

## Ensembles-Applications Niveau I

### Giuseppe Peano (1858-1932)

Mathématicien et linguiste italien. Pionnier de l'approche formaliste des mathématiques, il développa, une axiomatisation de l'arithmétique et une pour la théorie des ensembles. Il est par ailleurs l'inventeur d'une langue auxiliaire internationale le latin sans flexions (LsF). Il fut membre du comité qui créa la délégation pour l'adoption d'une langue auxiliaire internationale. Peano fut l'un des protagonistes de la crise des fondements des mathématiques, en particulier à travers l'influence qu'il eut sur Bertrand Russell.



### 😊 Blague du jour

- Une femme dit à son mari mathématicien :
- J'ai peur que tu m'aimes moins que les maths, parce que tout le temps tu ne parles que maths...
  - Absurde, je t'aime plus que tout.
  - Prouve-le !
  - OK. Raisonnons par l'absurde. Soit  $A$  l'ensemble de tous les êtres aimables, supposons que tu n'y appartiens pas...

### 🔪 Exercice 1

Soient  $A, B, C$  trois parties d'un ensemble  $E$ . Démontrer l'assertion suivante :

$$\begin{cases} A \setminus B = A \setminus C \\ B \setminus A = C \setminus A \end{cases} \implies B = C$$

### 🔪 Exercice 2

Soient  $A, B$  et  $C$  trois parties d'un ensemble  $E$ . Montrer que :

- a)  $A \setminus B = C_E(B) \setminus C_E(A)$ .
- b)  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .
- c)  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ .

### 🔪 Exercice 3

Soient  $A, B$  et  $C$  trois ensembles, démontrer l'implication :  $\begin{cases} A \cup B = A \cup C \\ A \cap B = A \cap C \end{cases} \implies B = C$ .

**Exercice 4**

Soient  $A, B, C$  trois parties d'un ensemble  $E$ . Démontrer les assertions suivantes :

Q1)  $A \cup B = A \cap C \iff B \subset A \subset C$ .

Q2)  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ .

Q3)  $\begin{cases} A \cup B \subset A \cup C \\ A \cap B \subset A \cap C \end{cases} \implies B \subset C$ .

Q4) Soient  $A, B, C, A', B', C'$  six parties d'un ensemble  $E$  telles que :

$$A \cap B \cap C = \emptyset, A \cup B = A' \cup B', B \cup C = B' \cup C', C \cup A = C' \cup A', A' \subset A, B' \subset B \text{ et } C' \subset C$$

Montrer que  $A = A', B = B'$  et  $C = C'$ .



**Exercice 6**

Soient  $A, B, C$  trois parties de  $E$ , démontrer les assertions suivantes :

a)  $\overline{A \Delta B} = A \Delta \overline{B} = \overline{A} \Delta B$ .

b)  $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (\overline{A} \cap C)$

) (on commencera par déterminer le complémentaire du premier ensemble).

