livres dont très souvent l'objectif est éloigné du calcul scientifique ou numérique : les programmes présentés sont dans ce cas peu ou pas adaptés à l'épreuve de modélisation. Il faut noter cependant des progrès pour en expliquer et justifier le fonctionnement Le jury est bien sûr sensible à toute présentation informatique mise au point personnellement par le candidat et en a noté avec satisfaction, dans l'ensemble, une amélioration sensible.

Pour conclure nous rappellerons que cette épreuve n'est pas une épreuve classique de mathématiques et qu'elle demande un travail sérieux et adapté sous peine de mauvais résultats. Il est donc indispensable qu'une préparation approfondie soit offerte à tous les étudiants et qu'ils aient un accès régulier et encadré aux ordinateurs tout au long de leur préparation.

- **Appréciations du jury sur les candidats (par ordre de passage)**

Candidat 01 : Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations ou de systèmes d'équations non linéaires.

(non choisi : applications de la notion de convexité)

Mauvaise organisation du plan. Contenu mathématique moyen et pas toujours maîtrisé. Illustration informatique convenable. 41/80

Candidat 02 : Problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Application(s).

(non choisi : exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.)

Bon contenu mathématique mais le plan manque de précision. Bonne réactivité aux questions. Application informatique correcte. 48/80.

Candidat 03 : Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Application(s).

(non choisi : étude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite de nombres réels. Calcul approché de la limite)

Plan moyen. Réponses aux questions parfois esquivées. Présentation informatique peu étoffée. 35/80.

Candidat 04 : Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d’équations ou de systèmes d’équations non linéaires.

(non choisi : donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s))

Plan de bon niveau et correctement maîtrisé. Bon souci d'exposer pédagogiquement la problématique de la leçon. Bonne application de l'informatique. 60/80.

Candidat 05 : Donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s).

(non choisi : appliquer et comparer des méthodes numériques de recherche de valeurs et vecteurs propres. Application(s))

Leçon qui se limite aux polynômes de Lagrange, eux-mêmes non maîtrisés. Développement informatique sommaire. 22/80.

Candidat 06 : Problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Application(s).

(non choisi : exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes)

Contenu du plan correct mais insuffisamment argumenté. Réponses partielles aux questions. Informatique minimale. Des connaissances informatiques par ailleurs. 42/80.

Candidat 07 : Donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s).

(non choisi : méthodes de calcul du rang d'une matrice. Exemples et application(s))

Leçon largement consacrée à l'approximation d'intégrales, sans maîtriser des calculs d'erreurs. Peu de réponses satisfaisantes aux questions. Application informatique pauvre. 23/80.

Candidat 08 : Donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s).

(non choisi : problèmes de dénombrement. Exemples d'application)

Exposé assez complet et bien dominé. Bonne réaction aux questions. Applications informatiques convenables. 62/80.

Candidat 09 : PGCD, PPCM, théorème de Bezout, algorithmes de calcul. Application(s).

(non choisi : exemple de propriétés qualitatives d'une équation différentielle ou d'un système d'équations différentielles. Interprétation sur un ou des exemples)

Bonne leçon, bien maîtrisée. Nombreuses illustrations. Informatique pertinente. 71/80.

Candidat 10 : Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Application(s).

(non choisi : utiliser et comparer des méthodes de factorisation et de recherche des racines d'un polynôme)

Suite d'énoncés théoriques non maîtrisés. Tentative d'illustrations informatiques qui n'aboutissent pas. 22/80.

Candidat 11 : Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.

(non choisi : exemple de propriétés qualitatives d'une équation différentielle ou d'un système d'équations différentielles. Interprétation sur un ou des exemples)

Plan moyen présentant plusieurs erreurs non corrigées pendant l'entretien. Peu de réponses aux questions. Illustration informatique peu probante. 28/80.

AGREGATION DE MATHEMATIQUES

SESSION 2008

ORGANISATION DES EPREUVES ORALES

Liste des leçons

La liste des leçons est ouverte. Le jury se réserve le droit de supprimer certaines leçons et d'en ajouter d'autres tout en respectant le programme des épreuves orales.

ORAL D’ALGEBRE ET DE GEOMETRIE

Liste des leçons : session 2008

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d’autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Groupes opérant sur un ensemble, orbites. Exemples et applications, notamment géométriques.
2. Groupes abéliens finis, groupes abéliens de type fini. Applications.
3. Sous-groupes discrets de $\mathbb{R}^n$. Réseaux.
4. Groupes finis. Exemples et applications.
5. Sous-groupes distingués, groupes quotients. Exemples et applications.
6. Eléments conjugués dans un groupe. Exemples et applications, notamment en géométrie.
7. Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
8. Groupe linéaire GL(E) d'un espace vectoriel de dimension finie, sous-groupes de GL(E). Applications.
9. Sous-groupes finis de $O(2,\mathbb{R})$, de $O(3,\mathbb{R})$; polygones, polyèdres réguliers.
10. Applications de la théorie des groupes à la géométrie.
11. Congruences dans $\mathbb{Z}$, anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.
12. Nombres premiers. Applications.
13. Equations diophantiennes du 1er degré : $ax+ by = c$. Exemples d’équations diophantiennes de degré supérieur.
14. Corps finis. Exemples et applications.
15. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
16. Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
17. Extensions de corps commutatifs. Exemples et applications.
18. Arguments d'un nombre complexe. Racines de l'unité, polygones réguliers.
19. Applications géométriques des nombres complexes.
20. Algèbre des polynômes à n indéterminées (n > 1). Polynômes symétriques. Applications.
21. Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme; résultant. Exemples et applications.

22. Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera éventuellement au cas de la dimension finie). Théorèmes fondamentaux. Exemples et applications.
23. Rang en algèbre linéaire. Méthodes de détermination. Applications.
24. Matrices équivalentes. Matrices semblables.
25. Dualité en algèbre linéaire et en géométrie (on se limitera au cas de la dimension finie). Applications.
26. Déterminants. Théorie et calcul. Applications en algèbre et en géométrie.
27. Valeurs propres, vecteurs propres d’un endomorphisme d’un espace vectoriel, d’une matrice carrée à coefficients dans un corps (commutatif).
28. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
29. Applications des polynômes d'endomorphisme.
30. Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
31. Formes quadratiques, quadriques. Applications.
32. Formes bilinéaires symétriques, orthogonalité, isotropie. Applications.
33. Espaces vectoriels euclidiens (de dimension finie). Groupe orthogonal.
34. Espaces vectoriels hermitiens (de dimension finie). Groupe unitaire.
35. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.
36. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel hermitien de dimension finie.
37. Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie, formes réduites. Exemples et applications.
38. Coniques : classification projective, affine, euclidienne. Applications.
39. Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
40. Propriétés affines, propriétés métriques: exemples en géométrie plane.
41. Inversion - Homographies de la droite complexe; sphère de Riemann. Applications.
42. Exemples d'études de courbes planes ou gauches.
43. Etude des surfaces dans l'espace de dimension 3. Exemples et applications.
44. Propriétés affines locales des courbes. Exemples.
45. Exemples de propriétés projectives et d'éléments à l'infini.
46. Applications de la notion d'angle et de distance en géométrie. Exemples.
47. Cercles dans le plan.
48. Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement dans un ensemble fini.

ORAL D'ANALYSE

<u>Liste des leçons : session 2008</u>

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d'autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Parties denses. Illustration par l'approximation des fonctions.
2. Applications en analyse de la notion de compacité.
3. Applications de la notion de connexité.
4. Espaces complets. Exemples et applications.
5. Théorèmes de point fixe. Applications.
6. Prolongements de fonctions. Exemples et applications.
7. Continuité uniforme. Exemples et contre-exemples. Applications.
8. Utilisation de la dénombrabilité en analyse et en probabilités.
9. Exemples d'applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés et de calcul de leurs normes.
10. Espaces vectoriels normés. Cas de la dimension finie.
11. Espaces préhilbertiens; espaces de Hilbert. Exemples, applications.
12. Applications du théorème d'inversion locale et du théorème des fonctions implicites.
13. Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$. Accroissements finis. Exemples et applications.
14. Etude locale de courbes et de surfaces.
15. Différentes formules de Taylor, majoration des restes. Applications.
16. Problèmes d'extremum.
17. Equations différentielles $y' = f(x,y)$; exemples d'études qualitatives.
18. Equations différentielles autonomes $y' = f(y)$ en dimension finie. Trajectoires. Comportement au voisinage d'un point d'équilibre.
19. Etude de suites de nombres réels ou complexes. Exemples et applications.
20. Comportement d'une suite définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.
21. Continuité et dérivabilité de fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.
22. Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
23. Séries de nombres réels ou complexes: convergence, convergence absolue, comportement des restes ou des sommes partielles. Exemples.

24. Intégrale d’une fonction d’une variable réelle. Suite de fonctions intégrables. Exemples.
25. Interversion d’une limite et d’une intégrale. Exemples et applications.
26. Exemples de calculs d’intégrales de fonctions d’une ou de plusieurs variables réelles.
27. Intégrales impropres. Exemples.
28. Fonctions définies par une intégrale dépendant d’un paramètre. Exemples et applications.
29. Transformation de Fourier et produit de convolution. Applications.
30. Suites et séries de fonctions. Différentes notions de convergence. Propriétés de la limite. Exemples et contre-exemples.
31. Exemples d'étude et d’utilisation de fonctions définies par des séries.
32. Séries entières : convergence, propriétés de la somme. Exemples et applications.
33. Développement d’une fonction en série entière, fonctions analytiques. Exemples et applications.
34. Fonctions d'une variable complexe, holomorphie. Exemples et applications.
35. Séries de Fourier. Développement d'une fonction périodique. Exemples et applications.
36. Exemples de problèmes d’interversion de limites.
37. Répétition d'épreuves indépendantes. Jeu du pile ou face.
38. Loi binomiale, loi de Poisson. Estimation d’une proportion. Applications.
39. Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.
40. Probabilités conditionnelles (on pourra se limiter au conditionnement par un événement de probabilité non nulle). Exemples, applications.
41. Théorèmes limites en calcul des probabilités.
42. Convergence commutative des séries. Séries doubles. Produits infinis.
43. Exemples de problèmes conduisant à des équations différentielles et étude de ces équations.
44. Donner une construction de $\mathbb{R}$ et en déduire ses principales propriétés.
45. Utilisation des développements limités de fonctions d'une variable réelle.
46. Comparaison d’une série et d’une intégrale. Exemples et applications.

ORAL DE MODELISATION ET DE CALCUL SCIENTIFIQUE

Liste des leçons : session 2008

La liste des leçons est donnée à titre indicatif : le jury se réserve le droit de proposer d'autres leçons ou de changer la formulation de leçons figurant sur la liste.

1. Appliquer et comparer des méthodes numériques de recherche de valeurs et vecteurs propres. Application(s).
2. Conditionnement d'un système linéaire ou d'un problème de valeurs propres. Application(s).
3. Exemple de résolution exacte ou approchée de systèmes d'équations linéaires et comparaison des méthodes.
4. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations ou de systèmes d'équations non linéaires.
5. Donnez un ou des résultats relatifs à l'approximation ou à l'interpolation de fonctions. Application(s).
6. Utiliser et comparer des méthodes de factorisation et de recherche des racines d'un polynôme.
7. Problèmes de dénombrement et de localisation des zéros d'un polynôme. Application(s).
8. Méthodes pour le calcul exact ou approché d'intégrales. Application(s).
9. Appliquer et comparer des méthodes de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles ou de systèmes d'équations différentielles.
10. Exemple de propriétés qualitatives d'une équation différentielle ou d'un système d'équations différentielles. Interprétation sur un ou des exemples.
11. Méthodes de résolution d'un problème de minimisation d'une fonction d'une ou de plusieurs variables réelles. Application(s).
12. Application de la transformation ou des séries de Fourier.
13. Problèmes liés à la représentation et au tracé de courbes et de surfaces.
14. Dépendance relativement à un paramètre d'une équation ou d'un système d'équations. Application(s).
15. Etude, sur des exemples, de la rapidité de convergence d'une suite de nombres réels. Calcul approché de la limite.
16. PGCD, PPCM, théorème de Bezout, algorithmes de calcul. Application(s).

17. Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Exemples d'application.
18. Méthodes de calcul du rang d'une matrice. Exemples et application(s).
19. Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $f(x)=0$. Exemples et application(s).
20. Illustrer à l'aide d'exemples l'utilisation des congruences et des corps finis.
21. Problèmes de dénombrement. Exemples d'application.
22. Applications de la notion de convexité.