Topologie algébrique

Série 10

23 décembre 2004

1.
Soit I un ensemble et (X_α, x_α) un espace topologique connexe par arcs, $\forall \alpha \in I$. Et supposons qu'il existe un voisinage ouvert U_α de x_α tel que x_α en est un rétracte par déformation, $\forall \alpha \in I$.
Montrer alors que

$$\pi_1(\bigvee_{\alpha \in I} X_\alpha) \cong *_{\alpha \in I}\ \pi_1(X_\alpha).$$

2.
(a) Soit (X, x_0) un espace connexe par arcs et $f : (S^1, 1) \to (X, x_0)$ une application continue.
Montrer que l'inclusion i de X dans $Y = X \cup_f D^2$ induit un homomorphisme surjectif sur les groupes fondamentaux, et que le noyau de cet homomorphisme est le sous-groupe normal engendré par la classe de f.
(b) Soit G un groupe. Trouver alors un CW-complexe X_G de dimension 2 tel que $\pi_1(X_G) = G$.

3.
Les exercices suivants sont à faire de manière informelle !
(a) Calculer $\pi_1(\mathbb{R}^3 - S^1)$.
(b) Soit $x_1,\ x_2,\ ...,\ x_n$ des points de $\mathbb{R}^3$.
Calculer le groupe fondamental de $\mathbb{R}^3 - \{x_1,\ ...,\ x_n\}$.