

Devoir Maison Probabilités

Exercice 1 : ECRICOME 2012

Une entreprise fabrique des appareils électriques en grande quantité.

On admet que 5% des appareils présentent un défaut.

On contrôle les appareils d'un lot. Ce contrôle refuse 90% des appareils avec défaut et accepte 80 % des appareils sans défaut. On prélève un appareil au hasard dans le lot. On considère les événements suivants : D : « l'appareil a un défaut » ;

A : « l'appareil est accepté à l'issue du contrôle ».

1. Donner la valeur des probabilités et probabilités conditionnelles suivantes :

$$P(D), \quad P(\overline{D}), \quad P_D(\overline{A}), \quad P_D(A), \quad P_{\overline{D}}(A).$$

2. Calculer à 0,001 près les probabilités suivantes :

$$P(A \cap D), \quad P(A \cap \overline{D}).$$

3. Dédurre de ce qui précède la probabilité $P(A)$ à 0,001 près.

4. Calculer à 0,001 près la probabilité qu'un appareil soit défectueux sachant qu'il a été accepté par le contrôle.

Exercice 2 : ESC 2003

Une urne contient 4 boules indiscernables au toucher : 1 blanche et 3 rouges.

On effectue des tirages d'une boule sans remise dans l'urne jusqu'à obtenir la boule blanche.

On utilisera les événements R_k : « le k -ième tirage donne une boule rouge » et B_k : « le k -ième tirage donne une boule blanche », pour k entier naturel non nul.

1. Calculer $\mathbf{P}(R_2)$.

2. (a) Déterminer $\mathbf{P}(B_1)$.

(b) Expliciter en fonction des R_k et B_k l'événement « la boule blanche sort au 2ème tirage ». Calculer la probabilité de cet événement.

(c) Procéder de même avec l'événement « la boule blanche sort au 3ème tirage ».

(d) Quelle est la probabilité que la boule blanche sorte au 4ème tirage ?

Devoir Maison Probabilités

Corrigé

I. Probabilités conditionnelles.

$$1. P(D) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}, \quad P(\bar{D}) = 1 - P(D) = \frac{19}{20}, \quad P_D(\bar{A}) = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}, \quad P_D(A) = 1 - P_D(\bar{A}) = \frac{1}{10},$$

$$P_{\bar{D}}(A) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}.$$

$$2. P(A \cap D) = P(D) P_D(A) = \frac{1}{20} * \frac{1}{10} = \frac{1}{200} = 0,005, \quad P(A \cap \bar{D}) = P(\bar{D}) P_{\bar{D}}(A) = \frac{19}{20} * \frac{4}{5} = \frac{19}{25} = 0,760.$$

3. En appliquant la formule des probabilités totales au système complet d'événements (D, \bar{D}) , on obtient :

$$P(A) = P(A \cap D) + P(A \cap \bar{D}) = 0,765.$$

$$4. \text{ Il s'agit de calculer la probabilité conditionnelle } P_A(D) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)} = \frac{0,005}{0,765} \simeq 0,006.$$

RAPPORT

Rappelons quelques faits importants :

- Une lecture préalable et attentive du sujet est nécessaire afin d'en comprendre la problématique et de hiérarchiser les difficultés. Elle permet alors au candidat d'aborder le sujet par les exercices (et / ou les questions) qui lui sont les plus accessibles.
- Une copie soignée est appréciée.
- Une bonne connaissance des notions et résultats fondamentaux du cours est un pré-requis indispensable à la résolution correcte de nombreuses questions d'un sujet de mathématiques.
- Une rédaction correcte comportant des justifications convenables ainsi que la vérification, ou au minimum le rappel, des hypothèses nécessaires à l'application d'un théorème utilisé forment une part extrêmement importante de la note attribuée à toute question.
- Vérifier la vraisemblance et la cohérence des résultats obtenus par rapport aux résultats proposés.
- L'aménagement des calculs et des raisonnements afin d'obtenir impérativement les résultats proposés est fortement sanctionné.

Avec une moyenne de 10,1 et un écart-type de 5,7, cette épreuve a permis une sélection tout à fait satisfaisante des candidats.

COMMENTAIRES PARTICULIERS

I. Probabilités conditionnelles.

Les réponses des candidats sont globalement correctes à ces questions même si de trop nombreuses erreurs de calculs numériques sont encore présentes (gestion de somme ou quotient de fraction). Pour certains candidats, il y a une confusion entre la probabilité $P(A \cap D)$ et la probabilité conditionnelle $P_D(A)$.