

RÉSUMÉ DE COURS : *Logarithme néperien.*

Maths-Terminales ES, IDA-Rabat.
Mr Mamouni : myismail@altern.org

source disponible sur:
©<http://www.chez.com/myismail>

Mardi 20 Décembre 2005.

1 Définition.

Le logarithme néperien, est la fonction notée \ln définie sur $]0, +\infty[$, comme étant l'unique primitive de $\frac{1}{x}$ qui s'annule en 1, autrement dit :

Le domaine de définition de \ln est $]0, +\infty[$	$\ln x$ existe si $x > 0$
La dérivée de \ln est $\frac{1}{x}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
\ln est la primitive de $\frac{1}{x}$ qui s'annule en 1	$\int_0^x \frac{1}{t} dt = \ln x$ $\ln 1 = 0$

2 Variations.

\ln est strictement croissante	$\ln x < \ln y \iff x < y$ $\ln x < 0 \iff 0 < x < 1$ $\ln x > 0 \iff x > 1$
\ln est bijective sur $]0, +\infty[$	$\ln x = \ln y \iff x = y$ $\ln x < 0 \iff x = 1$

3 Propriétés algébriques.

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$	$\ln(a^p) = p \ln a$	$\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \ln a$
	$\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b$	$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

4 Limites usuelles.

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\ln x}{x-1} \right) = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x} \right) = 0$
---	--	---

5 Composée avec un logarithme.

Théorème 1.

Si u est une fonction dérivable et strictement positive sur $]0, +\infty[$, alors :

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

Théorème 2.

Si u est une fonction dérivable, qui ne s'annule jamais sur $]0, +\infty[$, alors la primitive de $\frac{u'}{u}$ est :

- $\ln u$ si $u(x) > 0$ pour tout $x > 0$.
- $\ln -u$ si $u(x) < 0$ pour tout $x > 0$.

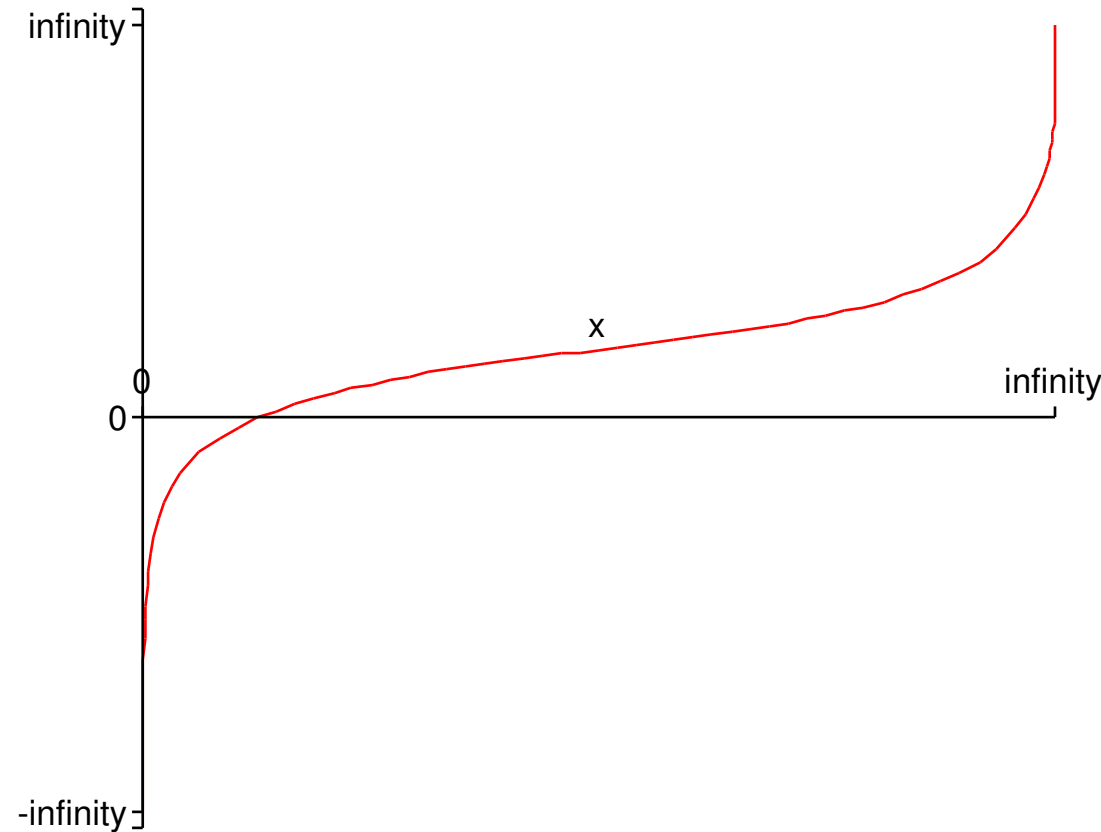
6 Logarithme décimal.

C'est la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par la formule

$$\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

7 La courbe.

Courbe de ln



Fin, Bonnes vacances
Bonne année, Joyeux Noel.