

## Examen Final S3 : Topologie Robotique

13 Février 2016, Durée : 2h

---

Documents et calculatrices interdits.

Les questions sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Dans tout l'énoncé,  $X$  est un CW-complexe simplement connexe. Les définitions des invariants sont normalisés.

---

### 1 Question de cours (5 points)

- Rappeler les définitions suivantes :
  - (0.5 pt) Espace rationnel.
  - (0.5 pt) Modèle minimal de Sullivan.
- Quel est la forme du modèle minimal de Sullivan de :
  - (0.5 pt) Une sphère  $S^n$ .
  - (0.5 pt) Espace formel.
  - (0.5 pt) Espace coformal.
  - (0.5 pt) H-espace.
- Rappeler les relations liant l'homotopie et l'homologie d'un CW-complex simplement connexe  $X$  à celles de :
  - (0.5 pt) son rationalisé  $X_{\mathbb{Q}}$ .
  - (0.5 pt) son modèle minimal de Sullivan  $(AV, d)$ .
- (0.5 pt) Rappeler la caractérisation de la rational LS-category donnée en terme de modèle minimal de Sullivan.
- (0.5 pt) Rappeler la caractérisation de la rational TC donnée en terme de modèle minimal de Sullivan.

### 2 Culture Générale (5 points)

- (1 pt) Rappeler la définition de la higher TC, notée par la suite  $TC_n(X)$ .
- (1 pt) Que vaut  $TC_n(S^k)$ ?
- (3 pt) Rappeler le maximum de vos connaissances sur la notion de "persistent homology", puis calculer les barcodes du complexe ABCD où  $A = (0, 0)$ ,  $B = (1, 0)$ ,  $C = (1, 1)$  et  $D = (0, 1)$ .

### 3 Approfondissement (10 points)

- (5 pts) Montrer le résultat suivant  $TC_n(X) \leq TC_{n+1}(X)$ .
- (5 pts) Montrer le résultat suivant  $TC_n(X) \geq n$ .

---

## Bonne Chance

---