My Ismail Mamouni
http ://myismail.net
mamouni.myismail@gmail.com



# Devoir Maison

## Fonctions Réelles

A rendre le : ....................

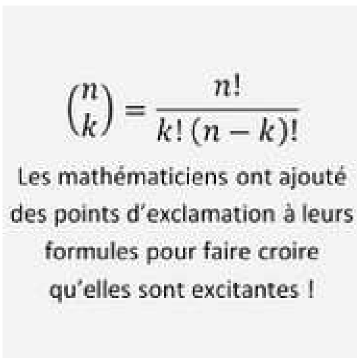
**Muhammad Mūsā Al-Khuwārizmī (780-850)**

Mathématicien, géographe, astrologue et astronome perse (Ouzbekisatn). Ses écrits, rédigés en langue arabe, puis traduits en latin à partir du XIIe siècle, ont permis l'introduction de l'algèbre en Europe.
Son nom est à l'origine du mot algorithme et le titre de l'un de ses ouvrages (Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison) à l'origine du mot algèbre. L'utilisation des chiffres arabes et leur diffusion dans le Moyen-Orient et en Europe sont dues à un autre de ses livres qui traite des mathématiques indiennes.

### Blaque du jour

**Théorème du misogyne** : **Les filles sont le mal absolu ?**

- **Affiramtion** : Les filles nécessitent beaucoup de temps et d'argent, donc Filles = Temps x Argent. Or, « le temps, c'est de l'argent ». Donc Filles = (Argent)$^2$. Et comme l'argent est la racine de tout mal, alors Argent = $\sqrt{\text{le Mal}}$. Donc Filles = $\sqrt{\text{le Mal}}^2$ = |le Mal|, le Mal Absolu.
- **Négation** : Il faut de se rappeler que le Mal est négatif, donc $\sqrt{\text{le Mal}} = \mathrm{i}\sqrt{-\text{le Mal}}$, où $\mathrm{i}$ est le nombre complexe vérifiant $\mathrm{i}^2 = -1$. On en arrive à Filles = -le Mal= le Bien.



## Exercice 1 : [ECRICOME 1995]

Pour $x \in \mathbb{R}$, on pose : $f(x) = x^3 + 5x - 1$

1. Etudier les variations de $f$ sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que l'équation $x^3 + 5x - 1 = 0$ admet une unique solution $\alpha$ dans $\mathbb{R}$.
3. Etablir que $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

## Exercice 2 : [EDHEC 2004]

On note $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par : $f(x) = x \exp\left(-\frac{1}{x}\right)$ si $x > 0$ et $f(0) = 0$.

1. (a) Montrer que $f$ est continue en 0.
   (b) Montrer que $f$ est dérivable en 0 et donner la valeur de $f'(0)$.
2. (a) Montrer que $f$ est dérivable sur $]0, +\infty[$.
   Pour tout réel $x$ non nul, calculer $f'(x)$ puis étudier son signe.
   (b) Calculer la limite de $f$ en $+\infty$.

## Exercice 3 : [EML 1997]

1. On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto \frac{1+x}{1+e^x} - x$.
   a. Justifier que $g$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et expliciter sa dérivée sous la forme $g'(x) = \frac{h(x)}{(1+e^x)^2}$.
   b. Après avoir écrit $g(x)$ sous la forme d'un quotient, déterminer les asymptotes en $-\infty$ et $+\infty$ de la courbe représentative de $g$.
2. Montrer que l'équation $\frac{1+x}{1+e^x} = x$ admet une solution et une seule sur $\mathbb{R}_+$.On note $x_0$ cette solution.
3. Justifier que $0 < x_0 < 1$.

Fin