

4 pts

Exercice 1 :

Recopier puis compléter le tableau ci-dessous par 1 quand la proposition est vraie par 0 sinon :

Ajout d'informations prédicat	Pour $x = 2$	Pour $x = \frac{1}{3}$	Pour $x = -6$	$\forall x \in \mathbb{R}_+^*$	$\exists x \in \mathbb{R}_+^*$
$x^2 \geq x$					
$\frac{1}{x} \leq x$					
$x > -x$					

4pts

Exercice 2 :1. On considère l'expression E des variables booléennes a , b et c définie par :

$$E = \bar{a} \cdot b \cdot c + a \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot \bar{b}$$

- Représenter E en utilisant un tableau de Karnaugh ; en déduire la simplification de E .
- Montrer par un calcul direct que : $E = \bar{b} + c$.

2. On considère l'opérateur NAND, noté \uparrow , et défini par : $a \uparrow b = \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$.

- Calculer $a \uparrow a$, puis $\bar{a} \uparrow \bar{b}$.
- Déduire de ce qui précède l'écriture de l'expression $\bar{b} + c$ en utilisant uniquement l'opérateur \uparrow .
-

Remarque : NAND est l'abréviation de NOT AND (NON ET en anglais). C'est l'opérateur de Sheffer.

5 pts

Exercice 3 : A , B et C sont des parties d'un ensemble E . Soit $Y = B \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (A \cap \bar{C})$.

- Transcrire cette égalité en langage booléen.
- Simplifier l'expression booléenne écrite à la question 1., par la méthode de Karnaugh.
- Transcrire l'expression simplifiée en langage ensembliste.
- Présenter le diagramme de Venn de Y .
- Reprendre la question 2. Par le calcul (utiliser : $b = b + abc$)

4 pts

Exercice 4 :Un capital C_0 est placé à intérêts composés au taux annuel $i = 0,07$.La capitalisation est annuelle. On note C_n la valeur acquise au bout de n années de placement.

- Prouver que les nombres C_0, C_1, \dots, C_n sont les termes consécutifs d'une suite géométrique.
- Exprimer C_n en fonction de C_0 et de n .
- Déterminer au bout de combien d'années la valeur acquise est égale au double du capital initial.

3 pts

Exercice 5 :Pour $\alpha > 0$ et $a > 1$, calculer les limites suivantes : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n^\alpha}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{n^\alpha}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{a^n}$ *Bonne chance*