

### Série 13

27 janvier 2005

1.

Soit  $n > 1$ . Montrer que toute application continue  $f : S^n \rightarrow S^1$  est homotope à une application constante.

2.

Soit  $T = S^1 \times S^1$ , le tore. Il existe un isomorphisme entre  $\pi_1(T)$  et  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .

(a) Trouver un revêtement de  $T$  correspondant au sous-groupe de  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  engendré par  $(m, 0)$ , où  $m > 0$ .

(b) Trouver un revêtement de  $T$  correspondant au sous-groupe trivial de  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .

(c) Trouver un revêtement de  $T$  correspondant au sous-groupe de  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  engendré par  $(m, 0)$  et  $(0, n)$ , où  $m, n > 0$ .

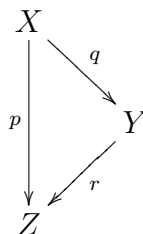
Tous les espaces des exercices suivants sont supposés localement connexes par arcs et connexes par arcs.

3.

Soit  $p : E \rightarrow B$  un revêtement, avec  $p(e_0) = b_0$ . Montrer que  $p_*(\pi_1(E, e_0))$  est un sous-groupe normal de  $\pi_1(B, b_0)$  si et seulement si il existe une équivalence  $h : E \rightarrow E$  avec  $h(e_1) = e_2$ , pour tout couple de points  $e_1, e_2 \in p^{-1}(b_0)$ .

4.

Soit



un diagramme commutatif d'applications continues.

(a) Montrer que  $q$  est un revêtement si  $p$  et  $r$  sont des revêtements.

(b) Montrer que  $r$  est un revêtement si  $p$  et  $q$  sont des revêtements.

(c) Supposons que  $Z$  admet un revêtement universel. Montrer alors que  $p$  est un revêtement si  $r$  et  $q$  sont des revêtements.

(d) Supposons que  $r$  et  $q$  sont des revêtements. Vérifier que  $p$  n'est pas nécessairement un revêtement.