

RÉSUMÉ DE COURS : *Primitives et intégrales.*



Maths-Termiales ES.

Mr Mamouni : myismail@altern.org

source disponible sur:

©<http://www.chez.com/myismail>

Vendredi 13 Janvier 2006.

Définition.

On appelle primitive de f sur un intervalle I , toute fonction F , dérivable sur I telle que :

$$F' = f$$

Remarque.

Si F est une primitive de f sur I , toutes les autres primitives de f s'écrivent sous la forme :

$$F + c \quad \text{où } c \text{ est une constante.}$$

Tableau des primitives.

– *Situations simples.*

La fonction	Sa primitive	La fonction	Sa primitive
k (Constante)	kx	x	$\frac{x^2}{2}$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$

– *Situations composées.*

La fonction	Sa primitive	La fonction	Sa primitive
$u'u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$	$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u}$
$\frac{u'}{u^n}$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$

Notion d'intégrale.

Si f est continue sur $[a, b]$, son intégrale sur $[a, b]$ est le nombre réel noté

$\int_a^b f(t) dt$, défini par :

$$\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a) \quad \text{où } F \text{ est une primitive de } f \text{ sur } [a, b]$$

$F(b) - F(a)$ est souvent noté par $[F(t)]_a^b$, crochet de F sur $[a, b]$.

Propriétés des intégrales.

$$- \int_a^c f(t) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_b^c f(t) dt. \text{ Relation de Chasles.}$$

$$- \int_a^a f(t) dt = 0 \text{ et } \int_b^a f(t) dt = - \int_a^b f(t) dt.$$

$$- \text{La valeur moyenne de } f \text{ sur } [a, b] \text{ est } \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt.$$

$$- \int_a^b (f(t) + g(t)) dt = \int_a^b f(t) dt + \int_a^b g(t) dt.$$

$$- \int_a^b cf(t) dt = c \int_a^b f(t) dt.$$

$$- \text{Si } f \geq 0 \text{ sur } [a, b], \text{ alors } \int_a^b f(t) dt \geq 0.$$

$$- \text{Si } f \leq 0 \text{ sur } [a, b], \text{ alors } \int_a^b f(t) dt \leq 0.$$

$$- \text{Si } f \leq g \text{ sur } [a, b], \text{ alors } \int_a^b f(t) dt \leq \int_a^b g(t) dt.$$

- L'aire, (la surface) de la partie située entre l'axe des abscisses et la courbe de f sur $[a, b]$ est :

$$\mathcal{A} = \int_a^b f(t) dt.$$

Fin.