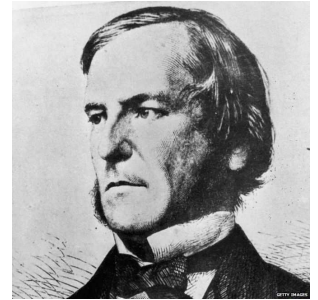


## Logie

Lundi 18 Septembre 2017

## George Boole (1815-1864)

Logicien, mathématicien et philosophe irlandais. Il est le créateur de la logique moderne, fondée sur une structure algébrique et sémantique, que l'on appelle algèbre de Boole en son honneur. N'acceptant que deux valeurs numériques : 0 et 1. Cette algèbre aura de nombreuses applications en téléphonie et en informatique. Autodidacte, il publia ses premiers travaux d'algèbre tout en exerçant son métier d'instituteur et de directeur d'école. Au fait, issu d'une famille pauvre, George Boole n'a pas les moyens financiers d'aller à l'université. Obligé de travailler pour soutenir sa famille, il devient enseignant à 16 ans. Quatre ans plus tard, il fonde et dirige sa propre école.



## Blaque du jour

Deux personnes qui font une promenade dans une montgolfière sont perdues et décident de redescendre plus bas pour demander leur chemin. Elles aperçoivent sur deux autres personnes qui discutent sur la route et demandent :

- « Excusez-moi, messieurs. Pouvez vous nous dire où nous sommes là ? »
- « Vous êtes dans une montgolfière »

Surprises, les deux personnes de la montgolfière les remercient quand même et reprenne de l'altitude. Un peu plus loin, l'un dit à l'autre : « A mon avis, ces deux là sont des mathématiciens. »

- Qu'est-ce qui te fait dire ça ?
- Et bien, ils ont mis du temps à nous répondre, leur réponse est parfaitement juste, mais elle ne sert absolument à rien.

Pendant ce temps, les deux mathématiciens se disent : « C'était sûrement des économistes ces deux là. Ils nous posent des questions évidentes, et après, s'ils sont perdus c'est de notre faute. »

## Véridiques, menteurs et changeants

Les élèves de seconde année (les *anciens*) sont de trois types :

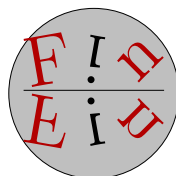
- Les *véridiques* (qui disent toujours la vérité)
- Les *menteurs* (qui mentent toujours)
- Les *changeants* (qui parfois disent la vérité, parfois mentent).

Dès vos premiers contacts, les anciens cherchent à mettre en défaut votre sagacité.

Saurez-vous attribuer à chaque ancien le type qui est le sien ?

1. Le premier ancien rencontré vous dit : *Je suis un menteur*. Qu'en pensez-vous ?
2. Le suivant vous renseigne sur son type, et vous en déduisez qu'il n'est pas un menteur.  
Qu'a-t-il pu vous dire ?
3. Vous rencontrez ensuite  $A_1$  et  $A_2$ , qui vous disent successivement :
  - $A_1$  : *"L'un de nous deux est un véridique"*
  - $A_2$  : *"L'un de nous deux est un menteur"*
  - $A_1$  : *" $A_2$  a dit la vérité"*
 Quel est le type de  $A_1$  et  $A_2$  ?
4. Vous rencontrez ensuite  $A_3$  et  $A_4$  :
  - $A_3$  : *"Je suis un changeant"*
  - $A_4$  : *"Une seule des deux premières affirmations est vraie"*
  - $A_3$  : *"Une seule des trois premières affirmations est vraie"*
  - $A_4$  : *"Au moins trois affirmations parmi les quatre sont fausses"*
 Quel est le type de  $A_3$  et  $A_4$  ?
5. Vous rencontrez ensuite trois groupes de trois anciens.  
Vous savez que chacun de ces groupes est formés d'un représentant de chaque type.
  - (a) Devinez le type de  $A_5$ ,  $A_6$  et  $A_7$ , s'ils vous disent :
    - $A_5$  : *"Si je suis le changeant,  $A_6$  est le menteur"*
    - $A_6$  : *"Si je suis le menteur,  $A_7$  est le véridique"*
    - $A_7$  : *"Si je suis le véridique,  $A_5$  est le changeant"*
  - (b) Devinez le type de  $A_8$ ,  $A_9$  et  $A_{10}$ , s'ils vous disent :
    - $A_8$  : *"Je suis le véridique ou  $A_9$  est le menteur"*
    - $A_9$  : *"Je suis le menteur ou  $A_{10}$  est le changeant"*
    - $A_{10}$  : *"Je suis le changeant ou  $A_8$  est le véridique"*
  - (c) Devinez le type de  $A_{11}$ ,  $A_{12}$  et  $A_{13}$ , s'ils vous disent :
    - $A_{11}$  : *" $A_{12}$  est le véridique"*
    - $A_{12}$  : *" $A_{13}$  est le changeant"*
    - $A_{13}$  : *" $A_{11}$  est le menteur"*
6. Voici ici enfin un groupe de six anciens, que vous consultez pour savoir si ce problème est ou n'est pas intéressant (attention : dans ce groupe, il n'y a pas de changeant).
  - $A_{14}$  : *"Ce problème n'est pas intéressant"*
  - $A_{15}$  : *"Il y a exactement deux véridiques parmi nous"*
  - $A_{16}$  : *"Il y a un seul véridique parmi nous"*
  - $A_{17}$  : *"Ou bien  $A_{19}$  n'est pas du même type que moi, ou bien je suis un véridique"*
  - $A_{18}$  : *" $A_{15}$  a dit la vérité"*
  - $A_{19}$  : *" $A_{18}$  a dit la vérité"*

Ce problème était-il intéressant ?



## Corrigé

©Ferrard

1. Cet ancien n'est pas un menteur (car alors la phrase serait vraie).  
Ce n'est pas non plus un véridique (car alors la phrase serait fausse). C'est donc un changeant.
2. La phrase prononcée est par exemple "*je ne suis pas un changeant*".  
En effet un menteur ne peut pas le dire (sous peine de dire une vérité).
3. Supposons que  $A_2$  soit un véridique.  
Ce que dit  $A_2$  étant vrai,  $A_1$  est un menteur.  
Or la première phrase de  $A_1$  est manifestement vraie : il y a une contradiction.  
Mais si  $A_2$  est un menteur, la phrase qu'il prononce est vraie : nouvelle contradiction.  
 $A_2$  est donc un changeant.  
Si  $A_1$  est un véridique,  $A_2$  "*a dit la vérité*" et n'est donc pas un menteur.  
Mais la phrase qu'il prononce indique qu'il y a un menteur parmi eux : contradiction.  
Si  $A_1$  est un menteur, la phrase de  $A_2$  est vraie.  
 $A_2$  a donc dit la vérité et le "*menteur*"  $A_1$  a également (pour sa deuxième phrase) prononcé une vérité : contradiction.  
Conclusion :  $A_1$  et  $A_2$  sont tous les deux des changeants.
4. Si la deuxième phrase est vraie, alors la première phrase est fausse.  
Si la deuxième phrase est fausse, alors la première est fausse.  
Dans tous les cas, la première phrase est fausse. Ainsi  $A_3$  n'est pas un changeant.  
Comme il vient de mentir, c'est un menteur.  
La deuxième phrase qu'il prononce est donc fausse.  
On en déduit que la deuxième phrase du dialogue est fausse.  
Ainsi les trois premières phrases sont fausses, et la quatrième est vraie.  
 $A_4$ , qui a menti une première fois et dit la vérité la seconde fois, est donc un changeant.
5. (a) Ni  $A_5$ , ni  $A_7$  ne sont menteurs car sinon, partant d'une hypothèse fausse, les implications qu'ils énoncent seraient vraies.  
C'est donc  $A_6$  qui est le menteur.  
L'implication qu'il énonce étant fausse, la conclusion correspondante est fausse.  
 $A_7$  n'est donc pas le véridique.  
Conclusion :  $A_5$  est le véridique,  $A_6$  est le menteur, et  $A_7$  est le changeant.  
(b) Remarquons que  $A_9$  n'est pas le menteur (car sinon il prononcerait une phrase vraie).  
De la même manière,  $A_8$  n'est pas le véridique (sinon les phrases prononcées par  $A_8$  et  $A_{10}$  seraient vraies, ce qui ne laisserait que  $A_9$  comme menteur possible).  
Supposons que  $A_9$  soit le changeant.  
Le seul véridique possible est donc  $A_{10}$ .  
Mais la phrase qu'il prononce devient fausse : contradiction.  
On en déduit que  $A_9$  est le véridique.  
la phrase qu'il prononce montre alors que  $A_{10}$  est le changeant puis que  $A_8$  est le menteur.  
(c)  $A_{11}$  n'est pas le véridique (sinon la phrase qu'il prononce serait vraie).  
 $A_{12}$  n'est pas le véridique (sinon les deux premières phrases seraient vraies :  $A_{13}$  serait donc le seul menteur possible, ce qui rentre en contradiction avec la deuxième phrase).  
Conclusion : le véridique est  $A_{13}$ , le menteur est  $A_{11}$ , et le changeant est  $A_{12}$ .
6. Si  $A_{15}$  était un véridique, les phrases prononcées par  $A_{15}$ , puis par  $A_{18}$ , puis par  $A_{19}$ , seraient vraies.  
Il y aurait donc au moins 3 véridiques, ce qui contredit la phrase de  $A_{15}$ .  
Donc  $A_{15}$  est un menteur.  
On en déduit que  $A_{18}$ , puis  $A_{19}$ , sont également menteurs.  
Si  $A_{17}$  était un véridique, alors il serait "*du même type que*  $A_{19}$  : contradiction.  
Donc  $A_{17}$  est également un menteur.  
Dans ces conditions :
  - soit  $A_{16}$  est un véridique, et alors  $A_{14}$  est un menteur.
  - soit  $A_{16}$  est un menteur, et le groupe ne contient pas "*un seul véridique*".  
Là encore  $A_{14}$  doit être un menteur.
 Dans tous les cas,  $A_{14}$  est un menteur.  
Conclusion (prévisible) : Le problème était intéressant !