Notations :

1. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on note par D^n la boule unité de $\mathbb{R}^n$ et par S^{n-1} sa frontière.
2. Soit X un ensemble et $f : D^n \longrightarrow X$, la restriction de f à D^n s'appelle interieur de f et se note $\overset{\circ}{f}$ et celle à S^{n-1} s'appelle frontière de f et se note ∂f.

Définition : Un plan de cellule de dimension n sur un ensemble X est toute application

$$c : D^n \longrightarrow X \text{ tel que: } \begin{array}{l} \overset{\circ}{c} \text{ injective} \\ \text{Im } c = \text{ Im } \overset{\circ}{c} \cup \text{ Im } \partial c \end{array}.$$

Sur l'ensemble des plans de cellule de dimension n, on définit la relation d'équivalence suivante : $b \Re c \Leftrightarrow \exists \theta : D^n \rightarrow D^n$ difféomorphisme tel que : $c = b \circ \theta$, dont les classes d'équivalences sont appelées description cellulaire de dimension n.

Remarque : Il est clair que deux plans de cellule en relation ont les mêmes intérieur et frontière mais aussi même image qui sera appelée dans la suite cellule de dimension n, ou tout simplement n-cellule.

Définition : Un complexe cellulaire sur ensemble X est la donnée d'une famille χ, non vide, de descriptions cellulaires de X telle que :

$$X = \bigcup_{c \in \chi} \text{ Im } \overset{\circ}{c}$$

$$\forall b \in \chi \quad \exists \mathcal{C} \subset \chi \text{ tel que: } \begin{array}{l} \forall c \in \mathcal{C} : \quad \dim c \leq \dim b - 1 \\ \text{Im } \partial b = \bigcup_{c \in \mathcal{C}} \text{ Im } c \end{array}$$

Remarque : Dans un complexe cellulaire il y a bijection entre ses éléments et l'ensemble de cellules associés. En particulier si C est une description cellulaire représentée par un plan de cellule c, on écrit $\overset{\circ}{C} = \text{ Im } \overset{\circ}{c}, \partial C = \text{ Im } \partial c$.

Vocabulaire : Un complexe cellulaire (X, χ) est dit de dimension finie si l'ensemble des dimensions des membres de χ est majorée, la plus grande parmi ces dimensions s'appelle dimension de (X, χ), il est dit fini ou dénombrable lorsque χ est fini ou dénombrable.

Définition : Soit un complexe cellulaire (X, χ) de dimension finie, k et $0 \leq n \leq k$. On appelle n-squelette de X, la partie de X, $sk^n(X, \chi) = \bigcup_{c \in \chi, \dim c \leq n} \text{ Im } \overset{\circ}{c}$.

Définition : Un CW-complexe sur un ensemble X est un complexe cellulaire (X, χ) tel que :

1. La frontière de chacune de ses cellules soit égale à la ruénion disjointe d'un nombre fini d'intérieurs de cellules de moindres dimensions.
2. La topologie qui lui est associée soit séparée.