



الجامعة الدولية للرباط
ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵖⴻⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴻⵔⴰⵏⵜ | ⵓⵏⵓⵎⴻⵔⴰⵏⵜ
Université Internationale de Rabat

Variables Aléatoires Réelles (VAR)

Exercices Niveau I (Corrigés)

Prépas-ECT 1

Institut
des Classes
Préparatoires

My Ismail Mamouni
<http://myismail.net>
mamouni.myismail@gmail.com

Exercice 83

On jette une pièce de monnaie trois fois. Quel est l'univers ? Décrire la variable aléatoire X associant à chaque événement de U , le nombre de « faces » se présentant à l'épreuve.
En faire la distribution de probabilité. Déterminer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type.

Exercice 84

On jette une pièce de monnaie trois fois. Quel est l'univers ? Décrire la variable aléatoire X associant à chaque événement de U , le nombre de « faces » moins le nombre de piles.
En faire la distribution de probabilité. Déterminer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type.

Exercice 85

On jette 6 fois une pièce de monnaie. Si X représente le nombre de piles obtenu, calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de la variable aléatoire X .

Exercice 86

Un échantillon de 3 objets est choisi au hasard d'une boîte contenant 12 objets parmi lesquels 3 sont défectueux. Si X détermine le nombre d'objets défectueux, calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type.

Exercice 87

Une boîte contient 10 stylos dont 2 sont défectueux. On choisit un stylo au hasard et on le teste. On poursuit jusqu'à obtenir un stylo en état de marche.

Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre de stylos que l'on tire de la boîte.

Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice 88

Au lieu de corriger les travaux de ses élèves, un professeur décide de mettre les notes de la façon suivante.

Pour chaque travail, il lance deux dés et retient, comme note pour le travail, le plus petit des deux nombres indiqués par les dés.

- 1) A quelle moyenne de classe ce professeur (*imaginaire bien sûr !*) peut-il s'attendre ?
- 2) Quel sera probablement le pourcentage de notes insuffisantes ?
- 3) Quelle serait la moyenne de classe s'il retenait le plus grand des deux nombres indiqués par les dés ?

Exercice 89

Sur la Plaine de Plainpalais, un forain propose le jeu suivant, pour 10 francs la partie : dix enveloppes sont placées dans une corbeille, dont une contient un carton vert, deux contiennent un carton rouge et sept contiennent un carton blanc.

Le jeu consiste, après versement des 10 francs, à choisir une enveloppe au hasard dans la corbeille, à l'ouvrir et à regarder la couleur du carton.

Un carton vert donne droit à un gros lot, un carton rouge donne droit à un lot simple et un carton blanc donne droit à un lot de consolation.

Les lots simples reviennent à 8 francs au forain, alors que les lots de consolation ne lui reviennent qu'à 3 francs.

Soit X la variable aléatoire égale au bénéfice du forain sur une partie.

- 1) Quel est le prix maximal auquel le forain peut acheter ses gros lots, s'il désire gagner en moyenne au moins 4 francs par partie ?
- 2) S'il achète ses gros lots au prix de la question 1), calculer l'écart-type de la variable X .

Activité I

- $m=E(X) = 3,5$ $V(X) \cong 2,92$ $\sigma(X) \cong 1,71$
- $m=E(Y) = 3,5$ $V(Y) \cong 4,05$ $\sigma(Y) \cong 2,01$
- $m=E(Z) = 3,5$ $V(Z) \cong 1,65$ $\sigma(Z) \cong 1,28$

Ex 83

$$U = \{ppp; ppf; pfp; fpp; pff; ffp; fpf; fff\}$$

X = le nombre de «faces» se présentant à l'épreuve.

$$X(fff) = 3 \quad X(ffp) = X(pff) = X(fpf) = 2 \quad X(ppf) = X(fpp) = X(pfp) = 1 \quad X(ppp) = 0$$

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$E(X) = 1,5 \quad V(X) = 0,75 \quad \sigma(X) \cong 0,87$$

Ex 84

$$U = \{ppp; ppf; pfp; fpp; pff; ffp; fpf; fff\}$$

X = le nombre de «faces» moins le nombre de piles se présentant à l'épreuve.

$$X(fff) = 3 \quad X(ffp) = X(pff) = X(fpf) = 1 \quad X(ppf) = X(fpp) = X(pfp) = -1 \quad X(ppp) = -3$$

X	-3	-1	1	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$E(X) = 0 \quad V(X) = 3 \quad \sigma(X) \cong 1,73$$

$$\text{Ex 85} \quad E(X) = 3 \quad V(X) = 1,5 \quad \sigma(X) \cong 1,22$$

$$\text{Ex 86} \quad E(X) = 0,75 \quad V(X) \cong 0,46 \quad \sigma(X) \cong 0,68$$

$$\text{Ex 87} \quad E(X) = 1,2\bar{2} \text{ stylos}$$

Ex 88

- 1) Il peut s'attendre à une moyenne de 2,53. 2) 75% de notes insuffisantes.
 3) En retenant le plus grand des deux nombres, la moyenne serait : 4,47.

$$\text{Ex 89} \quad 1) \text{ Le prix ne doit pas dépasser } 23 \text{ francs.} \quad 2) \text{ L'écart-type est de } 6 \text{ francs.}$$

Ex 90 Le joueur peut s'attendre à gagner environ 0,54 fois par semaine.

Ex 91 Nous pouvons espérer 8 bonnes réponses.

Ex 92

1) Y suit une loi binomiale avec $p = \frac{1}{15}$ et $n = 11$

$$2) P(Y = 0) \cong 46,82 \% \quad P(Y = 1) \cong 36,79 \% \quad P(Y = 2) \cong 13,14 \%$$

3) En moyenne, 0,73 personnes descendent au 7^e étage.