

Savoir faire en Prépas en Mathématiques

Auteurs:

Lahcen El Hachimi, MP*, Marrakech

My Ismail Mamouni, MP, Rabat

My Hassan Ratbi, PSI, Rabat

Savoir faire en Sup

1. Logie

- ✓ *Difficulté* : *
- ✓ *Importance* : **
- ✓ *Objectifs* :
 - Formaliser des propositions
 - Ecrire correctement les négations
 - Maîtriser les différents types de raisonnement : implication directe, réciproque, équivalence, contraposé, absurde)

2. Théorie des ensembles :

- ✓ *Difficulté* : **
- ✓ *Importance* : **
- ✓ *Objectifs* :
 - Retenir le vocabulaire et propriétés élémentaires sur les notions : ensembles, applications et relations binaires.

3. Entiers naturels

- ✓ *Difficulté* : *
- ✓ *Importance* : **
- ✓ *Objectifs* :
 - Maîtriser les différents types de raisonnements par récurrence
 - Manipuler les sommes et produits finis

4. Limites et continuité

- ✓ *Difficulté* : **
- ✓ *Importance* : **
- ✓ *Objectifs* :
 - Maîtriser les propriétés élémentaires des limites : opérations, inégalité

5. Dérivées et primitives

- ✓ *Difficulté* : **
- ✓ *Importance* : **
- ✓ *Objectifs* :
 - Caractériser des notions locales à l'aide de la dérivée : tangente, extremum

- Manipuler les dérivées
- Maîtriser les techniques de calcul de primitives : par parties, changement de variables,...

6. Fonctions usuelles.

- ✓ *Difficulté* : *
- ✓ *Importance* : *
- ✓ *Objectifs* :
 - Retenir les formules et propriétés élémentaires sur les fonctions usuelles et leurs réciproques.

7. Développements limités.

- ✓ *Difficulté* : **
- ✓ *Importance* : ***
- ✓ *Objectifs* :
 - Apprendre les développements limités usuels en 0.
 - Appliquer ces formules, pour le calcul de limites, recherche d'équivalents simples, étude des tangentes ou branches infinies.

8. Nombres complexes.

- ✓ *Difficulté* : **
- ✓ *Importance* : ***
- ✓ *Objectifs* :
 - Retenir les formules classiques sur les nombres complexes.
 - Utiliser les nombres complexes pour la résolution de problèmes d'algèbre ou géométrie.

9. Equations différentielles.

- ✓ *Difficulté* : **
- ✓ *Importance* : **
- ✓ *Objectifs* :
 - Résoudre les équations différentielles du 1^{er} et 2^{ème} ordre.

10. Sous-espaces vectoriels et affines de \mathbb{R}^n .

- ✓ *Difficulté* : ***
- ✓ *Importance* : ****
- ✓ *Objectifs* :
 - Retenir les définitions et propriétés élémentaires de l'algèbre linéaire : famille libre, génératrice,....

11. Déterminants d'ordre 2 et 3.

- ✓ *Difficulté* : *
- ✓ *Importance* : **
- ✓ *Objectifs* :
 - Maîtriser les calculs de déterminants et leurs applications dans l'étude de familles liées, libres,...

12. Structure euclidienne de \mathbb{R}^n .

- ✓ *Difficulté* : ****
- ✓ *Importance* : ***
- ✓ *Objectifs* :

- Maîtriser les notions de produit scalaire, norme et orthogonalité.

13. Courbes planes.

✓ *Difficulté* : ***

✓ *Importance* : **

✓ *Objectifs* :

- Dessiner les courbes planes paramétrées et celles en coordonnées polaires.
- Étudier leurs propriétés métriques.

14. Géométrie euclidienne de \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 .

✓ *Difficulté* : **

✓ *Importance* : ***

✓ *Objectifs* :

- Maîtriser les différents modes de repère.
- Retenir les propriétés élémentaires sur les notions de déterminants, produit scalaire et vectoriel, écart angulaire.

15. Coniques.

✓ *Difficulté* : ***

✓ *Importance* : **

✓ *Objectif* :

- Retenir les propriétés et formules géométriques.

16. Les nombres réels.

✓ *Difficulté* : **

✓ *Importance* : **

✓ *Objectifs* :

- Retenir les propriétés élémentaires sur les notions : inégalités, valeur absolue, partie entière.
- Maîtriser les notions de borne supérieure et inférieure.

17. Suites numériques.

✓ *Difficulté* : ***

✓ *Importance* : ***

✓ *Objectifs* :

- Étude globale (monotonie, bornée,...) et locale (limite, convergence,...) d'une suite numérique.
- Maîtriser les notions de suites : extraites, adjacentes, de Cauchy.

18. Structures algébriques.

✓ *Difficulté* : ***

✓ *Importance* : ***

✓ *Objectifs* :

- Retenir les définitions et propriétés élémentaires sur les notions de structures algébriques : groupe, anneau, corps.
- Brève introduction à l'algèbre linéaire : espace vectoriel, algèbre, application linéaire.

19. Dénombrément.

✓ *Difficulté* : ****

✓ *Importance* : **

- ✓ **Objectifs :**
 - Retenir les définitions et propriétés élémentaires sur la notion de cardinal d'un ensemble.
 - Manipuler des C_p^n
 - Résoudre des problèmes réels de dénombrement.

20. Arithmétique dans \mathbb{Z} .

- ✓ **Difficulté :** ****
- ✓ **Importance :** ***
- ✓ **Objectifs :**
 - Retenir les définitions et propriétés élémentaires sur les notions de : pgcd, ppcm, premiers, premiers entre eux,...
 - Maîtriser l'utilisation des théorèmes généraux d'arithmétique : Euclide, Gauss, Bezout,...

21. Séries numériques.

- ✓ **Difficulté :** ***
- ✓ **Importance :** *****
- ✓ **Objectifs :**
 - Etude de la convergence d'une série numérique.
 - Calcul de sommes infinies.

22. Fonctions numériques.

- ✓ **Difficulté :** ***
- ✓ **Importance :** ***
- ✓ **Objectifs :**
 - Etudier la continuité d'une fonction sur un intervalle : TVI
 - Etudier la dérivabilité d'une fonction sur un intervalle Rolle et TAF.
 - Retenir les propriétés élémentaires des fonctions convexes.

23. Polynômes.

- ✓ **Difficulté :** ***
- ✓ **Importance :** *****
- ✓ **Objectif :**
 - Bien maîtriser les notions de degré et racines

24. Fractions rationnelles.

- ✓ **Difficulté :** **
- ✓ **Importance :** **
- ✓ **Objectif :**
 - Décomposition d'une fraction rationnelle dans \mathbb{R} et dans \mathbb{C}

25. Intégration sur un segment.

- ✓ **Difficulté :** ***
- ✓ **Importance :** ****
- ✓ **Objectif :**
 - Introduire la notion d'intégrale par celle des fonctions en escaliers.
 - Retenir les propriétés fondamentales de l'intégrale.
 - Maîtriser le calcul approché d'intégrales.

26. Intégration sur un intervalle quelconque.

- ✓ *Difficulté* : ****
- ✓ *Importance* : *****
- ✓ *Objectif* : I désigne un intervalle quelconque de \mathbb{R}
 - Maîtriser les techniques d'étude de la convergence d'une intégrale et de l'intégrabilité d'une fonction sur un intervalle quelconque.
 - Être capable de distinguer entre les deux notions.

27. Structure d'espace vectoriel.

- ✓ *Difficulté* : ***
- ✓ *Importance* : ****
- ✓ *Objectif* :
 - Généraliser les propriétés déjà vues pour les sev de \mathbb{R}^n à un ev quelconque
 - Maîtriser les notions de sommes directes.
 - Introduire la notion de réduction d'un endomorphisme

28. Matrices et applications linéaires.

- ✓ *Difficulté* : ****
- ✓ *Importance* : *****
- ✓ *Objectif* :
 - Bien maîtriser la correspondance duale entre matrices et applications linéaires, entre matrices de passage et bases d'une ev.

29. Déterminants.

- ✓ *Difficulté* : ****
- ✓ *Importance* : *****
- ✓ *Objectif* :
 - Maîtriser l'utilité des déterminants dans la caractérisation des notions de base, isomorphisme, automorphisme, matrices inversibles, valeurs propres.
 - Maîtriser les différentes méthodes de calcul de déterminants.

Savoir faire en Spé

30. Arithmétique sur \mathbb{Z} et $\mathbb{K}[X]$

- ✓ *Difficulté* : ****
- ✓ *Importance* : ****
- ✓ *Objectifs* :
 - Maîtriser la notion de polynôme annulateur en particulier celle du polynôme minimal
 - Arithmétiques des polynômes et des entiers.

31. Réduction d'endomorphismes

- ✓ *Difficulté* : ****
- ✓ *Importance* : *****
- ✓ *Objectifs* :
 - Répondre à la question: l'endomorphisme ou la matrice sont-ils trigonalisables ou diagonalisables
 - Savoir diagonaliser ou trigonaliser une matrice

32. Espaces vectoriels normés (evn)

- ✓ *Difficulté* : ****
- ✓ *Importance* : *****
- ✓ *Objectifs* :
 - Maîtriser la manipulation des normes et les notions topologiques associées : boule, ouvert, fermé,....
 - Maîtriser l'exploitation des normes comme outil pour l'étude de problèmes d'algèbre

33. Calcul différentiel

- ✓ *Difficulté* : *****
- ✓ *Importance* : ***
- ✓ *Objectifs* :
 - Retenir les propriétés fondamentales du calcul différentiel et leurs applications à la résolution d'équations aux dérivées partielles ou à l'étude d'extremums

34. Dualité en dimension finie

✓ *Difficulté* : ***

✓ *Importance* : ***

✓ *Objectifs* :

- Maîtriser la notion d'équations d'un sev et son lien avec les formes linéaires ;
- Etude des hyperplans.
- Maîtriser le calcul de la base duale et préduale.
- Décomposer une forme quadratique en carrées, reconnaître sa signature et une base orthogonale.

35. Espaces vectoriels euclidiens

✓ *Difficulté* : ***

✓ *Importance* : ****

✓ *Objectifs* :

- Bien Maîtriser les notions de produit scalaire, orthogonalité, adjoint d'un endomorphisme et leurs applications.
- Projections et symétries orthogonales.
- Endomorphismes auto-adjoints et leurs réductions.
- Matrices et endomorphismes orthogonaux.

36. Séries dans un Banach

✓ *Difficulté* : ***

✓ *Importance* : ****

✓ *Objectifs* :

- Retenir les propriétés classiques et règles d'étude de la convergence d'une série numériques et généraliser ces connaissances pour l'étude de la sommation dans un Banach

37. Suites et séries de fonctions

✓ *Difficulté* : ***

✓ *Importance* : *****

✓ *Objectifs* :

- Bien maîtriser les différents modes de convergence de suites ou séries de fonctions, et surtout l'utilisation des théorèmes généraux d'intervention de limites, sommes, dérivées et intégrales.
- Etudier les fonctions définies par une série.

38. Séries entières

✓ *Difficulté* : **

✓ *Importance* : ***

✓ *Objectifs* :

- Maîtriser les différents modes et lieux de convergence d'une série entière
- Introduire le concept de développement en série entière et savoir les différentes façons de calculer le développement en série entière et le rayon de convergence.

- Introduire la notion de fonctions holomorphes

39. Intégrales dépendant d'un paramètre

✓ *Difficulté* : **

✓ *Importance* : ***

✓ *Objectifs* :

- Maîtriser les théorèmes généraux d'existence, inversion limite-intégrale, série-intégrale continuité et dérivation d'une intégrale dépendant d'un paramètre;
- Étudier les fonctions définies par une intégrale.
- Calcul d'intégrales

40. Séries de Fourier

✓ *Difficulté*: ***

✓ *Importance*: ****

✓ *Objectifs*:

- Étude du comportement asymptotique des coefficients de Fourier: limites, équivalents,...
- Études des différents modes de convergence d'une série de Fourier: ponctuelle, normale, uniforme, quadratique.
- Calcul de sommes par Parseval et Dirichlet.