

Devoir Maison N°10

Developpements Limités

10 Janvier 2019

Exercice 1 Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f définie par

$$f(x) = (x+1)^{\frac{\sqrt{x+1}}{x}}$$

i.e $f(x)$ est égal à $x+1$ élevé à la puissance $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$.

1. Déterminer D_f le domaine de définition de f .
2. Déterminer la limite de f en $x = -1$.
Peut-on prolonger f par continuité en -1 ?
3. Si vous avez répondu oui à la question précédente, le prolongement obtenu est-il dérivable en -1 ?
La courbe représentative (C_f) de f admet-elle une tangente en $x = -1$?
4. Déterminer un développement limité de f en $x = 0$ à l'ordre 2.
5. En déduire que f est prolongeable par continuité en $x = 0$ et que ce prolongement est dérivable en 0.
Préciser la valeur de la dérivée et la position de (C_f) par rapport à la tangente en $x = 0$.
6. Déterminer la limite de f en $+\infty$
Y-a-t il une asymptote en $+\infty$?
7. Sur quel ensemble la fonction f éventuellement prolongée est-elle continue.
Même question pour la dérivabilité.
8. Déterminer la dérivée de f éventuellement prolongée ainsi que son signe.
9. Tracer la courbe (C_f) .

Exercice 2 On pose $f(x) = \sqrt{x(x+2)} \exp\left(\frac{1}{x}\right)$.

1. Donner le domaine de définition de f .
2. Déterminer le développement limité d'ordre 2 de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$.
3. La courbe représentative de f admet-elle une droite asymptote en $+\infty$? Si oui, donner son équation et la position de la courbe représentative de f par rapport à cette asymptote.
4. Mêmes questions en $-\infty$.