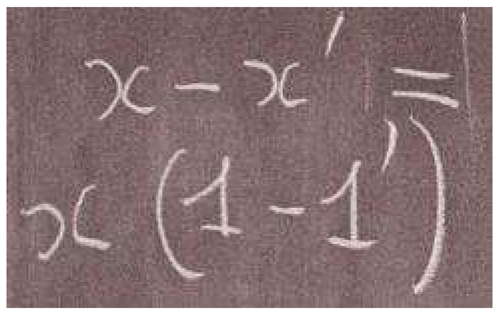
Recueil de blagues mathématiques et autres curiosités

Bruno Winckler



“A good mathematical joke is better, and better mathematics, than a dozen mediocre papers.” – Littlewood

Édition 3.1

1^{er} avril 2009

Ce recueil est disponible librement à l'adresse suivante :
`http://mathem-all.fr/recueil_blagues31.pdf`.

Table des matières

CELUI QUI LIT CETTE PHRASE EST UN IDIOT !

Préface de la seconde édition

Ah, les mathématiques, quelle science merveilleuse (introduction pour le moment assez classique) ! Depuis toujours, moi, parmi des milliers d'autres personnes, apprécie cette science par fascination pour le nombre π, les nombres premiers, ce monde ordonné, la possibilité de toujours porter des *jeans*... Mais un reproche que j'ai toujours entendu, c'est que « les maths c'est austère », « la rigueur rend cet univers rigide, froid », « la subjectivité n'y est pas de mise », et tous les très bons contre-arguments à ces propos – que tous les mathématiciens connaissent, à raison – sont rejetés, mis sur le compte de notre caractère introverti.

Puis j'ai commencé à découvrir l'humour mathématique. Dans ces histoires drôles, les mathématiciens se moquent d'eux-mêmes, j'en meurs de rire, et tant pis si les non-avertis ne savent pas ce qui est censé être amusant – situation surréaliste qui, parfois, peut les faire rire jusqu'aux larmes, croyez-en mon expérience –, je crois tenir la solution à tous les sarcasmes anti-matheux. Après avoir passé des heures, des nuits entières, vraiment, à collecter toutes les blagues mathématiques connues à tous les coins de l'univers, par le biais de livres, Internet, comme le prouvent les copier-coller, des amis, *etc.*, j'ai tout regroupé sous la forme d'un recueil, condensé de blagues éparpillées sur le globe, destiné à un de mes détracteurs les plus virulents à l'occasion de son anniversaire. Et il a beaucoup aimé !

Alors voilà, il est temps de partager. Vous avez entre vos mains, ou en format PDF, la meilleure réponse à fournir à ceux qui se fichent complètement de savoir que vous faites des mathématiques sous prétexte que c'est un art, que c'est la clé du monde, la beauté à l'état pur, que la philosophie n'est pas assez exacte ou que tout le monde a essayé de vous dissuader. Soit ils avoueront beaucoup en rire, soit ils souriront en se disant : « Ah, que voulez-vous, ils sont ainsi les mathématiciens ! » Mais ce recueil est également destiné à ceux qui adorent les mathématiques (évidemment !), à ceux qui n'y comprennent pas un mot mais veulent la preuve que l'humour mathématique existe, à ceux qui n'aiment pas les mathématiques mais veulent conquérir une belle matheuse aux courbes C^1, aux grand-mères à qui on veut en mettre plein la vue, à vos plantes qui poussent mieux quand on leur parle de maths... J'espère qu'un jour ce recueil sera refilé d'étudiant en étudiant, précédé de « Tiens, on m'a filé un truc marrant », traduit en plusieurs langues et *best-seller*.

Je vous prie de contribuer au partage de ce recueil, et si des blagues ou des curiosités intéressantes ne sont pas en ce lieu, merci de me les faire parvenir à *bruno@mathem-all.fr*.

Amicalement. Bruno Winckler.

Préface de la troisième édition

Lors de la préparation de la première édition, je n'aurais jamais osé rêver à un tel succès : le livre a été traduit dans plusieurs langues et j'ai reçu de nombreux courriers de lecteurs enthousiastes (surtout de lectrices passionnées) avec des commentaires souvent dithyrambiques. En fait, c'est comme ça que j'aimerais débuter la préface de la quatrième édition, grâce à une troisième édition complète que je présente ici ! Étant donné le peu d'informations que j'ai à l'heure actuelle sur les zéros de la fonction ζ (réflexion faite, la conjecture de Goldbach devrait être plus simple, je vais m'y mettre), il me semble en effet raisonnable de me faire un nom avec un recueil qui, je l'espère, finira par être une référence pour tous les malheureux qui scrutent les blagues mathématiques éparpillées à travers le monde. Alors, après le Perrin, le Rudin, peut-être que ce recueil deviendra le nouveau livre de chevet des mathématiciens et autres amateurs de mathématiques, si bien qu'on le surnommera « le Winckler » (j'ai l'impression de parler comme un Alsacien là), puis *la Win* pour faire court ? !

Les ambitions de cette édition sont les mêmes que celles citées dans la préface précédente, en espérant être toujours à la hauteur ; parmi les ajouts, on compte une foultitude de nouvelles blagues, anecdotes et citations réparties dans une dizaine de chapitres, qui eux-mêmes ont gagné en nombre de sections au nom d'une structure plus cohérente. Vous noterez la prolifération des blagues anglophones et germaniques, des confrontations entre mathématiciens, physiciens et ingénieurs, et la naissance d'un chapitre *Secrets de profession* qui élude quelques points de la profession de mathématicien ! Il y en a alors pour tous les goûts, des bonnes et des sottes [*], des classiques et des inédites, des pudiques et des salaces, des compréhensibles pour l'entendement humain et des surréalistes... Et surtout, vous avez remarqué la jolie nouvelle page de garde ? ? ? Que demander de plus ? *Ah !* si vous avez quelque chose à demander, n'hésitez pas à me contacter à l'adresse *bruno@mathem-all.fr*. Du moins, tant que je ne

∗. Tout le monde a bien compris que les blagues nulles sont là pour que le recueil atteigne un nombre de pages premier, index exclu...

suis pas une superstar snobinarde et que je reste à l'écoute de toutes les critiques.

Enfin, il paraît que c'est l'usage de remercier les proches, les familles... Je vais commencer par souligner le rôle grandissant d'Hakan Dut qui commence doucement à contribuer au travers, par exemple, des fonctions auxquelles il donne vie dans *Reconnaître une fonction qui nous aborde dans la rue*, si bien qu'il finira peut-être par avoir son nom, lui aussi, sur la jolie nouvelle page de garde. Une petite dédicace également à Francescototos avec lequel on a passé des cours de maths à essayer de créer de nouvelles blagues – sans succès – mais t'inquiète, on va y arriver, la devinette sur les Martiens tout verts marchera avec la bonne topologie ! Puis un grand merci à Tata Flo pour sa patience infinie ($\aleph_1$, oui, pauvre tata) lorsqu'il s'agit de corriger toutes mes énormités dans les traductions de l'anglais au français, à Doudou pour ses conseils de mise en forme bienvenus, à Marmotte qui ne m'abandonnera *jamais* dans la quête de la k-ième lettre de l'alphabet pendant que d'autres cherchent le corps à un élément, à MisterBulles pour crouler de rire quand je lui parle de (vraies) maths absconses, à Anstressa pour m'avoir évité de perdre toute crédibilité dès la première ligne de la préface, à Didine pour son opinion sans pitié (aucune !) sur mes blagues (j'en ai encore des sueurs), à Jon (prononcer à l'anglaise) parce qu'il est bon public, à Guigui grâce à qui j'ai pris conscience que les gens ne riaient pas aux blagues matheuses seulement pour me faire plaisir, à Euler pour ses maths *rock'n'roll*, à Guitou pour ne pas m'avoir renié quand il a découvert mes aspirations d'autiste, à Valérie pour me rappeler qu'il n'y a pas que les mathématiques dans la vie ; c'est la seule que je n'ai pas appelée par un pseudonyme, j'espère qu'elle ne m'en voudra pas... Mais surtout, je suis content d'avoir eu affaire à quelqu'un d'aussi retors que Ben, si bien que l'idée de le réconcilier avec les mathématiques m'a conduit à faire ce recueil pour la première fois. Ne t'en fais pas Ben, ton édition est collector ! La liste est encore longue, beaucoup d'autres mériteraient d'être cités (les camarades de l'ÉNS, la famille, les anciens camarades...), mais il faut savoir s'arrêter.

Sur ce : *hell yeah*, attention Gallimard, j'arrive !
Amicalement. Bruno Winckler.

PS : Pour l'édition 3.1, merci à tous ceux qui ont pris le temps de signaler les milliards de coquilles du recueil. En particulier, Édouard Thomas (j'ai mis le é majuscule !) et Hakan Dut méritent mes louanges, le premier pour m'en avoir fait baver avec son passage au peigne fin des règles typographiques non respectées, le deuxième parce que je lui en ai fait baver en lui déléguant partiellement la tâche que le premier m'avait soufflée, héhé. Bonne lecture !

Chapitre 1

Humour sur les symboles

En fait j'ai vu un peu gros avec ce chapitre, puisque je n'ai que trois blagues... Allez, pour remplir la page, on va leur consacrer une sous-partie entière !

1.1 La blague de la honte

Que vaut $\frac{\sin(x)}{n}$ pour tout x, tout n ? 6. La preuve ? : $\frac{\sin x}{n} = \frac{\text{si } x}{1} = \text{six}$. Pour que cette partie ne soit pas trop dépourvue, je vais citer $\ln(3)$ (Hélène de Troie). Aha (Certains doivent se dire que ça commence bien).

1.2 La prochaine sera bien (jycroisamort)

Pour me mettre dans la poche la majorité de la scène humoristique francophone, une blague sur les blondes !

Un enseignant en mathématiques veut apprendre à une élève (blonde !) à calculer des limites. Après quelques explications sommaires, il donne en exemple cette limite :

$$\lim_{x \to 8^+} \frac{1}{x-8} = +\infty.$$

La blonde lui assure alors qu'elle a compris, mais pour en avoir la certitude, le professeur lui demande de calculer une autre limite du même acabit. Voici le résultat qu'elle propose... :

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{1}{x-3} = +\omega.$$

Une variante demande à la blonde d'étudier $\lim_{n \to 0^+} \frac{Z}{n}$, après avoir eu en exemple $\lim_{n \to 0^+} \frac{8}{n}$.

1.3 Sex is fun...

Soit $f(a) = (e^x)^{1/n}$.

$$\lim_{t\to\infty}\left(f(a) - \frac{1}{f(t)}\right) = \frac{d}{dx}f(u) \Leftrightarrow \lim_{t\to\infty}\left(f(a) - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{d}{dx}f(u) \Leftrightarrow \lim_{t\to\infty}\left(f(a) - 0\right) = \frac{d}{dx}f(u).$$

Ceci donne :

$$(e^x)^{1/n} = \frac{d}{dx}f(u) \Leftrightarrow e^x = \frac{d}{dx}f(u)^n \Rightarrow \int e^x = \int \frac{d}{dx}f(u)^n.$$

On conclut :

$$\int e^x = f(u)^n.$$

1.4 En fait j'en ai d'autres

- Une formule minable : $\frac{2aboqphie}{2\pi r^2} = 2qbc$ (Deux abbés occupés à chier sur deux pierres carrées égalent 2 culs baissés).
- Et que dit 0 en rencontant 8 ?
  Réponse : Belle ceinture !
- Et puisqu'il est toujours question de 8, que vaut 8 divisé par 2 ?
  Réponse : Verticalement, ça donne 3, horizontalement, ça donne 0.
- Soit $\varepsilon > 0$. Que vaut $3 \times \varepsilon$?
  Réponse : 8. Car $3 \times \varepsilon = 3\ \varepsilon = \varepsilon\ 3 = \varepsilon 3 = 8$.
- ω est un nombre réel vérifiant $\omega + \frac{\pi}{2} = 3$ et $\omega - \frac{\pi}{2} = \varepsilon$. Combien vaut $\omega + \pi$?
  Réponse : m.
- Combien égale $0 + 0$?
  Réponse : $0 + 0 = \theta\tau\tau$.
- Quel animal est le plus doué dans le calcul de $\cot^4(a^5)$?
  Réponse : Le coq, parce que $\cot(\cot(\cot(\cot(aaaaa))))$!
- Plus sérieusement, combien fait, une fois développé, le produit

  $$(x-a)(x-b)\cdots(x-z)\ ?$$

  Réponse : On trouve que ça fait 0 (Considérer l'antépénultième terme) !

1.5 Superthéorèmes

Voici une liste de théorèmes qui serviront dans la vie de tous les jours ! Merci les maths. *

*. Certains remarqueront que certains des théorèmes n'ont rien à voir avec l'humour sur les symboles, mais je vous rappelle qu'ici c'est moi le chef, que même si « les maths c'est l'ordre » je peux me permettre une mise en forme anarchique !

Théorème 1 *π est irrationnel.*

<u>PREUVE :</u> Montrons d'abord ce petit lemme : $\frac{cheval}{oiseau} = \pi$. En effet :

$$\frac{cheval}{oiseau} = \frac{l \cdot vache}{oiseau} = \frac{l \cdot \beta \cdot \pi}{\beta l}.$$

On a en effet utilisé, d'une part, la commutativité du produit (c'est-à-dire le fait que $xy = yx$), puis le fait qu'une vache soit une bête à pis ($\beta\pi$), et un oiseau une bête à ailes (βl). On simplifie, et on obtient :

$$\frac{cheval}{oiseau} = \pi.$$

Alors, comme il n'y a aucune mesure entre le cheval et l'oiseau, π est incommensurable, ou comme on le dit plus familièrement dans le jargon mathématique, il est irrationnel... □ Dingue ! Continuons.

Théorème 2 *Les filles sont le mal absolu (Théorème dit du misogyne).*

<u>PREUVE :</u> Les filles, comme chacun sait, nécessitent beaucoup de temps et d'argent :

$$Filles = Temps \cdot Argent.$$

Or, il est connu que « le temps, c'est de l'argent » :

$$Temps = Argent.$$

Ce qui nous donne donc :

$$Filles = (Argent)^2.$$

Et parce que l'argent est la racine de tout mal :

$$Argent = \sqrt{leMal}.$$

Donc... $Filles = \left(\sqrt{leMal}\right)^2$. Nous sommes forcés d'en conclure que :

$$Filles = |leMal|. \qquad \square$$

Maintenant, je m'adresse aux filles dont le petit copain a sorti cette blague vaseuse, vous pourrez leur dire : $Moi = Geniale$, $Toi = -Genial$, donc : $Moi + Toi = 0$, et en corollaire : $Moi - Toi = Doublement\ Genial$ (les maths ne mentent jamais). Il y a même plus rigoureux, en restant dans le cadre de la démonstration. Il suffit de se rappeler que le Mal est négatif, donc $\sqrt{leMal} = i\sqrt{-leMal}$. On en arrive à $Filles = -leMal$, et $-leMal = leBien$. Je pense qu'il comprendra qu'on ne plaisante pas avec vous...

Théorème 3 *$\frac{Vert}{Kroumir} = Cassoulet.$*

PREUVE : En effet, en simplifiant par r, en obtient $\frac{Vet}{Kroumi}$. D'où, comme v n'est rien : $\frac{Vet}{Kroumi} = \frac{et}{kroumi}$. Qui dit umi dit t, alors : $\frac{et}{kroumi} = \frac{et}{krot}$. On simplifie par t. De plus, le ro se biffe, donc finalement : $\frac{et}{krot} = \frac{e}{k}$. Or k sous l'é donne bien cassoulet... □

Théorème 4 *Moins on en sait, plus on gagne.*

PREUVE : Postulat 1 : la connaissance, c'est le pouvoir. Postulat 2 : le temps, c'est de l'argent. Comme le sait tout ingénieur, $Puissance = \frac{travail}{temps}$, et comme $connaissance = pouvoir$ et $temps = argent$, on a alors : $connaissance = \frac{travail}{argent}$. On trouve :

$$argent = \frac{travail}{connaissance}.$$

Ainsi, quand la connaissance tend vers zéro, l'argent tend vers l'infini, quel que soit le travail effectué. □ Belle leçon de société pour nos enfants !

Ici, un théorème dont la démonstration est laissée à titre d'exercice au lecteur :

Théorème 5 *Étudier = Échouer*

Cette proposition découle du fait que étudier = ne pas échouer, et que ne pas étudier = échouer, puis on somme les deux membres...

Enfin, un beau théorème dû au très grand mathématicien hongrois György Pólya (1887-1985) :

Théorème 6 *Les oiseaux ne boiront jamais d'alcool.*

PREUVE : Pour ce faire, on a besoin d'un petit lemme démontré en 1921...

Lemme 1 *Supposons qu'un ivrogne se promène dans un espace à d dimensions, en se déplaçant à chaque temps t dans une des $2d$ directions « de base » de l'espace avec une probabilité égale pour chaque direction (à savoir $\frac{1}{2d}$). Alors :*

- *Dans un espace à une ou deux dimensions, l'ivrogne repassera une infinité de fois par son point de départ (et même par tout autre point).*
- *Si la dimension est strictement plus grande que 2, l'ivrogne a une probabilité 1 de s'éloigner à l'infini du point de départ.*

Pour une démonstration de ce résultat †, voir [Pól] par exemple. Le théorème découle facilement du lemme : au contraire de l'ivrogne humain qui se balade dans les directions à gauche–à droite–avant–arrière (dimension 2, donc) et qui retrouvera donc forcément sa maison, les ivrognes aviaires (s'ils existent) se déplacent dans les airs, donc dans un espace à trois dimensions. De fait, ils risquent de ne jamais retrouver leur maison, ce qui les contraint à ne pas boire...□

†. Dont la vraie formulation est : pour $d = 1$ et $d = 2$, la marche aléatoire isotrope est récurrente. Pour $d = 3$ et au-delà, la marche aléatoire isotrope n'est pas récurrente ; on dit alors qu'elle est transitoire.

Chapitre 2

Humour sur le jargon

2.1 Les fonctions aussi vont acheter leur pain

2.1.1 Exponentielle et Logarithme

1. Logarithme et Exponentielle vont au restaurant. Qui paie ? Exponentielle, car Logarithme ne paie rien. [*]

2. Plus tard dans la soirée, Logarithme et Exponentielle vont dans une boîte de nuit. Logarithme danse, discute et s'amuse, mais Exponentielle reste seule dans son coin. Au bout d'un moment, Logarithme va la voir et lui demande ce qui ne va pas. Exponentielle répond : « J'ai beau essayer de m'intégrer, ça ne change rien. »

   Dans le même goût, qui n'a cependant rien à voir avec l'exponentielle et le logarithme :

   Tous les nombres entiers vont à une fête, et les nombres étant ce qu'ils sont, tous les pairs restent entre eux tandis que les impairs en font de même, si bien que les deux groupes n'interagissent pas entre eux. Alors que 4 parlait à sa moitié, 2, il remarque que 0 est assis dans un coin, et suggère à 2 que comme 0 est pair en quelque sorte, il devrait se joindre à eux, ce que 2 approuve. C'est pourquoi 4 invite 0 à se joindre à leur petit groupe.
   « Voudrais-tu rejoindre notre petit groupe ? » demande 4.
   Ce à quoi 0 répond : « Pourquoi ? J'ai rien à ajouter ! »

3. Plus tard dans la nuit, Logarithme et Exponentielle rentrent chez eux un peu bourrés. Logarithme demande : « Est-ce que je prends le volant ? », Exponentielle répond : « Je préfère que ce soit moi qui conduise. Au cas où on dérive... » [†]

∗. Mais Logarithme ne perd rien pour attendre !

†. Variante : C'est Logarithme et Exponentielle sur un bateau. Tout à coup, Logarithme est terrifié : « Attention, on dérive ! », et l'Exponentielle de répondre : « Je m'en fiche, ça ne me change rien », et Logarithme : « Moi c'est l'inverse... »

4. Une fonction constante et exp marchent tranquillement dans la rue. Soudain la fonction constante aperçoit un opérateur différentiel qui approche, menaçant, et se sauve. $x \mapsto e^x$ la rattrape et lui demande ce qui lui prend. « Tu ne te rends pas compte ! Si l'opérateur différentiel me rencontre, il me dérivera et il ne restera rien de moi !
   – Ah ! Ah ! dit $x \mapsto e^x$, il ne m'inquiète pas, MOI, je suis e puissance x ! »
   Et il poursuit sa route. Évidemment, au bout de quelques mètres, il rencontre l'opérateur différentiel. « Salut, je suis $x \mapsto e^x$! », et l'opérateur différentiel répond : « Salut, je suis $\frac{d}{dy}$... »

2.1.2 Reconnaître une fonction qui nous aborde dans la rue

Cette jeune section encore en devenir vous permettra de reconnaître une fonction qui vous aborde dans la rue à sa première phrase, parce qu'on est souvent pris au dépourvu dans telle situation ; tous les exemples ci-dessous proviennent de mon expérience personnelle (? ? ?).

1. Pour une fonction continue : « Salutjesuis$f$çavabien ? ».
2. Pour une fonction périodique : « Salut, salut, salut, salut... ».
3. Pour une fonction nulle : « ... ».
4. Pour une fonction indicatrice : « ... lutçav... ».
5. Pour une fonction qui tend vers 0 : « SAAAAAAaaaaaaaaaa... ».
6. Pour une fonction qui tend vers l'infini :
   « ... oooooaaaaaaAAAAAAAAAAA... »
7. Pour une fonction exponentionnelle :
   « saAAAAAAAAAAAAAAA... ».
8. Pour une fonction identité : « fonction identité. »

2.2 En vrac

1. Qu'est-ce qui est jaune, normé et complet ? Un espace de Bananach.
2. Qu'est-ce qui est jaune, normé, complet et meilleur avec de la chantilly ? Un Bananach Split.
3. Qu'est-ce qui fait Coin-Coin ? Un canard. Qu'est-ce qui fait Boin-Boin ? Un Banach. *
4. Deux suites de Cauchy ont envie de s'amuser, et elles décident d'aller à une soirée *no-limit*. Mais à l'entrée, le videur les empêche de passer :
   « C'est complet ! »
5. Il ne faut jamais traiter quelqu'un de compact, c'est une insulte. Parce qu'un compact est un fermé borné !

*. C'est la meilleure de toutes !

6. Qu'est-ce qu'un ours polaire ? Un ours cartésien après changement de coordonnées polaires.
7. Deux nombres, un complexe et un réel, vont en boîte de nuit. Le complexe s'amuse, mais le réel reste prostré au bar, apparemment triste. Le complexe décide de lui changer les idées :
   « Qu'est-ce qu'il y a ?
   – Je me pose trop de questions...
   – Tu complexes ? Bah, viens danser ! » (« dans $\mathbb{C}$ ». Certains connaissent aussi des blagues avec « le corps $\mathbb{C}$ ».)
8. C'est l'histoire de deux belles fonctions f et g définies sur I, telles que $f(x) = g(x)$ pour tout $x \in I$.
   « Regardez-moi, comme je suis belle ! dit $g(x)$.
   – Oui mais tu as tout copié sur moi... répond $f(x)$. »
   g, vexée, revient le lendemain.
   « Salut, alors ? lance $g(x + h)$.
   – Mais, qu'est ce que tu as ? demande $f(x)$.
   – Bah j'essaie de me différentier... »
9. **Théorème 7** *L'injectivité implique la bijectivité.*

   PREUVE : Si f est injective tout élément possède au plus un antécédent ; mais qui peut le plus peut le moins, donc tout élément possède au moins un antécédent, donc f est surjective puis bijective !
10. Le fils de la concierge et du concierge de l'obélisque ? Il existe parfaitement puisque c'est le produit de deux imaginaires conjugués, qui est réel.
11. C'est l'histoire de deux complexes z_1 et z_2 qui se promènent dans le demi-plan inférieur. Aigris d'être délaissés de par leurs imaginaires négatifs, il se disent : « Barrons-nous ! »
12. **Théorème 8** *Les objets sont tous de la même couleur.*

    PREUVE : Montrons par récurrence la phrase : « n objets sont toujours de la même couleur. » Pour $n = 1$, c'est évident qu'un objet est de sa même couleur. Supposons que n objets soient toujours de la même couleur, et considérons $n+1$ objets. D'après l'hypothèse de récurrence, les n premiers objets sont de la même couleur, et les n derniers aussi. Les $n+1$ objets sont donc de la même couleur, ce qui achève la récurrence. n objets quelconques sont donc toujours de la même couleur, et donc tous les objets sont de la même couleur. $\square$
13. **Théorème 9** *Un chat a neuf queues.*

    PREUVE : Aucun chat n'a huit queues. Un chat a une queue de plus qu'aucun chat. Donc un chat a neuf queues. $\square$
14. **Théorème 10** *Tout entier positif est intéressant.*

    PREUVE : Supposons le contraire. Il y a donc un plus petit élément parmi les entiers non-intéressants. Mais, cet entier est drôlement intéressant ! On en déduit donc une contradiction. $\square$
15. Une variante,

Théorème 11 *Tout entier positif est inintéressant.*

PREUVE : Supposons le contraire. Il y a donc un plus petit élément qui ne soit pas inintéressant. Ok, et alors ? □

16. La fonction sinus est une fonction vache : elle coupe l'abscisse tous les pis.
17. Dans un triangle équilatéral, les 3 angles sont égaux... D'après le sens profond de la notion d'égalité, $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C}$ signifie qu'on a affaire à trois noms différents du même objet, non ? Donc il n'y a qu'un seul angle dans un triangle équilatéral... Que t'en semble ? Avec le même raisonnement, je vais prouver qu'il n'existe qu'un citoyen français. Tous les citoyens français sont égaux en droit. D'après le sens profond de l'égalité (?), Citoyen 1 = Citoyen 2 = Citoyen 3 = ... Donc, il n'y a qu'un seul citoyen en France...
18. Lors d'un discours prononcé devant une assemblée de professeurs de mathématiques de tout le pays, George W. Bush les met en garde contre le mauvais usage de leur position avantageuse, lorsqu'il s'agit d'inculquer aux jeunes Américains des visions politiques extrêmistes.
« Si j'ai bien compris, dit le président, vous assurez régulièrement des cours d'algèbre dans lesquels vous apprenez à vos étudiants la résolution d'équations avec l'aide de *radicaux*. Je ne peux pas dire que j'approuve ceci... »
19. Pendant une conférence de presse tenue à la Maison Blanche, le président George W. Bush accuse les mathématiciens et les informaticiens des États-Unis de promouvoir le programme démocratique.
« Tous les départements de mathématiques, ou du moins d'informatique proposent une introduction aux AlGore-ithmes, déplore-t-il. Mais pas un seul enseigne les GeorgeBush-ithmes... »
20. Deux mathématiciens étudient la convergence d'une série. Le premier dit :
« Tu te rends compte que cette série converge même quand tous les termes sont rendus positifs ? »
Le second demande :
« Tu en es sûr ?
– Absolument ! »
21. En combinant les découvertes d'Einstein et de Pythagore : dans un triangle rectangle, $E = mc^2 = m(a^2 + b^2)$.
22. La vie est complexe : elle a une partie réelle et une partie imaginaire [†].
23. Certains disent que le pape est le plus grand cardinal. Mais certains insistent sur le fait que c'est impossible, puisque chaque pape a un successeur.
24. π est irrationnel, et vous voulez que le monde tourne rond ?
25. L'éléphant est énorme, mais le mammouth est $(n + 1)$-norme.

†. Variante : Z est assis, dans le bureau d'un psychologue, avec x à ses côtés, l'air inquiète. « Quel est être votre problème, madame ? » demande le psy. « Eh bien, répond Z, C'est mon fils, x. Il pense avoir un ami imaginaire, y ». Après une réflexion profonde, le psy répond... « Madame, je pense que votre fils est complexé ».

26. Lorsqu'on tape un faux numéro de téléphone, on peut entendre : « Le numéro que vous avez composé est imaginaire. Veuillez tourner votre téléphone de 90° et réessayer ! »
27. Quelle est la chanson la plus longue du monde ?

    Réponse : *Aleph-nought Bottles of Beer on the Wall.*
28. Pourquoi la poule traverse-t-elle le ruban de Möbius ?

    Réponse : Pour aller de l'autre... Euh, hum...
29. Pourquoi le ruban de Möbius ne peut-il pas être inscrit à l'école ?

    Réponse : Parce que les élèves doivent être orientés.
30. Pourquoi le nombre zéro n'a-t-il aucune crédibilité au sein des nombres complexes ?

    Réponse : Parce qu'il n'a jamais d'argument.
31. Quel est le développement de $(a+b)^n$?

    Réponse : $(a+b)^n$

    $(a \quad + \quad b) \quad {}^n$

    $(a \qquad + \qquad b) \qquad {}^n$

    etc.
32. Pourquoi, pour les Romains, l'algèbre n'était-t-elle pas vraiment intéressante ?

    Réponse : Parce que X était toujours égal à 10.
33. Pourquoi ne faut-il jamais raconter de secret à un corps ?

    Réponse : Parce qu'il ne tait rien.
34. Quelle est la différence entre un diamètre et un rayon ?

    Réponse : Un rayon.
35. Pourquoi les vampires n'aiment que les nombres algébriques ?

    Réponse : Parce qu'ils disent que « $1 \times \pi \times e$ ça transcende » (un pieu ça te rend cendres).
36. Qu'est-ce qu'un dilemme ?

    Réponse : Un lemme qui prouve deux résultats.
37. Comment on fait pour savoir si une porcherie est complète ?

    Réponse : On prend une suite de cochons...
38. Deux éléphants dont un impuissant (bah oui ça arrive aussi chez les éléphants !) sont au bord de l'eau avec un jeune éléphanteau. Question : Qui est le père de l'éléphanteau ?

    Réponse : L'impuissant, car l'heureux père barrit sans trique.
39. Qu'est-ce qui est gris, énorme et a des coefficients entiers ?

    Réponse : Une équation éléphantienne.
40. Pourquoi les mathématiciens ont-ils autant de difficultés pour les femmes que pour les barycentres ?

    Réponse : Parce qu'ils sont sans cesse à la recherche du point G.

41. Pourquoi ne faut-il pas lancer un défi à un mathématicien ?
    Réponse : Parce qu'il l'intègre et en fait φ !
42. Pourquoi les fonctions K et φ ne prennent-elles jamais la même valeur ?
    Réponse : Parce que lorsqu'on fait $\varphi(x)$, on ne fait pas $K(x)$.
43. Quel est le comble pour un mathématicien ?
    Réponse : C'est de se coucher avec une inconnue et de se réveiller avec un problème.
44. Qu'obtient-on en croisant un éléphant et une banane ?
    Réponse : $|elephant| \cdot |banane| \cdot \sin(\theta)$.
45. Qu'est-ce qu'un Kinder Surprise sans jouet dedans ?
    Réponse : un Kinder injectif, car son noyau est réduit à zéro.
46. Quelles sont les fonctions les moins sérieuses des mathématiques ?
    Réponse : les polynômes du second degré.
47. Qu'est-ce qui est poli et travaille pour une entreprise téléphonique ?
    Réponse : un opérateur déférentiel.
48. Pourquoi, après un diner dans un restaurant chinois, les mathématiciens préfèrent-ils emporter les restes à la maison ?
    Réponse : Parce qu'ils connaissent le théorème des restes chinois !
49. Quel dialogue entretiennent π et i lorsqu'ils se croisent ?
    Réponse : i : « Sois rationnel. » π : « Sois réaliste. »
50. Quel est le nombre le plus laid des mathématiques ?
    Réponse : -1 (ou plutôt : i^2...). La concurrence avec les $(\pi k)^2$ était rude ($k \in \mathbb{Z}$).
51. Qu'est-ce qu'un sous-groupe de cardinal 3 ?
    Réponse : Les 2 Be 3 (ceci marche avec beaucoup d'autres groupes).
52. Monsieur et Madame Bertienne ont un fils. Comment s'appelle-t-il ?
    Réponse : Basile.
53. Monsieur et Madame Naume ont une fille. Comme s'appelle-t-elle ?
    Réponse : Pauline.
54. Monsieur et Madame Merreurs-que-la-dernière-fois-si-on-fait-les-démonstrations-à-deux ont quinze enfants. Comment s'appellent-ils ?
    Réponse : Justin, Maud, Anna, Lise, Jean, Emma, Théo, Rita, Juste, Amédée, Karim, Marie, Véra, Paul, Aimé. (Juste un mot d'Analyse... J'en ai ma théorie. T'as juste à m'aider car il m'arrivera pas les mêmes erreurs que la dernière fois si on fait les démonstrations à deux !).

2.3 Et en anglais !

1. What's purple and commutes ? An Abelian grape.
2. What's yellow and equivalent to the Axiom of Choice ? Zorn's Lemon.

3. Why do mathematicians like national parks ? Because of the natural logs *.
4. Why was π sad ? 'cos π is negative.
5. What is π ? According to a nutritionist, pie is a healthy and delicious dessert ! †
6. Pie are not square. Pie are round. Cornbread are square.
7. What do you get if you divide the circumference of a jack-o-lantern by its diameter ? Pumpkin Pi !
8. Why did the mathematicians name their dog "Cauchy" ? Because he left a residue at every pole.
9. Why didn't Newton discover group theory ? Because he wasn't Abel.
10. What's non-orientable and lives in the sea ? Möbius Dick.
11. What does the little mermaid wear ? An algae-bra.
12. What did the acorn say when it grew up ? Geometry.
13. What does an analytic number theorist say when he is drowning ? Log-log, log-log, log-log...
14. What do you call a teapot of boiling water on top of Mount Everest ? A high-pot-in-use.
15. What do you call a broken record ? A Decca-gone.
16. What is black and white ivory and fills space ? A Peano curve.
17. What's an Abelian group that, under addition, is closed, associative, distributive, and bears a curse ? The ring of the Nibilung.
18. What's nutritious and commutes ? An abelian soup.
19. Do you know a higher cardinal than the pope ? Two to the pope !
20. Pope has settled the continuum hypothesis ! He has declared that cardinals above 80 have no powers.
21. The Cherry theorem (a puzzle that reminds some of calculus theorems) : What is a small, red, round thing that has a cherry pit inside ? A cherry.
22. How do you call a one-sided nudie bar ? A Möbius strip club.
23. What does a mathematician do when he's constipated ? He tries to work it out with a pencil, but in the end he had to use logs.
24. Do you know why they never have beer at a math party ? Because you can't drink and derive...
25. How do you make one burn ? Differentiate a log fire.
26. How do you tell one bathroom full of statisticians from another ? Check the $p - value$.
27. Others drink the hard stuff as evidenced by the proliferation of box-and-whiskey plots.

---

*. Dans le même esprit : $\int \frac{1}{cabin} = houseboat$: a natural log cabin plus the sea

†. Here it begins...

28. Some statisticians don't drink because they are $t - test$ totalers.
29. What is the first derivative of a cow ? Prime Rib !
30. Trigonometry for farmers : swine and coswine...
31. Underwater ship builders are concerned with sub-optimization.
32. Two math students, a boy and his girlfriend, are going to a fair. They are in line to ride the ferris wheel when it shuts down. The boy says : "It's a sin for those people to keep us waiting like this !"
    The girl replies : "No – it's a cosin, silly ! ! !"
33. Why do you rarely find mathematicians spending time at the beach ? Because they have sine and cosine to get a tan and don't need the sun !
34. But there is an exception : a geometer went to the beach to catch the rays and became a tan gent.
35. You know what seems odd to me ? Numbers that aren't divisible by two.
36. Who created the addition ? Adam (Add 'em !).
37. How do you make seven an even number ? Remove the "s" !
38. Why was six afraid of seven ? Because seven ate nine !
39. What is $2k + k$? 3 000.
40. How can you tell that Harvard was planned by a mathematician ? The div school is right next to the grad school...
41. What is the value of the contour integral around Western Europe ? Zero. Because all poles are in Eastern Europe, except a removable amount of them !
42. How do you call the largest accumulation point of poles ? Warsaw !
43. Did you hear about the murderous mathematician ? He went on a killing spree with a pair of axis !
44. This is how I remember X and Y axes : X goes to the sky and Y tries to fly !
45. Graphing rational functions is a pain in the asymptote.
46. A retired mathematician took up gardening, and is now growing carrots with square roots.
47. "What's your favorite thing about mathematics ?"
    "Knot theory."
    "Yeah, me neither."
48. What do you get if you cross an elephant with a mountain climber ? You can't do that. A mountain climber is a scalar.
49. 2 is the oddest prime.
50. Without geometry, life is pointless.
51. My geometry teacher was sometimes acute, and sometimes obtuse, but always, he was right.

52. Two matrices meet. The first one suggests : “Let us go into the woods and do A^{-1}.”
    The other one answers : “Gee ! You are really inverse !”
53. How do you prove in three steps that a sheet of paper is a lazy dog ?
    – A sheet of paper is an ink-lined plane.
    – An inclined plane is a slope up.
    – A slow pup is a lazy dog. $\square$
54. If General Calculus actually did exist, he probably knew how to integrate his troops together and differentiate between his enemies and his allies.
55. A little girl had a parrot named Polly. The parrot died. A mathematician asked the girl, “How did the parrot die ?”
    The girl replied, “Polly no meal, Polly gone.” The mathematician was puzzled in his mind thinking : “Polynomial Polygon... Polynomial Polygon... Polynomial Polygon...”
56. God is real, unless proclaimed integer.
57. A Neanderthal child rode to school with a boy from Hamilton. When his mother found out she said, “What did I tell you ? If you commute with a Hamiltonian you’ll never evolve !”
58. Mathematicians have announced the existence of a new whole number which lies between 27 and 28. “We don’t know why it’s there or what it does”, says Cambridge mathematician, Dr. Hilliard Haliard, “We only know that it doesn’t behave properly when put into equations, and that it is divisible by six, though only once.”
59. A mathematician wandered home at 3 AM. His wife became very upset, telling him, “You’re late ! You said you’d be home by 11 :45 !”
    The mathematician replied, “I’m right on time. I said I’d be home by a quarter of twelve.”
60. A math professor just accepted a new position at a university in another city and has to move. He and his wife pack all their belongings into cardboard boxes and have them shipped off to their new home. To sort out some family matters, the wife stays behind for a few more days while her husband has already left for their new residence. The boxes arrive when the wife still hasn’t rejoined her husband. When they talk on the phone in the evening, she asks him to count the boxes, just to make sure the movers didn’t loose any of them.
    “Thirty nine boxes altogether”, says the prof on the phone.
    “That can’t be”, the wife exclaims. “The movers picked up forty boxes at our old place.”
    The prof counts once again, but again his count only reaches 39. The next morning, the wife calls the moving company and complains. The company promises to check ; a few hours later, someone calls back and reports that all forty boxes did arrive. In the evening, when the prof and his wife are on the phone again, she asks :
    “I don’t understand it. When you count, you get 39, and when they do,

they get 40. That's more than strange..."
"Well", the prof says. "This is a cordless phone, so you can stay on the line and count with me : zero, one, two, three..."

61. A mathematician gives a talk intended for a general audience. The talk is announced in the local newspaper, but he expects few people to show up because nobody who is not a mathematician will be able to make any sense of the title : *Convex sets and inequalities*.
    To his surprise, the auditorium is crammed when his talk begins. After he has finished, someone in the audience raises his hand.
    "But you said nothing about the actual topic of your talk !"
    "What topic to you mean ?"
    "Well, the one that was announced in the paper : *Convicts, sex, and inequality*."

62. George W. Bush visits Algeria. As part of his program, he delivers a speech to the Algerian people : "You know, I regret that I have to give this speech in English. I would very much prefer to talk to you in your own language. But unfortunately, I was never good at algebra..."

63. At a morning press conference, Attorney general John Ashcroft said he believes the man is a member of the notorious al-gebra movement. He is being charged by the FBI with carrying weapons of math instruction.
    "Al-gebra is a fearsome cult", Ashcroft said. "They desire average solutions by means and extremes, and sometimes go off on tangents in a search of absolute value. They use secret code names like x and y and refer to themselves as 'unknowns', but we have determined they belong to a common denominator of the axis of medieval with coordinates in every country. As the Greek philanderer Isosceles used to say, there are 3 sides to every triangle", Ashcroft declared.
    "I am gratified that our government has given us a sine that it is intent on protracting us from these math-dogs who are willing to disintegrate us with calculus disregard. Murky statisticians love to inflict plane on every sphere of influence", the President said, adding : "Under the circumferences, we must differentiate their root, make our point, and draw the line."
    President Bush warned, "These weapons of math instruction have the potential to decimal everything in their math on a scalene never before seen unless we become exponents of a Higher Power and begin to factor-in random facts of vertex."
    Attorney General Ashcroft said, "As our Great Leader would say, read my ellipse. Here is one principle he is uncertainty of : though they continue to multiply, their days are numbered as the hypotenuse tightens around their necks."

64. A bunch of Polish scientists decided to flee their repressive government by hijacking an airliner and forcing the pilot to fly them to a Western country. They drove to the airport, forced their way on board a large passenger jet, and found there was no pilot on board.
    Terrified, they listened as the sirens got louder. Finally, one of the scientists

suggested that since he was an experimentalist, he would try to fly the aircraft.
He sat down at the controls and tried to figure them out. The sirens got louder and louder.
Armed men surrounded the jet. The would-be pilot's friends cried out, "Please, please take off now ! ! ! Hurry ! ! !"
The experimentalist calmly replied, "Have patience. I'm just a simple pole in a complex plane."

65. A group of Polish tourists is flying on a small airplane through the Grand Canyon on a sightseeing tour. The tour guide announces : "On the right of the airplane, you can see the famous Bright Angle Falls."
The tourists leap out of their seats and crowd to the windows on the right side. This causes a dynamic imbalance, and the plane violently rolls to the side and crashes into the canyon wall. All aboard are lost. The moral to this episode is : always keep the poles off the right side of the plane.

66. After the Earth dries out, Noah tells all the animals to "go forth and multiply". However, two snakes, adders to be specific, complain to Noah that this is one thing they have never been able to do, hard as they have tried. Undaunted, Noah instructs the snakes to go into the woods, make tables from the trunks of fallen trees and give it a try on the tabletops.

    The snakes respond that they don't understand how this will help them to procreate whereupon Noah explains :

    "Well, even adders can multiply using log tables !"

67. After her husband's death, the elderly lady decided to go back to school and get a degree in mathematics. A few weeks into the term, she storms into the dean's office, exclaiming : "I've been silent until now – but I'm not going to take these obscenities anymore !"
"What obscenities are you talking about ?"
She reaches into her purse and pulls out a notebook. "I noted of all of them. In my presence, professors had the complete lack of decency to speak of" – she leafs through her notebook – "Bruhat-Tits spaces, a pumping lemma, and even degenerate colonels !"

68. There were three medieval kingdoms on the shores of a lake. There was an island in the middle of the lake, over which the kingdoms had been fighting for years. Finally, the three kings decided that they would send their knights out to do battle, and the winner would take the island.
The night before the battle, the knights and their squires pitched camp and readied themselves for the fight. The first kingdom had 12 knights, and each knight had five squires, all of whom were busily polishing armor, brushing horses, and cooking food. The second kingdom had twenty knights, and each knight had 10 squires. Everyone at that camp was also busy preparing for battle. At the camp of the third kingdom, there was only one knight, with his squire. This squire took a large pot and hung it from a looped rope in a tall tree. He busied himself preparing the meal, while the knight polished his own armor.

When the hour of the battle came, the three kingdoms sent their squires out to fight (this was too trivial a matter for the knights to join in).
The battle raged, and when the dust had cleared, the only person left was the lone squire from the third kingdom, having defeated the squires from the other two kingdoms, thus proving that the squire of the high pot and noose is equal to the sum of the squires of the other two sides.

69. There was an Indian Chief, and he had three squaws, and kept them in three teepees. When he would come home late from hunting, he would not know which teepee contained which squaw, being dark and all. He went hunting one day, and killed a hippopotamus, a bear, and a buffalo. He put then a hide from each animal into a different teepee, so that when he came home late, he could feel inside the teepee and he would know which squaw was inside. Well after about a year, all three squaws had children. The squaw on the bear had a baby boy, the squaw on the buffalo hide had a baby girl. But the squaw on the hippopotamus had a girl and a boy. So what is the moral of the story ?

    The squaw on the hippopotamus is equal to the sum of the squaws on the other two hides.

70. The Royal Chain Mail Factory had received a large order for battle uniforms. Each uniform consisted of a toga and a pair of short pants. Their only problem was how long to make the pants, too short and a soldier could be exposed, too long and a uniform would be excessively heavy. So they called in a mathematician. He had a uniform made and tested.
    The hem on the pants proved to be too short, so he increased it a little bit, then a little more, and then a little bit more, and so on until finally he was able to derive an exact trousers-length depending on the leg-length of the soldier. The chief tailor was curious.
    "How did you determine this ratio ?" he asked.
    "Easy," said the mathematician. "I just used the Wire-trousers Hem Test of Uniform Convergence."

71. There was once a very smart horse. Anything that was shown it, it mastered easily, until one day, its teachers tried to teach it about rectangular coordinates and it couldn't understand them. All the horse's acquaintances and friends tried to figure out what was the matter and couldn't. Then a new guy looked at the problem and said, "Of course he can't do it. Why, you're putting Descartes before the horse !"

72. "Divide fourteen sugar cubes into three cups of coffee so that each cup has an odd number of sugar cubes in it."
    "That's easy : one, one, and twelve."
    "But twelve isn't odd !"
    "It's an odd number of cubes to put in a cup of coffee..."

73. **Théorème 12** *Every horse has an infinite number of legs.*

    PROOF : Horses have an even number of legs. Behind they have two legs and in front they have fore legs. This makes six legs, which is certainly an odd number of legs for a horse. But the only number that is both odd and even is infinity. Therefore horses have an infinite number of legs. □

74. A math student is pestered by a classmate who wants to copy his homework assignment. The student hesitates, not only because he thinks it's wrong, but also because he doesn't want to be sanctioned for aiding and abetting. His classmate calms him down : "Nobody will be able to trace my homework to you : I'll be changing the names of all the constants and variables : a to b, x to y, and so on."
Not quite convinced, but eager to be left alone, the student hands his completed assignment to the classmate for copying.
After the deadline, the student asks : "Did you really change the names of all the variables ?"
"Sure !" the classmate replies. "When you called a function f, I called it g ; when you called a variable x, I renamed it to y ; and when you were writing about the log of $x + 1$, I called it the timber of $y + 1$..."

2.4 Même en allemand ? ? ?

1. Was ist paradox an der Analysis ? Man faltet, um zu glätten... *
2. Satz : Mathematiker sind konvergent. Beweis : Mathematiker sind monoton und beschränkt. □
3. Mensch zu Mathematiker : »Ich finde Ihre Arbeit ziemlich monoton« Mathematiker : »Mag sein ! Dafür ist sie aber stetig und unbeschränkt.«
4. Was schenkt ein Mathematiker seiner Frau zum Geburtstag ? Einen Polynomring in einer Intervallschachtelung !
5. Dazu war folgender Dialog in einer Newsgroup zu : »Was schenkt ein Mathematiker seiner Frau zum Hochzeitstag ?
   – Einen Polynomring in einer Intervallschachtelung verpackt.
   – ... Und dazu natürlich eine Markov-Kette mit Stein !
   – Oh Gauss, das ist ja nun wirklich der letzte Euler.
   – Wieso ? Er war ein Mann von Fermat ; ein wahrer Mordelmathematiker. Und das ist nicht Thales. Er fand in jedem Halbkreisverkehr stets den rechten Winkel um abzubiegen. (Als Pythagoras dies erfuhr, titschte er im Dreieck.)
   – Hilbert mal nicht so rum hier ! Ich krieg' alles Schmidt !«
6. « Sans perte de généralité » est une expression courante dans les énoncés mathématiques, qui se cache en allemand sous *o.B.d.A* : *ohne Beschränkung der Allgemeinheit*. Mais les étudiants allemands, qui accusent souvent un emploi abusif de ce terme, donnent d'autres sens à o.B.d.A :
   – *ohne Bedeutung für die Allgemeinheit.*
   – *ohne Bedenken des Autors.*

∗. Indice pour comprendre la blague, pour les germanophobes : » die Faltung « veut dire « le produit de convolution ».

  - *ohne begründung der Annahme.*
  - *ohne Berücksichtigung der Ausnahmen.*

7. Was ist der Lieblingsfilm der Mathematiker ? Das Schweigen der Lemma.

Chapitre 3

Humour sur les différents mathématiciens

3.1 Comment les mathématiciens *le* font-ils ?

Comment les mathématiciens *le* font-ils ?

– Les mathématiciens le font avec la femme de Nobel.
– Les mathématiciens prouvent qu'ils peuvent le faire.
– Les physiciens mathématiques comprennent la théorie de comment le faire, mais rencontrent de sérieuses difficultés pour avoir des résultats pratiques.
– Les mathématiciens le font réflexivement.
– Les arithméticiens l'ont fait en premier.
– Nous savons que les analystes réels le font continûment et régulièrement, mais pour les spécialistes de théorie des ensembles, ce n'est qu'une hypothèse.
– Les analystes le font jusqu'à leur limite (voire sans limite, ou à l'infini ? ? ?).
– Les analystes le font sur un support compact.
– Les analystes complexes le font entièrement mais avec conformisme.
– Les experts en équations différentielles le font suivant les conditions initiales.
– Les experts en théorie des ensembles le font avec application.
– Les experts en théorie des ensembles le font avec un cardinal.
– Les algébristes le font avec détermination et sans discrimination.
– Les algébristes le font en groupe, avec leur corps.
– Les algébristes le font associativement, transitivement.
– Les algébristes le font en s'inversant.
– Les algébristes le font en se multipliant.
– Les algébristes le font avec des manipulations symboliques.
– Les théoriciens des groupes le font simplement et fidèlement.
– Les théoriciens des groupes le font avec le Monstre.
– Les théoriciens des anneaux le font avec intégrité.

- Les théoriciens des corps le font en inversé.
- Les topologistes le font ouvertement, avec du caoutchouc.
- Les topologistes le font avec leurs boules.
- Les couples de topologistes le font en se rendant connexes.
- Les topologistes différentiels et algébriques le font avec variété.
- Les spécialistes de combinatoire le font discrètement, de toutes les manières possibles.
- Les statisticiens le font probablement.
- Les statisticiens font des tests avant.
- Les statisticiens le font quand ça compte.
- Les statisticiens le font avec 95% de confiance.
- Les statisticiens le font en grand nombre.
- Les statisticiens le font avec seulement 5% de chance d'être rejetés.
- Les statisticiens le font. Après tout, c'est normal.
- Les probabilistes le font soit presque toujours, soit presque jamais.
- Les probabilistes le font lors de marches aléatoires.
- Les théoriciens de la mesure le font presque partout.
- Les logiciens le font avec consistance.
- (les logiciens le font) ou $\neg$(les logiciens le font).
- Les géomètres le font au foyer mais avec courbures et torsions.
- Les géomètres le font symétriquement.
- Les géomètres différentiels le font dans un voisinage proche.
- Les géomètres classiques le font sur la droite d'Euler, ou orthogonalement.
- Les spécialistes de programmation linéaire maximisent la performance et minimisent les efforts.
- Les mathématiciens appliqués le font par simulation informatique.
- Cantor le faisait en diagonale.
- Galois l'a fait la nuit juste avant.
- Klein le faisait simultanément dedans et dehors.
- Markov le faisait à la chaîne, et Noether uniquement avec des anneaux.
- Archimède le faisait dans sa baignoire.
- Euler le faisait en cercle, tandis que Bernoulli le faisait en spirale ou en huit.
- Möbius le faisait toujours du même côté.
- Gauss le faisait normalement, Lebesgue, avec mesure, et Cauchy le faisait complètement, au contraire de Gödel.
- Cauchy le faisait avec un ami (Schwarz, Lipschitz, Riemann).
- Fermat a essayé de le faire dans la marge, mais il n'avait pas assez de place.
- Bourbaki le fait dans un cas particulier du théorème 10.2.5 en utilisant subtilement le lemme 7.3.2.
- Turing le faisait, mais n'a jamais pu décider quand s'arrêter.
- On pense que Riemann et Goldbach l'ont fait, mais on n'est encore jamais arrivé à le prouver.

3.2 Les mathématiciens ne meurent jamais

> *« Immortalité » est sans doute un mot creux, mais un mathématicien a probablement plus de chances d'en jouir qu'un autre.*

De G.H. Hardy.

- Les mathématiciens ne meurent jamais, ils perdent juste leurs fonctions.
- Les analystes ne meurent jamais, ils se désintègrent juste.
- Les professeurs de trigonométrie ne meurent jamais, ils perdent juste leurs identités.
- Les mathématiciens ne meurent jamais, ils tendent vers zero.
- Les statisticiens ne meurent jamais, ils sont juste classés par âge et par sexe.
- Les mathématiciens ne meurent jamais, ils deviennent juste irrationnels.
- Les probabilistes ne meurent presque jamais.

3.3 Comment faire entrer un éléphant dans un frigo ?

Par les analystes

- 1. Différentiez-le et faites-le entrer dans le frigo.
  2. Puis intégrez-le, toujours dans le frigo.
- Redéfinissez la mesure dans le frigo.
- Appliquez le théorème de Banach-Tarski.

Par les arithméticiens

- D'abord factorisez, puis multipliez.
- Par récurrence. On peut toujours le serrer un peu plus dans le frigo.

Par les algébristes

- 1. Montrez que ses parties peuvent séparément être entrées dans le frigo.
  2. Montrez que le frigo est stable par addition.
- Prenez le frigo universel approprié et faites une surjection du frigo à l'éléphant.
- Passez au quotient.

Par les topologistes

- Faites-lui avaler le frigo, et renversez l'intérieur et l'extérieur.
- Faites un frigo à partir de la bouteille de Klein.
- L'éléphant est homéomorphe à un plus petit éléphant.
- L'éléphant est compact, donc peut être entré dans un ensemble fini de frigos. C'est suffisant en pratique.

Par les topologistes algébriques

- Remplacez l'intérieur du frigo par son revêtement universel, $\mathbb{R}^3$.

Par les spécialistes d'algèbre linéaire

- Introduisez juste sa base, puis engendrez-le dans le frigo.
- Montrez qu'un pourcent de l'éléphant entre dans le frigo. Par linéarité, $x\%$ y entre pour tout x.

Par les spécialistes de géométrie affine

- Il existe une transformation affine introduisant l'éléphant dans le frigo.

Par les géomètres

- Axiome 1. Un éléphant peut être introduit dans un frigo.

Par les analystes complexes

- Placez le frigo à l'origine et l'éléphant à l'extérieur du cercle unité, puis considérez l'image de la fonction inverse.

Par les analystes numériques

- Introduisez juste son postérieur et le reste peut être considéré comme le terme d'erreur.
- Trouvez la solution à l'aide d'un Pentium.

Par les statisticiens

- Selon un statisticien brillant : introduisez sa queue en tant qu'échantillon et dites « C'est fait. »
- Notre NOUVELLE étude montre que vous NE POUVEZ PAS entrer l'éléphant dans le frigo.

3.4 ... Et un lion du Sahara dans une cage ?

La méthode d'inversion géométrique : Placez une cage sphérique dans le désert, entrez-y et verrouillez-la. Faisons agir une inversion de la cage. Alors le lion est à l'intérieur de la cage, et vous êtes dehors.

La méthode de théorie des ensembles : On remarque que le désert est un espace séparable (homéomorphe à $\mathbb{R}^3$). Il contient donc une suite dense dénombrable de points, dont on peut extraire une suite ayant le lion comme limite. Alors, il suffit de l'approcher furtivement le long de cette suite, avec sur nous un équipement de circonstance.

Une méthode topologique : Remarquez qu'un lion a au moins la connexité du tore. Plongez alors le désert dans un espace à quatre dimensions. Il est maintenant possible de déformer continûment le lion pour le nouer. Il est alors sans issue.

La méthode de Dirac : En y pensant, on remarque que les lions sauvages ne sont pas, *ipso facto*, observables dans le désert du Sahara. Par conséquent, s'il y a des lions dans le Sahara, ils sont domestiques. La capture d'un lion domestique est laissée à titre d'exercice au lecteur.

La méthode de Schrödinger : À tout moment il y a une probabilité positive d'avoir un lion dans la cage. Asseyez-vous et attendez.

Puisqu'on en parle, une autre astuce rien que pour vous, qui n'a rien à voir avec les lions et les cages. Vous savez tous comment chasser un tigre, hein... Mais que faire d'un tigre casqué ?

Un mathématicien sait comment faire : vous l'amenez à l'école des *gentlemen*, où il apprendra à être poli, à dire « Bonjour Monsieur » quand on le salue, et c'est alors qu'une fois sorti diplômé de son école des gentlemen vous n'avez plus qu'à le saluer, comme ça en disant « Bonjour Monsieur », il otera son couvre-chef comme tout *gentleman*, si bien que vous pourrez le chasser comme un tigre normal.

3.5 Le problème de l'ampoule

Question : Combien faut-il de mathématiciens pour changer une ampoule ? Réponses possibles :

- Aucun. C'est laissé au lecteur en exercice.
- Aucun. Un mathématicien ne peut pas changer une ampoule, mais il peut prouver que cela est faisable.
- Un. Il la donne à un physicien et ramène ainsi le problème à un problème précédemment résolu.
- La solution est triviale.
- Un seul, une fois que vous avez réussi à lui présenter le problème dans des termes qu'il peut comprendre.
- Wiener [Wie] a montré récemment qu'un mathématicien peut changer une ampoule. Si k mathématiciens peuvent changer une ampoule, et si un autre les regarde le faire, alors $k+1$ mathématiciens seront capables de changer une ampoule. Alors, par récurrence, n mathématiciens peuvent changer une ampoule, pour tout n entier positif.

Question : Combien faut-il d'analystes numériques pour changer une ampoule ?

- 3,9967 (après six itérations).

Question : Combien faut-il de mathématiciens constructivistes pour changer une ampoule ?

- Aucun. Ils ne croient pas aux rotations infinitésimales.

Question : Combien faut-il de géomètres classiques pour changer une ampoule ?

– Aucun. Cela ne peut pas être fait à la règle et au compas.

Question : Combien faut-il de topologistes pour changer une ampoule ?

– Un seul. Mais que fait-il du beignet ? ?

Question : Combien faut-il de statisticiens pour changer une ampoule ?

– Un seul... ± 3 (incertitude relative).

Question : Combien faut-il d'analystes pour changer une ampoule ?

– Trois. Un pour prouver l'existence, un pour prouver l'unicité et un pour déterminer les conditions initiales.

Question : Combien faut-il de Bourbakistes pour changer une ampoule ?

– Changer une ampoule est un cas particulier d'un problème plus général concernant l'entretien et la réparation d'un système électrique. Pour déterminer un minorant et un majorant du nombre de personnes nécessaires, nous devons vérifier si les conditions du lemme 2.1 (disponibilité du personnel) et ceux du corollaire 2.3.55 (motivation du personnel) sont vérifiées. Si et seulement si ces conditions sont réunies, on obtient le résultat en appliquant le théorème de la section 3.11.23. Le majorant obtenu est, bien sûr, à prendre en compte dans un espace mesuré, muni de la topologie $*$-faible.

Question : Combien faut-il d'administrateurs du département Mathématiques pour remplacer une ampoule ?

– Aucun. Qu'est-ce qui n'allait pas avec l'ancienne ?

Question : Combien faut-il d'étudiants diplômés en mathématiques pour remplacer une ampoule ?

– Un seul. Mais ça prend neuf ans.

Question : Combien faut-il d'assistants en mathématiques pour remplacer une ampoule ?

– Quatre. Un pour le faire, et trois pour co-signer le papier.

Question : Combien faut-il de professeurs pour remplacer une ampoule ?

– Un. Avec huit assistants de recherche, deux programmeurs, trois post-docs et une secrétaire pour l'aider.

Question : Combien de simulateurs faut-il pour remplacer une ampoule ?

– Une infinité. Chacun construit un modèle valide complet, mais la lumière ne vient jamais.

Question : Combien d'ampoules faut-il pour changer une ampoule ?

– Une, si elle connait son propre nombre de Gödel.

3.6 Les *Leonhard Euler Facts*

Tout le monde connait les *Chuck Norris Facts*, ces faits délirants au sujet de Chuck Norris, tels que « Chuck Norris a déjà compté jusqu'à l'infini. Deux fois. » ou « Chuck Norris ne se mouille pas, c'est l'eau qui se Chuck Norrise ». Mais il s'avère que c'est maintenant totalement *has-been*, il est devenu beaucoup plus *hype* de connaître les *Leonhard Euler Facts* ! Je vous en présente quelques-uns qui circulent sur le groupe de fans d'Euler « We fully acknowledge the True Ultimate Ass-Kicking Power of Leonhard Euler » sur facebook (ici traduits) :

- Euler peut démontrer le Dernier Théorème de Fermat dans la marge.
- Euler peut écrire toutes les décimales de e. Et π. En même temps. Il peut aussi écrire toutes les décimales de i, ça lui prend juste un peu plus de temps.
- Euler a traversé tous les ponts de Königsberg sans passer deux fois par le même.
- Euler a appris à Chuck Norris à diviser par zéro. Euler lui a aussi appris le *roundhouse kick*.
- Le ruban de Möbius d'Euler a trois côtés.
- Euler n'a pas calculé la parallaxe du Soleil ; il a dit au Soleil quelle parallaxe avoir et le Soleil s'y conforma.
- Euler ne démontre pas de théorèmes. Il décide qu'ils sont vrais.
- Euler démontra l'Hypothèse du continu... Puis il en donna un contre-exemple. Il ne l'a pas publié parce que c'était « trop facile ».
- Euler se disputa un jour avec un collègue, et il montra que la supposition de l'existence de son collègue menait à une contradiction. Son collègue disparut sans laisser de trace.
- Euler peut décomposer n'importe quel objet en morceaux non mesurables et les réassembler en deux copies de l'objet original, avec ses propres mains.
- Euler peut « trisecter » les angles en un coup de poing sur le vertex.
- Euler peut quarrer le cercle et cercler le carré en même temps avec une main derrière le dos.
- Euler a tué Évariste Galois lors d'un duel. Le 31 Mai 1782, (avant même que Galois ne soit né) Euler tira une balle en l'air qui retomba exactement 50 ans plus tard, tuant Galois.
- Euler a factorisé RSA2048. Deux fois.
- Vous vous êtes déjà demandé pourquoi, en dérivant exp, la fonction reste la même ? Parce qu'elle a vu ce qu'Euler a fait aux équations gouvernant la dynamique des fluides et décida de rester tranquille.
- Euler n'a pas besoin « d'imaginer » la racine carrée de nombres négatifs.
- Il n'y a pas d'axiome du choix ; il y a seulement ce qu'Euler vous autorise à choisir.

3.7 En vrac

1. Il y a 10 types de mathématiciens : ceux qui comprennent le binaire et ceux qui n'y comprennent rien.
2. Il y a 10 types de mathématiciens : ceux qui comprennent le binaire, ceux qui n'y comprennent rien, et ceux qui comprennent le code Gray.
3. Il y a trois sortes de mathématiciens : ceux qui savent compter et ceux qui ne savent pas.

4. Il y a deux sortes de mathématiciens : ceux qui pensent que le monde peut être divisé en deux sortes de gens et ceux qui pensent que ce n'est pas possible.
5. Il y a deux sortes de mathématiciens : ceux qui peuvent être classés parmi deux sortes de mathématiciens, et ceux qui ne peuvent pas.
6. Il y a deux sortes de mathématiciens : ceux qui pensent faire partie de la première sorte, ceux qui pensent faire partie de la deuxième, et aussi ceux qui pensent faire partie des deux... Il y a aussi ceux qui connaissent le paradoxe de Russell !
7. Un topologiste n'arrive pas à comprendre la preuve du théorème. Un Bourbakiste passant par là lui dit : « C'est pourtant simple, c'est une conséquence immédiate des propositions 12.6.24, 13.9.17 et 14.19.28 ; pour vérifier que les hypothèses sont valides, il suffit d'utiliser les lemmes 10.9.34 et 15.2.31. »
8. Quel est le comble d'un topologiste ? Être privé du vin contenu dans une bouteille de Klein. (qui n'a ni extérieur ni intérieur). [*]
9. Un topologiste rentre chez lui après une dure journée de travail, et tombe sur sa femme et sa fille, en train de sangloter. Un officier de police, qui essayait de les consoler, accueille le topologiste avec un regard sombre.
   « J'ai une très mauvaise nouvelle à vous annoncer, dit-il. À l'école, votre fils Dave est entré en collision avec un rouleau compresseur et a été aplati. Nous avons essayé de vous contacter immédiatement, mais vous aviez déjà quitté votre bureau avant qu'on vous rejoigne. »
   Le mathématicien reste figé quelques minutes, il a du mal à y croire :
   « Est-ce que... Est-ce qu'il est mort sur le coup ? Il est à l'hopital ?
   – Il est mort quelques secondes après que le véhicule lui soit passé dessus, lui répond l'officier. Il n'a pas souffert. Nous avons besoin que vous veniez à la morgue. »
   Ils vont donc à la morgue. L'officier observe attentivement, tandis qu'on montre au mathématicien le corps, qui est une carcasse aplatie et brisée.
   « Pouvez-vous l'identifier comme votre fils ? demande-t-il.
   – Non, dit le topologiste, mais je pense que je peux identifier une paire de points antipodaux. »
10. À la fin d'un de ses cours sur les méthodes d'optimisation en mathématiques, le professeur regarde fermement sa classe et dit : « Voici le dernier conseil que je peux vous donner : peu importe ce que vous avez appris dans ce cours, ne l'appliquez jamais à votre vie personnelle !
    – Pourquoi ? demandent les étudiants.
    – Eh bien, il y a quelques années, j'ai observé ma femme en train de préparer le petit déjeuner, et j'ai remarqué qu'elle perdait beaucoup de temps à aller d'un endroit à l'autre de la cuisine. J'ai donc commencé à réfléchir, optimiser tout le procédé, et en ai parlé à ma femme.
    – Et que s'est-il passé ?

*. Variante : Dans l'enfer topologique, la bière est contenue dans des bouteilles de Klein.

– Avant que je ne donne mon avis d'expert, il fallait trente minutes à ma femme pour préparer un petit déjeuner pour nous deux. Et maintenant, ça *me* prend moins de quinze minutes... »

11. Une femme entre dans un bar accompagnée d'un chien et d'une vache. Le barman dit : « Hey, les animaux ne sont pas autorisés ici ! »
La femme lui répond : « Ce sont des animaux très particuliers.
– Ah oui ?
– Ce sont des théoriciens des nœuds. »
Le barman lève un sourcil et dit : « J'ai rencontré un certain nombre de théoriciens des nœuds qui se comportaient comme des animaux, mais jamais dans l'autre sens.
– Très bien, je vais vous le prouver alors. Posez-leur la question que vous voulez.»
Le barman demande alors au chien : « Donnez-moi le nom d'un invariant des nœuds.
– Arf, arf » aboie le chien.
Le barman grimace, puis se tourne vers la vache : « Donnez-moi le nom d'un invariant topologique.
– Mu, mu » meugle la vache.
À ce moment le barman se tourne vers la femme pour lui dire : « Vous essayez de me mener en bateau ! » et les renvoie du bar.
Dehors, le chien demande à la femme : « Tu penses que j'aurais plutôt dû parler du polynôme de Jones ? »

12. Trois statisticiens partent chasser du canard. Leur chien court après un canard qui commence à s'envoler. Le premier statisticien lève son fusil et le vise, mais tire un peu trop haut. Le second lève à son tour le fusil et vise, mais tire par contre un peu trop bas. Le troisième dit alors : « On l'a eu ! »

13. Alors qu'un statisticien passe un contrôle de sécurité dans un aéroport, on découvre une bombe dans sa valise. Celui-ci s'explique : « Les statistiques montrent que la probabilité d'avoir une bombe dans un avion est de $1/1\,000$. Cependant, la chance d'avoir deux bombes dans un même avion est de $1/1\,000\,000$. Ainsi, je suis plus en sûreté... »

14. La mère de trois enfants est actuellement enceinte d'un quatrième enfant. Un soir, le père (un statisticien) dit à sa femme : « Tu savais, chérie, que notre nouvel enfant allait être chinois ?
– Quoi ?
– Bah oui, un enfant sur quatre qui naît est chinois... »

15. Avez-vous déjà entendu parler du statisticien qui a changé de carrière pour devenir un chirurgien spécialisé dans la gynécologie ? Sa spécialité était les hystérectogrammes.

16. Quelqu'un demande à son ami : « Tu connais la dernière sur les statisticiens ?
– Probablement... »

17. Un statisticien peut avoir sa tête dans un four et ses pieds dans de la glace, tout en continuant d'affirmer qu'en gros il se sent bien.
18. Un couple de statisticiens a la malchance d'être séparé à un jour d'intervalle l'un de l'autre. Ils avaient toujours envisagé d'être enterrés côte à côte. Malheureusement, les pompes funèbres les ont mêlés à un autre couple qui avait un souhait *post-mortem* similaire. On connait maintenant ceci comme le premier cas de confusions dans un plan à parcelles subdivisions (ou *split-plot*).
19. La statistique la plus importante pour les fabricants de voitures est l'autocorrélation.
20. « Les statistiques ne sont-elles pas merveilleuses ?
    – Pourquoi ?
    – Si on se fie aux statistiques, il y a 42 millions d'œufs d'alligators pondus chaque année. Seulement la moitié éclot. De ces œufs éclos, trois quarts des nouveaux-nés finissent mangés par des prédateurs dans les trente-six premiers jours. Parmi ceux restant, seulement 5% subsiste jusqu'à ses un an au moins, pour une raison ou une autre.
    – Qu'est-ce qui est si merveilleux là-dedans ?
    – S'il n'y avait pas de statisticiens, on se ferait dessus, avec tous ces alligators partout ! »
21. Une entreprise a besoin d'engager des mathématiciens pour établir des statistiques. Trois jeunes diplômés sont invités pour une *interview* : l'un d'eux a un master en mathématiques pures, un autre en mathématiques appliquées, et le troisième vient d'obtenir sa licence en statistiques. On pose la même question aux trois : « Combien font un tiers plus deux tiers ? »
    Le mathématicien pur : « C'est égal à un. »
    Le mathématicien appliqué sort une calculatrice de poche, entre les nombres, et répond : « C'est égal à 0,999999999. »
    Le statisticien : « Vous voulez que ce soit égal à quoi ? »
22. Deux amis statisticiens prennent du bon temps dans un bar. Dehors, un terrible orage se prépare. Malgré tout, un des deux mecs décide qu'il est temps de partir : ayant beaucoup bu, il vaut mieux rentrer. « Tu n'as pas peur d'être frappé par la foudre ? lui demande son ami.
    – Pas du tout. Les statistiques montrent que, dans cette région, une personne par an est frappée par la foudre, et cette personne était à l'hôpital il y a trois semaines. »
23. L'entreprise Lipton est à la pointe des statistiques, surtout concernant les tests T.
24. Les statistiques, c'est comme les mini-jupes : ça montre beaucoup de choses, mais ça cache l'essentiel !
25. Saviez-vous que 87,166253% des statisticiens revendiquent une précision dans leurs résultats non justifiée par la méthode employée ?
26. « D'après les statistiques, la plupart des gens sont anormaux !

– En quoi ?
– D'après les statistiques, une personne normale a un sein et un testicule... Et un nombre de jambes strictement inférieur à deux ! »

27. Un mathématicien américain retourne dans son pays après une conférence à Moscou en analyse réelle et complexe. Le douanier, à l'aéroport, jette un coup d'œil à sa carte de débarquement et dit :
« Alors, votre voyage en Russie était un voyage d'affaires. Quelles sortes d'affaires ?
– Je suis professeur de mathématiques.
– Et vous faites quel genre de mathématiques ?
Le professeur médite pendant une fraction de seconde, essayant de trouver quelque chose qui semble suffisamment spécifique sans pour autant éveiller des soupçons chez le douanier, et répond : « Je suis un analyste. »
Le douanier hoche la tête d'un air d'approbatif : « Je trouve ça super, que des gens comme vous aillent en Russie pour aider ces pauvres ex-communistes à remettre leur marché boursier sur pied... »

28. Une firme d'affaires engage des mathématiciens. Après quelques entretiens, on demande à trois jeunes diplômés pleins d'espoir – un mathématicien pur, un mathématicien appliqué et un mathématicien en finances – quel salaire ils attendent.
Le mathématicien pur : « Est-ce que 30 000 $ serait abusif ? »
Le mathématicien appliqué : « Je pense que 60 000 $ devrait aller. »
Le mathématicien en finances : « Pourquoi pas 300 000 $? »
L'employeur est sidéré : « Vous savez qu'un mathématicien pur est prêt à faire le même travail que vous pour dix pourcent de ce que vous demandez ? !
– Eh bien, je pensais à 135 000 $ pour moi, 135 000 $ pour vous, et 30 000 $ pour le mathématicien pur qui ferait le travail. »

29. Une conversation dans un bar : « Logicien ? En quoi ça consiste ?
– Ok, je vais vous l'expliquer sur un exemple : avez-vous un aquarium ?
– Oui...
– Donc vous avez certainement des poissons dedans.
– Oui...
– Et comme vous avez un aquarium avec des poissons dedans, vous aimez certainement les animaux.
– Oui...
– Et comme vous aimez les animaux, vous aimez certainement les enfants.
– Ouais...
– Et comme vous aimez les enfants, vous en avez certainement.
– Ouais...
– Et comme vous avez des enfants, vous avez certainement une femme.
– Ouais...
– Et comme vous avez une femme, vous aimez certainement les femmes.
– Yeah...
– Et comme vous aimez les femmes, vous n'aimez pas les hommes !

– Bien sûr !
– Et comme vous n'aimez pas les hommes, vous n'êtes pas gay !
– Exactement !
Le logicien s'en va, et un ami de son « étudiant érudit » arrive. « Imagine : je viens tout juste de rencontrer un logicien !
– Un quoi ?
– Un logicien. Je vais te l'expliquer sur un exemple : tu as un aquarium ?
– Non...
– Pédale ! »

30. Alors que le fils du logicien refuse encore une fois de manger sa soupe lors du diner, son père le menace : « Si tu ne manges pas ta soupe, tu n'auras pas de dessert ! »
Le fils, effrayé à l'idée de ne pas avoir de dessert, finit sa soupe en deux temps trois mouvements. Puis son père l'envoie au lit.

31. Un jeune homme tranquille est amené devant un juge. Le juge regarde d'abord l'homme, puis son dossier, puis le fixe à nouveau, d'un air étonné. « Pouvez-vous me dire ce qu'il s'est passé, avec vos propres mots ? demande-t-il à l'homme.
– Je suis un mathématicien logicien, constamment en lutte avec la vraie nature d'une *preuve*.
– D'accord, continuez, dit le juge, stupéfait.
– D'abord, j'étais à la bibliothèque et j'ai trouvé les livres que je cherchais, pour finalement les emprunter. Ils m'ont alors dit que ma carte de bibliothèque avait expiré, et que je devais en obtenir une nouvelle. C'est pourquoi je suis allé au service d'inscription, et je me suis mis dans une queue. Et ai rempli les papiers pour avoir une nouvelle carte. Et suis revenu dans la queue pour avoir ma carte.
– Et ? dit le juge.
– Il me demanda alors : "Pouvez-vous *prouver* que vous êtes de New York ?"... Je l'ai donc poignardé. »

32. Que choisirait un logicien entre la moitié d'un œuf et une bénédiction éternelle dans la vie après la mort ? La moitié d'un œuf bien sûr. Car rien est mieux que la bénédiction éternelle dans la vie après la mort, et la moitié d'un œuf est mieux que rien.

33. C'est l'histoire d'un logicien qui voit une pancarte sur le chemin de l'étang où il va pêcher : « Tous les vers que vous voulez pour 1.00 $. » Il arrête sa voiture et demande des vers pour 2.00 $.

34. Quel est le comble d'un arithméticien ? Se faire piquer sa moitié par un tiers dans un car.

35. Si un algébriste tombe malade, est-ce faute d'anticorps ?

36. À quoi reconnait-on un algébriste le jour de son mariage ? C'est le seul qui cherche à injecter l'anneau dans le corps de la mariée...

37. Que répond une logicienne venant d'accoucher à qui l'on demande « Avez-vous eu un garçon ou une fille ? » ? « Oui. »

38. Si on demande à un physicien théorique d'étudier la stabilité d'une chaise, il s'y prend comme suit :
    – Il met 10 minutes pour résoudre le cas d'une chaise à un pied,
    – Ensuite 1 heure pour résoudre le cas d'une chaise à une infinité de pieds,
    – Et enfin 10 ans pour résoudre le cas d'une chaise à un nombre fini de pieds.
39. Un mathématicien biologiste[†] passe ses vacances à faire de la randonnée dans les îles écossaises. Un jour, il rencontre un berger avec un grand troupeau de moutons. Un de ces animaux adorables, laineux, ferait un excellent animal de compagnie, pense-t-il...
    « Combien pour un de vos moutons ? demande-t-il au berger.
    – Ils ne sont pas à vendre, répond-il. »
    Le mathématicien médite pendant un moment et dit alors :
    « Je vous donne le nombre précis de moutons dans votre troupeau sans compter. Si j'ai raison, vous ne pensez pas que je mérite l'un d'eux en récompense ? »
    Le berger acquiesce. C'est alors que le mathématicien biologiste dit : « 387 ». Le berger reste silencieux quelques instants, puis prend la parole :
    « Vous avez raison. L'idée de perdre un de mes moutons m'est détestable, mais je l'ai promis : l'un d'eux est à vous. Vous avez l'embarras du choix ! »
    Le mathématicien biologiste agrippe un des animaux, le met sur ses épaules, commence à reprendre sa marche quand soudain le berger reprend :
    « Attendez ! Si je vous dis quelle est votre profession, je peux reprendre mon animal.
    – C'est assez juste.
    – Vous êtes certainement un mathématicien biologiste. »
    Il est abasourdi.
    « C'est exact. Mais comment pourriez-vous le savoir ?
    – C'est facile : vous avez donné le nombre exact de moutons sans même les compter... Puis vous avez choisi mon chien... »
40. Pourquoi les mathématiciens appliqués ont-ils peur de conduire ? Parce que la largeur de la route est négligeable devant sa longueur.
41. Pourquoi les informaticiens confondent-ils Noël et Halloween ?
    Réponse : Parce que Dec 25 = Oct 31.

†. C'est qu'ils sont partout, les bougres !

Chapitre 4

Autres blagues grotesques

4.1 C'est un mathématicien, un physicien et...

1. Un médecin, un physicien et un mathématicien observent un appartement. Trois hommes rentrent dans l'appartement, puis quatre personnes en sortent.
   Réaction du médecin : « Ils ont dû se reproduire. »
   Réaction du physicien : « On a fait une erreur de mesure, il faut recommencer l'expérience. »
   Réaction du mathématicien : « Si une personne rentre dans l'appartement, l'appartement devient vide. »
2. Un mathématicien et un physicien sont sur une terrasse de café. Un feu se déclare. Le physicien se précipite, prend un seau d'eau, le remplit et éteint le feu. Le lendemain, un nouveau feu se déclare. Le mathématicien se lève, prend le seau d'eau et le donne au physicien : « Je viens de résoudre le problème en le ramenant à une solution déjà existante. »
3. Dans le même genre : comment un mathématicien cuit-il des pâtes ? Normalement, la recette de cuisson est :
   – Remplir une casserole d'eau avec un filet d'huile
   – Faire bouillir
   – Mettre les pâtes
   – Remuer
   – Faire cuire 7 minutes
   – Goûter
   – Égoutter.
   On donne à un mathématicien une casserole d'eau bouillante et on lui demande de faire cuire des pâtes. Comment procède-t-il ? Il vide l'eau et se ramène au cas précédent.
4. Les blagues sur le feu qui s'allume sont nombreuses, et il y a également la variante (parmi bien d'autres encore) : un ingénieur se réveille et sent de la fumée. Il sort dans le couloir et voit des flammes. Il remplit la poubelle de

sa chambre d'eau et éteint le feu. Puis il retourne se coucher. Un physicien se réveille et sent de la fumée. Il sort dans le couloir et voit des flammes. Il court jusqu'à une bouche à incendie et, après calcul de la vitesse de la flamme, de la distance, de la pression de l'eau, de la trajectoire, *etc.*, il éteint le feu avec la quantité minimale d'eau et d'énergie. Puis il retourne se coucher. Un mathématicien se réveille et sent de la fumée. Il sort dans le couloir et voit des flammes. Il réfléchit un moment et s'exclame : « Ah ! Il existe une solution ! » Puis il retourne se coucher.

5. Un catcheur, un physicien et un mathématicien sont sujets à une expérience : on les enferme dans une pièce avec chacun une boîte d'épinards, fermée, et sans ouvre-boîte. Au bout de 24 heures, on va voir ce qu'il sont devenus.

   Le catcheur réussit à ouvrir sa boîte : « Eh bien, j'ai simplement violemment projeté la boîte contre le mur. L'impact a été tel qu'elle s'est ouverte », explique-t-il.

   Le physicien réussit également à ouvrir sa boîte : « J'ai observé le solide, et calculé ses points de rupture. J'ai alors effectué une pression de manière à exercer une force maximale sur ceux-ci, et la boîte s'est tout naturellement ouverte. »

   Le mathématicien, enfin, est retrouvé prostré dans un coin de la pièce, la sueur ruisselant sur son visage, et sa boîte de conserve, fermée, entre les pieds : « Admettons que la boîte est ouverte... Admettons que... [*] »

   Une variante propose : À l'arrivée de l'expérimentateur, la boîte est encore fermée et le mathématicien a disparu. Mais d'étranges bruits proviennent de la boîte... Quand l'expérimentateur l'ouvre, il découvre le mathématicien : « Argh ! Une erreur de signe quelque part ! »

   Une dernière alternative : Le physicien se débrouille comme cela a été décrit ci-dessus, et le mathématicien est sauvé à temps. Il est alors mené vers les cellules des autres sujets de l'expérience. Au catcheur il dit alors : « Oh, une méthode vraiment grossière. »
   Dans la cellule du physicien, il regarde la boîte puis les formules, pointe du doigt un tableau et annonce : « Eh bien, ces limites ne peuvent pas être interverties, et cette intégrale-là n'existe pas. »

6. Un mathématicien et un physicien suivent un colloque sur un domaine très pointu. L'orateur, dans sa démonstration, s'appuie sur un espace à 17 dimensions. Son discours est passionnant pour nos deux spectateurs, qui suivent non sans difficulté avec une grande attention. Après plusieurs heures, tous deux sortent de la salle et commencent à discuter :
   « Vraiment, j'ai le plus grand mal à imaginer un espace à 17 dimensions, s'exclame le physicien. Autant un espace à 3 dimensions, voire 4 avec le temps, ça va, mais là... Je sèche ! »
   Et le mathématicien de lui répondre très naturellement :
   « C'est pourtant simple cher collègue, il suffit d'imaginer un espace à n

∗. ou : Admettons que la boîte soit fermée et trouvons une contradiction...

dimensions, puis de fixer $n = 17$! »

7. Un ingénieur, un physicien et un logicien sont dans un train en Écosse. Ils voient un mouton noir sur le bord de la route. « Les moutons écossais semblent noirs. » dit l'ingénieur.

   « Non, il est plus correct de dire qu'au moins un mouton écossais est noir. » corrige le physicien.

   « Non, il est plus correct de dire qu'il existe en Écosse au moins un mouton dont l'un des côtés au moins est noir ! » dit le logicien [†]...

8. On pose les questions suivantes à un physicien et à un mathématicien : « Supposons que vous marchez dans une maison en feu et voyez une bouche d'incendie et un tuyau d'arrosage qui n'y est pas lié. Que faites-vous ? » Le physicien : « Je lie le tuyau à la bouche d'incendie, active la sortie d'eau, et éteins le feu. »
   Le mathématicien : « Je lie le tuyau à la bouche d'incendie, active la sortie d'eau, et éteins le feu. »
   Puis on leur pose cette question : « Supposons que vous marchez dans une maison et voyez une bouche d'incendie et un tuyau d'arrosage qui y est lié. Que faites-vous ? »
   Le physicien : « Je continue ma marche, puisqu'il n'y a pas de problème à résoudre. »
   Le mathématicien : « Je déconnecte le tuyau de la bouche d'incendie, mets le feu à la maison, réduisant le problème à un cas précédemment résolu. »

9. Un mathématicien et un physicien sont soumis à une expérience psychologique. Le mathématicien est assis sur une chaise dans une grande salle vide, et une belle jeune femme nue est disposée dans un lit de l'autre côté de la salle. Le psychologue explique : « Vous devez rester sur votre chaise. Toutes les cinq minutes, je vais déplacer votre chaise de sorte à ce que la distance entre vous et la femme sur le lit soit réduite de moitié. »
   Le mathématicien regarde le psychologue, dégoûté. « Quoi ? Je ne joue pas le jeu. Vous savez très bien que je n'atteindrai jamais le lit ! »
   Il se lève et s'en va. Le psychologue prend des notes, et c'est au tour du physicien. Il explique la situation, et les yeux du physicien s'illuminent, il commence à baver. Le psychologue est un peu confus : « Est-ce que vous réalisez que vous ne l'atteindrez jamais ? »
   Le physicien sourit et répond : « Bien sûr ! Mais je serai suffisamment près pour toutes les résolutions pratiques ! » [‡]

10. Un mathématicien, un physicien et un ingénieur ont une discussion animée sur l'anatomie du corps humain. Le mathématicien intervient :
    « Moi je dis qu'il fallait les qualités d'un mathématicien pour être capable

†. Une variante encore plus impitoyable dit : « Il a existé *durant quelques secondes* un mouton dont... » Certaines variantes font encore intervenir un informaticien, qui s'exclame « Oh non, un bogue ! »

‡. Variante : le mathématicien est opposé à un mathématicien appliqué, qui lui se lève de la chaise et va embrasser la belle demoiselle. Il faisait face à un problème qu'il ne savait pas résoudre, il s'en est posé un qu'il savait résoudre !

de réaliser ça : quand on voit comment se marient simplicité, complexité et ordre du système nerveux, c'est évident ! »
Le physicien réplique : « Non non, tu te trompes. À mon avis, c'était impossible à réaliser sans être physicien : regarde le squelette et toute la dynamique des articulations, c'est évident ! »
Enfin, l'ingénieur veut avoir le dernier mot : « Les gars, vous avez faux tous les deux ! C'est un ingénieur, un ingénieur en travaux publics, même, qui a réalisé le corps humain ! La preuve ? Qui d'autre aurait placé le terrain de jeux à côté de la décharge à déchets toxiques ? »

11. Discussions autour de la puissance du continu[§] :
Les philosophes : « La résolution de la question de l'hypothèse du continu aura des implications profondes dans toute science, voire au-delà. »
Les physiciens : « Pas spécialement, la physique se porte bien sans ces "fondations mystiques". Fournissez-nous juste des mathématiques pratiques. »
Les informaticiens : « Qui est-ce que ça intéresse ? Tout dans cet univers semble être fini. Vous m'excuserez, je suis trop occupé à essayer de debugger mes programmes en Pascal. »
Les mathématiciens « On s'en fout ! Choisissez simplement la réponse la plus esthétiquement plaisante possible ! »

12. Un ingénieur pense que ses équations sont une approximation de la réalité.
Un physicien pense que la réalité est une approximation de ses équations.
Un mathématicien s'en moque.

13. Un mathématicien ne croit rien tant que ce n'est pas prouvé.
Un physicien croit tout tant que ce n'est pas réfuté.
Un chimiste s'en fiche.
Un biologiste ne comprend pas de quoi on parle.

14. La chimie est de la physique sans raisonnement.
Les mathématiques sont de la physique sans objectif.

15. La philosophie est un jeu avec des objectifs et sans règles.
Les mathématiques sont un jeu avec des règles et sans objectifs.

16. On demande à plusieurs scientifiques : « Combien vaut π ? »
L'ingénieur répond : « C'est approximativement 3,1415926536 $\pm 0,00000000005$. »
Le physicien répond : « C'est 1, ou 3, voire 5 selon les besoins. $\sqrt{10}$ est une égalité très précise. »
L'informaticien répond : « Pi est une constante fixée en début de programme, et dont la valeur exacte varie selon le type de la variable (3 si Pi est un Integer, 3.14159 si c'est un Real, $3.141592653589793 + E00$ si c'est un Long, True si c'est un Boolean). »
Le mathématicien réfléchit un instant et répond : « C'est égal à π. »

§. L'hypothèse du continu est une interrogation ; il s'agit de se demander si, oui ou non, il existe d'autres infinis entre celui des entiers et celui des réels. Sous l'axiomatique classique, il est impossible de prouver ou réfuter ceci.

17. Au département de physique : « Pourquoi dois-je toujours dépenser tant d'argent pour vous les mecs, pour ces laboratoires, les équipements et toutes ces choses si coûteuses ?! Pourquoi ne prenez-vous pas exemple sur le département de mathématiques ? Tout ce dont ils ont besoin est de l'argent pour des crayons, du papier et des corbeilles... Non attendez, mieux, prenez exemple sur le département de philosophie. Tout ce dont ils ont besoin est des crayons et du papier. »
18. Un mathématicien, un ingénieur et un informaticien partent en vacances ensemble. Ils conduisent une voiture, apprécient le paysage, quand soudainement la voiture cesse de fonctionner.
    Le mathématicien : « Nous sommes passés devant une station d'essence il y a quelques minutes. Quelqu'un devrait y aller et demander de l'aide, ils sauront se ramener à un cas précédemment résolu. »
    L'ingénieur : « Je devrais regarder de plus près la machine. Peut-être que je peux réparer le problème. »
    L'informaticien : « Pourquoi on n'ouvrirait pas tout simplement les portes, pour ensuite les refermer et voir si tout fonctionne à nouveau ? »
19. Lors d'un grand jeu télévisé, les trois concurrents se trouvent être un ingénieur, un physicien et un mathématicien. Ils ont une épreuve à réaliser. Cette épreuve consiste à construire une clôture tout autour d'un troupeau de moutons en utilisant aussi peu de matériel que possible.
    L'ingénieur fait regrouper le troupeau dans un cercle, puis décide de construire une barrière tout autour.
    Le physicien construit une clôture d'un diamètre infini et tente de relier les bouts de la clôture entre eux jusqu'au moment où tout le troupeau peut tenir dans le cercle.
    Voyant ça, le mathématicien construit une clôture autour de lui-même et se définit comme étant à l'extérieur.
20. Un mathématicien, un ingénieur et un chimiste marchent le long d'une route quand tout à coup ils voient une pile de canettes de bière. Malheureusement, ce sont de vieilles canettes, si bien qu'elles n'ont plus de languette. L'un d'eux suggère de se séparer pour chercher chacun de son côté de quoi ouvrir ces canettes.
    Le chimiste retourne à son laboratoire et prépare un composé chimique qui dissout la tête de la canette et s'évapore immédiatement après, de sorte que la bière ne soit pas affectée.
    L'ingénieur va dans son atelier et crée un nouveau SuperOuvreBoîtes qui peut ouvrir 25 canettes par seconde.
    Ils retournent voir la pile de canettes avec leurs inventions, et tombent sur le mathématicien en train de finir la dernière canette.
    « Comment as-tu fait ça ? demandent-ils, surpris.
    – Oh, bah ! j'ai juste supposé qu'elles étaient ouvertes et tout s'est passé naturellement. »
21. Quel est le principe fondamental des mathématiques appliquées à l'ingénierie ?

Toute fonction a un développement en série de Taylor qui converge vers la fonction, et peut être tronqué après le terme linéaire.

22. Un mathématicien décide qu'il lui serait utile d'en apprendre plus sur des problèmes pratiques. Il voit un séminaire avec un titre aguicheur : « La théorie de l'engrenage ». Il y va donc. Le conférencier se lève et commence : « La théorie de l'engrenage avec un nombre réel de dents est maintenant bien connue... »

23. Un mathématicien (statisticien), un ingénieur et un physicien partent chasser. Ils suivent un cerf dans les bois.
Le physicien calcule la célérité du cerf[¶] et l'effet de la gravité sur les balles, ajuste son arme et tire. Hélas, il rate son tir ; la balle termine sa course trois mètres derrière le cerf. Le cerf détale pendant quelques mètres, mais arrive dans une embûche, due au trio de scientifiques.
« C'est dommage que vous l'ayiez raté, commente l'ingénieur, mais avec une arme à feu normale, tout le monde pouvait s'y attendre. »
Il lève alors son arme à feu spécial-chasse-au-cerf, qu'il a trafiquée à partir d'un fusil normal, un sextant, un compas, un baromètre, et un tas de lumières éblouissantes qui servent seulement à épater la foule, et tire. Hélas encore, sa balle s'évanouit dans le sol trois mètres devant le cerf, qui cette fois s'échappe pour de bon.
« Eh bien, dit le physicien, ton machin ne l'a pas eu non plus.
– Qu'est-ce que tu racontes ? fait entendre le statisticien. Grâce à vos deux tirs combinés, on a fait un tir parfait ! »

24. Une prostituée, un biologiste, un physicien, un mathématicien et un informaticien discutent, pour déterminer quel est le plus vieux métier du monde.
La prostituée dit que ce qu'elle fait, c'est quelque chose de pratiqué depuis des générations, depuis que l'homme existe, sinon on ne serait pas là...
Le biologiste proteste : « Avant l'homme, il a fallu faire venir les animaux, les plantes, tout l'écosystème, et ça, c'est du travail de biologiste. »
Le physicien : « Oui, mais avant ça il fallait créer les planètes, les étoiles, mettre en relation tout ça ! ! Et c'est de la physique ! »
Le mathématicien : « Certes, mais pour former ces planètes et tout, il faut des lois, il faut de l'ordre, pour avoir quelque chose à partir du chaos. Et quoi mieux que les maths incarnent cet ordre ? »
L'informaticien : « Et le chaos, il a bien fallu le créer... »

25. Un physicien, un mathématicien et un ingénieur participent à un sondage sur la plus grande invention (ou découverte) de tous les temps. Le physicien choisit le feu, qui a donné à l'humanité la puissance de la matière. Le mathématicien choisit l'alphabet, qui a donné à l'humanité la puissance

¶. Tout le monde a dû se demander comment ces scientifiques (souvent autistes) savaient qu'il s'agissait d'un cerf : le physicien a observé que la bête se comportait comme un cerf, donc ça devait être un cerf. Le mathématicien a demandé au physicien ce que c'était, réduisant ceci à un problème précédemment résolu. L'ingénieur était dans les bois pour chasser du cerf, donc c'était un cerf.

des symboles. L'ingénieur choisit la bouteille thermos.
« Pourquoi une bouteille thermos ? demandent les autres.
– Parce que le thermos garde les liquides au chaud en hiver et les garde à une température fraîche en été.
– Oui, et alors ?
– Réfléchissez-y, dit l'ingénieur avec respect. Cette petite bouteille, *comment* elle *sait* ? »

26. Des ingénieurs essayent de mesurer la hauteur d'un mât de drapeau. Ils ont seulement un mètre ruban, et ils sont assez frustrés à force d'essayer de garder le mètre le long du mât : il redescend tout le temps.
Un mathématicien passe par là et demande ce qu'ils font. Ils lui expliquent.
« Facile... »
Il met le mât à même le sol, l'allonge, et le mesure facilement. Après son départ, un des ingénieurs dit : « C'est typique des matheux ! On veut la hauteur, et ils nous donnent la longueur ! »

27. Une bande d'amis (un biologiste, un ingénieur, un physicien, un statisticien, un mathématicien pur et un probabiliste) engagent des paris avant une course hippique. Ils perdent tous lamentablement, sauf le physicien qui a misé sur le bon cheval, le numéro 8. Le biologiste ne comprend pas son échec : « J'ai pourtant étudié le flux sanguin, l'alimentation, *etc.*, de chaque cheval, je ne pouvais pas me tromper... »
L'ingénieur aussi est perplexe : « J'avais pourtant toutes les données sur les chevaux puis calculé exactement la vitesse de chaque cheval, et malgré cela...
– Quant à moi, lance le statisticien, j'avais examiné les courses précédentes, les ai évaluées à l'aide de méthodes statistiques pour tomber sur le cheval 4, le plus performant. Ça n'a pas suffi.
– De toute façon, j'avais prouvé mathématiquement qu'il était impossible de trouver le meilleur cheval, dit le mathématicien pur.
– Peut-être mais, dit le probabiliste, il y avait dix chevaux, le cheval 1 avait donc une chance sur dix de gagner, forcément il fallait miser sur lui. Et toi alors, comment as-tu trouvé le bon cheval ? demande-t-il au physicien.
– J'avais une méthode infaillible très simple, déclare-t-il avec un sourire heureux, j'avais commencé par supposer que tous les chevaux étaient sphériques et homogènes et... »

28. Un bande de potes mathématiciens et une bande de potes ingénieurs voyagent ensemble en train pour assister à une conférence sur l'application de méthodes mathématiques en ingénierie[‖]. Chaque ingénieur a un billet, alors qu'un seul des mathématiciens en possède un. Bien sûr, les ingénieurs rient de la naïveté des mathématiciens, et attendent impatiemment le moment où le contrôleur viendra.
Tout à coup, l'un des mathématiciens crie : « Contrôleur en vue ! », et ils se cachent tous dans une cabine de toilettes. Le contrôleur vérifie le billet

‖. Ce qu'il ne faut pas inventer pour avoir un contexte crédible...

de chaque ingénieur, et toque ensuite à la porte des toilettes : « Votre billet, s'il vous plaît. »
Les mathématiciens font passer l'unique billet qu'ils ont sous la porte, le contrôleur le poinçonne et s'en va. Quelques minutes plus tard, quand ils sont tranquilles, les mathématiciens sortent des toilettes. Les ingénieurs sont impressionnés.
À la fin de la conférence, les ingénieurs décident qu'étant au moins aussi intelligents que les mathématiciens, ils achèteront aussi un unique billet pour tout le groupe. Cette fois les mathématiciens n'ont pas de billet du tout... Encore une fois, un des mathématiciens crie : « Contrôleur en vue ! », et tous les ingénieurs foncent dans les toilettes. Un des mathématiciens se dirige vers ces toilettes, toque à la porte, et dit : « Votre billet, s'il vous plaît... »

29. Une multinationale a organisé des épreuves de recrutement en Bretagne, près d'un phare. Il y a là un polytechnicien, un centralien, un normalien, un sciences-po et un HEC. Le problème du jour est d'estimer la hauteur du phare.
Le polytechnicien ramasse un caillou et avale quatre à quatre les marches pour le lâcher au sommet. Ainsi, avec la durée de la chute du caillou et en négligeant les frottements, il obtient un résultat approximatif.
Le centralien, ayant vu le procédé, s'écrie : « C'est facile, je sais faire ! » Seulement, arrivé en haut, au lieu de lâcher sa pierre, il lâche son chronomètre...
Le normalien, qui n'a plus fait de sport depuis sa baignade dans le liquide amniotique de sa maman, se gausse de ces boulets d'ingénieurs :
« Il suffit de trouver une branche et attendre que le soleil apparaisse... Bref utiliser Thalès. Pfff, l'enfance de l'art, quoi. »
Le sciences-po, devant la naïveté de tous ces péquenots, a déjà pris sa voiture pour aller voir le cousin du cousin de son père qui était Préfet de la région. Il n'y a pas meilleure source.
Le HEC a déjà la réponse. Il est allé voir le gardien du phare avec un billet de 20 euros.

30. Un professeur de physique a effectué quelques expériences et décelé un système d'équations qui semble expliquer ses données. Néanmoins, il doute un peu de ses équations et demande à un collègue mathématicien de les vérifier. Une semaine plus tard, le professeur de maths l'appelle : « Je suis désolé, mais tes équations sont *complètement* absurdes. »
Le professeur de physique est, naturellement, déçu. Pourtant, bizarrement, ses équations incorrectes fournissent des prédictions incroyablement précises des résultats de ses expériences. Il demande donc au mathématicien s'il est vraiment sûr que ses équations sont complètement fausses.
« À vrai dire, répond-il, elles ne sont pas *complètement* absurdes, en fait. Mais le seul cas où elles marchent est le cas trivial où le corps est archimédien... »

31. Quelle est la différence entre un psychotique, un névrosé et un mathéma-

ticien ? Un psychotique croit que $2 + 2 = 5$. Un névrosé sait que $2 + 2 = 4$, mais il le tait. Un mathématicien change simplement la base.

32. Lors d'une discussion animée entre un théologien et un mathématicien : « Vous, les mathématiciens, êtes aveugles. Vous ne voyez pas que les hommes sont bien plus que des nombres ?

    – C'est vrai... Hum... Les hommes sont aussi des ensembles ! »

33. Un ingénieur, un physicien et un mathématicien se reconnaissent dans une anecdote, une anecdote assez proche de celles que vous avez probablement (!) déjà entendues. Après quelques observations et des calculs approximatifs l'ingénieur comprend la situation et commence à rigoler. Quelques minutes plus tard le physicien comprend à son tour et rit de lui-même, content puisqu'il a à présent assez de preuves expérimentales pour publier un article.
    Cela laisse le mathématicien quelque peu perplexe, parce que, ayant remarqué très vite qu'il était le sujet de l'anecdote, il déduit rapidement la présence d'humour d'autres anecdotes similaires, mais considère cette anecdote comme un corollaire trop trivial pour être significatif, sans parler de l'humour.

4.2 Tous les nombres entiers impairs supérieurs à 3 sont premiers

- Pour le mathématicien : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, et par une récurrence immédiate, tous les nombres impairs sont premiers à partir de 3 [∗].
- Pour le logicien : Si une preuve existe, alors l'hypothèse doit être vraie. Or la preuve existe, vous êtes en train de la lire. De cela, on déduit que tous les nombres impairs supérieurs à 3 sont premiers.
- Pour le physicien : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 9 n'est pas premier, 11 est premier ; 9 est une erreur de mesure et on le retire [†]. Juste pour être sûr, essayons plusieurs nombres choisis au hasard : 17 est premier, 23 est premier, donc c'est bon.
- Pour l'ingénieur : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 9 est presque premier, 11 est premier, ...

∗. Et quand on ne prend pas le matheux pour un con : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 9 n'est pas premier ; ah, donc ça ne marche pas. Autre variante : 3, 5, 7, pas 9, mais 11, 13, 17, 19 sont premiers, donc pour tout n impair différent de 9, n est premier.

†. Ou bien : « Bon, en première approximation, ça marche »

– Pour l'informaticien : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 7 est premier, 7 est premier, 7 est premier, 7 est premier, ... [‡]
– Pour le biologiste : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 9 – les résultats ne nous sont pas encore parvenus...
– Pour le chimiste : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 9 est premier, 11 est premier, 13 est premier, 15 est premier [§]...
– Pour le vendeur de *softwares* : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 9 sera premier dans la prochaine *release...*
– Pour le vendeur : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 9 – nous ferons du mieux que nous pouvons...
– Pour le publicitaire : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 11 est premier...
– Pour le professeur : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, et le reste est laissé à titre d'exercice pour le lecteur.
– Pour le psychologue : 3 est premier, 5 est premier, 7 est premier, 9 est premier mais essaye de l'étouffer...
– Pour le politicien : Certains nombres sont premiers... Mais le but est de créer une plus belle société, plus gentille, où tous les nombres sont premiers...
– Pour l'étudiant en mathématiques : ils ont tous perdu la tête ici, voici comment procéder. Soit p un nombre premier, $p > 2$. Dans ce cas p n'est pas divisible par 2, donc p est impair. $\square$

4.3 Contrepèteries

1. La prof de maths aimerait que l'on s'intéresse aux cubes de son cours.
2. Je m'épuise car Thalès est toujours à faire.
3. Quel beau métier professeur !
4. Mon prof de maths a montré Bézout.
5. Les meilleures étudiantes préféraient qu'on leur change les maths.
6. Elles réclament des chambres pour leurs maths.
7. Les jeunes filles trottent dans les facs, et trouvent les maths débiles.
8. Aucun homme n'est jamais assez fort pour ce calcul...

4.4 Charades

4.4.1 Charades derechef

Pour laisser un temps de réflexion, les réponses sont dans la section suivante.

‡. Variante : « Humm... Attendez une minute, je crois que j'ai un algorithme de Knuth qui trouve les nombres premiers... Encore un petit instant, j'ai trouvé le dernier bug... Non, ce n'est pas ça... Ah ! Je pense qu'il doit y avoir un bug du compilateur ici, Hmm... Erreur IEEE-998.0334... Attendez, Hmm... Oui... »

§. Variante : C'est quoi un nombre premier ?

Charade 1 Mon premier est un rongeur à queue plate qui ne peut pas s'asseoir.
Mon second est un rongeur à queue plate qui ne peut pas s'asseoir.
Mon troisième est un rongeur à queue plate qui ne peut pas s'asseoir.
Mon tout est le rapport de la circonférence au diamètre. Quel est mon tout ?

Charade 2 Mon premier est un déterminant.
Mon second est un prénom féminin américain.
Mon troisième est une conjonction de coordination.
Mon quatrième est le groupe de Galois de $\mathbb{C}$ sur $\mathbb{R}$ (c'est-à-dire le groupe des automorphismes du corps $\mathbb{C}$ laissant $\mathbb{R}$ fixe).
Mon cinquième est le noyau.
Mon tout est ce qui s'est passé sur les côtes normandes en 1944. Quel est mon tout ?

4.4.2 Les réponses

Charade 1 Le premier est « un castor sans chaise », le second est « un castor sans chaise » et le troisième est un « castor sans chaise ». Si bien que le tout est « trois castors sans chaise » , soit donc 3 1416 (phonétiquement), ce qui donne bien évidemment π que tout le monde a trouvé ! (Il s'agit d'une approximation à la quatrième décimale.)

Charade 2 Le premier est « Les » (j'espère que personne n'est allé chercher parmi les déterminants en mathématiques), le second est « Sally », le troisième est « et », le quatrième est « *id* (l'identité) et *bar* (la conjugaison) », et le cinquième est « ker ». Le tout est donc « Les alliés y débarquèrent ».

Pour les habitués : le quatrième se trouve en remarquant que, de manière générale, si f est un automorphisme de $\mathbb{C}$ tel que $f(\mathbb{R}) \subset \mathbb{R}$, l'ensemble des x tels que $f(x) = x$ est un sous-corps de $\mathbb{C}$, donc contient $\mathbb{Q}$ et f est l'identité sur $\mathbb{Q}$. De plus, $f(y) - f(x) = f(\sqrt{y-x}^2) = f(\sqrt{y-x})^2 > 0$ pour $y > x$ donc f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. En utilisant la densité de $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$, on montre alors sans peine par encadrement et théorème des gendarmes que f est l'identité sur $\mathbb{R}$. Enfin, $f(z) = f(x) + f(i)f(y) = x + f(i)y$, donc f dépend entièrement de $f(i)$. $f(i^2) = f(i)^2 = f(-1) = -1$, donc $f(i) = i$ ou $f(i) = -i$, ce qui donne $f = id_{\mathbb{C}}$ ou $f(z) = \overline{z}$ (réciproque immédiate).

4.5 En vrac

1. Lors d'un entretien d'embauche, un chef d'entreprise reçoit quatre ingénieurs : un ayant fait l'École polytechnique, le second HEC, le troisième informaticien, et le dernier sortant de l'université. Celui-ci explique aux quatre candidats qu'en définitive, pour faire marcher une entreprise, il suffit de savoir compter. Il s'adresse donc au premier d'entre eux, le polytechnicien, et lui dit : « Allez-y, comptez. »

Le polytechnicien : « Une... Deux... Une... Deux... »
L'homme étonné s'adresse ensuite à l'ingénieur sortant d'HEC : « À vous ! Comptez...»
« Un KiloEuro, deux KE, trois KE... »
Il se retourne ensuite vers l'informaticien : « 0... 1... 0... 1... 0... »
Désespéré, il s'adresse au dernier candidat sortant de fac : « Allez-y, comptez... »
Le jeune homme commence : « 1... 2... 3... 4... 5... 6... 7... »
Le chef d'entreprise rassuré : « Continuez, continuez... »
« 8... 9... 10... Valet... Dame... Roi ! »

Une variante commence ainsi :

Un chef d'entreprise cherche un ingénieur. Quatre personnes répondent à l'annonce qu'il a passée. Le premier est un polytechnicien (voire pire : un normalien). « Bien Monsieur, demande le patron, j'aimerais que vous comptiez jusqu'à dix.
– Si vous voulez. Mais dans quelle corps dois-je compter ?
– Ben vous comptez, voilà !
– Oui, mais dans $\mathbb{R}$ ou dans $\mathbb{R}^*$? Doit-on considérer ce corps comme commutatif ou pas ? La loi de composition interne est-elle $+$ ou $\cdot$?
– Bon, OK, laissez tomber... »
Le suivant est un informaticien (ENSIMAG, Mines, SupTélécom, tout ce que vous voulez) « Pourriez-vous compter jusqu'à dix, s'il vous plaît ?
– Pas de problème : 1, 10, 11, 100, 101, 110, ...
– C'est bon, c'est bon, allez-y, on vous écrira. »
Le troisième est aussi un informaticien. « Vous pourriez compter jusque dix, s'il vous plaît ?
– No problem : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, 10...
– Merci , ça ira. »

2. Un chef demande à son apprenti : « Tu vas prendre deux tiers d'eau, un tiers de crème, un tiers de bouillon...
   – Mais ça fait déjà quatre tiers !
   – Débrouille-toi, prends simplement une casserole plus large ! »
3. Un visiteur du *Royal Tyrell Museum* demande à un employé du musée * :
   « Pouvez-vous me renseigner sur l'âge du squelette de ce tyrannosaure ?
   – Il a exactement soixante millions et trois années, deux mois, dix-huit jours.
   – Comment pouvez-vous le savoir avec tant de précision ? !
   – À vrai dire, quand j'ai commencé à travailler ici, un des scientifiques m'a dit que ce squelette était vieux de soixante millions d'années, et c'était il y a exactement trois ans, deux mois et dix-huit jours... »
4. Un enfant de six ans toque à la porte de son père, un professeur de mathématiques.
   « Papa, dit-il. J'ai besoin d'aide pour un problème de maths que je n'arrivais pas à faire à l'école.

*. Un mathématicien à la retraite évidemment, sinon il aurait rien à faire ici...

– Bien sûr, répond le père en souriant. Raconte-moi ce qui te bloque.
– C'est un problème vraiment difficile : *Quatre canards nagent dans une mare, quand deux canards de plus viennent les rejoindre. Combien de canards sont à présent en train de nager dans la mare ?* »
Le professeur regarde son fils, n'arrivant pas à y croire :
« Tu n'arrivais pas à faire ça ?! Tout ce que tu as besoin de savoir est que $4 + 2 = 6$!
– Tu me prends pour un idiot ? Bien sûr que je sais que $4 + 2 = 6$. Mais quel est le rapport avec les canards ? »

5. « Combien de fois peut-on soustraire 7 de 83, et qu'est-ce qui reste après ?
– Je peux soustraire 7 autant de fois que je veux, et il reste 76 à chaque fois. »
6. Jésus, debout sur son rocher, parle à ses disciples :
« $y = ax^2 + bx + c.$ »
Un des apôtres prend alors la parole :
« Écoute, Jésus, déjà d'habitude on ne comprend pas grand-chose à ce que tu nous dis, mais là, franchement on est perdus. »
Jésus de rétorquer : « C'est normal, c'est une parabole... »
7. « Quel bon anagramme peut-on faire à partir de "Banach-Tarski" ?
– Banach-Tarski Banach-Tarski. »
8. Un élève demande à son enseignant : « M'sieur ! hier soir papa s'est enfilé trois bouteilles de vin à 12˚. Est-ce que ça fait 36˚ ? ? ? »
9. Un étudiant, travaillant sur un long devoir à la maison de mathématiques, découvre qu'un des problèmes est plutôt facile à résoudre, si ce n'est qu'il faut au moins trois pages de calculs simples après avoir franchi les deux premières étapes difficiles. Comme il se fait tard, il fait les étapes difficiles et laisse une preuve inachevée, suivie de la phrase « La preuve est laissée au correcteur en exercice. »
La semaine suivante, il reçoit son devoir noté. Il remarque que plusieurs pages annexes ont été agrafées à l'arrière. Il les examine, et découvre avec surprise la preuve complète écrite, étape par étape. Tout à la fin, au stylo rouge, le correcteur a écrit :
« J'ai fait une petite erreur sans importance. Moins 2. »
10. Que dit un étudiant en mathématiques quand il écrase une araignée ? « $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$! »
11. – 1960 : Un paysan vend un sac de pommes de terre pour $10F$. Il lui coûte les $4/5$ du prix de vente. Quel est son profit ?
– 1970s : Un paysan vend un sac de pommes de terre pour $10F$. Il lui coûte les $4/5$ du prix de vente, c'est-à-dire $8F$. Quel est son profit ?
– 1970 (mathématiques modernes) : Un paysan échange un ensemble P de pommes de terre contre un ensemble M de pièces de monnaie. Le cardinal de l'ensemble M est égal à 10 et chaque élément de M vaut $1F$. Dessine dix gros points représentant les éléments de M. L'ensemble C des coûts de production est composé de deux gros points de moins

que l'ensemble M. Représente l'ensemble C comme un sous-ensemble de l'ensemble M et donne la réponse à la question : quel est le cardinal de l'ensemble des profits ?
– 1980 : Un paysan vend un sac de pommes de terre pour $10F$. Ses coûts de production sont de $8F$ et son profit de $2F$. Souligne les mots « pommes de terre » et discutes-en avec tes camarades de classe.
– 1990 : Un paysan vend un sac de pommes de terre pour $10F$. Ses coûts de production sont de 80 pourcent de son revenu. Sur ta calculatrice, trace la représentation graphique de ses coûts de production en fonction de ses revenus. Lance le programme $POMDETER$ pour déterminer le profit. Discute des résultats en groupe de 4 élèves et rédige un compte-rendu qui analyse cet exemple dans le monde réel de l'économie.

12. Deux personnes qui font un tour en montgolfière sont perdues. Elles décident de descendre un peu pour demander leur chemin. Elles aperçoivent deux hommes qui discutent sur la route. Elles s'approchent et demandent :
« Excusez-moi, mais pouvez-vous nous dire où nous sommes ? »
Les deux hommes se regardent, délibèrent un moment, puis répondent :
« Vous êtes dans une montgolfière ! »
Les deux personnes de la montgolfière, un peu surprises, remercient quand même et reprennent de l'altitude. Un peu plus loin, l'un dit à l'autre :
« À mon avis, ces deux-là, c'était des mathématiciens.
– Qu'est-ce qui te fait dire ça ?
– Eh bien, ils ont mis beaucoup de temps à nous répondre. Ce qu'ils nous ont dit est parfaitement juste. Et ça ne nous sert absolument à rien. »
Pendant ce temps, les deux mathématiciens disent :
« À mon avis, c'était des physiciens : ils nous posent des questions évidentes, et après, s'ils sont perdus, ça va être de notre faute ! »

13. C'est un mathématicien qui organise une loterie dans laquelle le prix est, comme il en faisait la publicité, une quantité infinie d'argent. Tous les tickets sont vendus très vite. Quand le ticket gagnant est tiré, et l'heureux gagnant appelé pour réclamer son prix, le mathématicien explique le mode de paiement :
1 euro maintenant, 1/2 euro la semaine prochaine, 1/3 d'euro la semaine après...

14. Un mathématicien et un courtier de Wall Street vont regarder des courses hippiques. Le courtier propose de parier 10 000 \$ sur un cheval. Le mathématicien est sceptique, soutenant qu'il préfèrerait comprendre les règles, juger le talent des chevaux, etc. Le courtier lui chuchote alors qu'il connaît un algorithme secret pour trouver le vainqueur, mais il ne convainc pas le mathématicien.
« Tu es trop théorique », lui dit-il, et il parie sur un cheval. Évidemment, ce cheval arrive premier, et il gagne alors beaucoup d'argent. Triomphant, il s'exclame : « Tu vois, je connaissais le secret !
– C'est quoi ton secret ? demande le mathématicien.
– C'est plutôt simple. J'ai deux enfants, de 3 et 5 ans. J'ai sommé leurs

âges et j'ai parié sur le nombre 9.
– Mais, 3 plus 5 égale 8, proteste-t-il.
– Tu vois, tu es trop théorique ! répond-il. Est-ce que je ne viens pas de te montrer expérimentalement que mon calcul est correct ? $3+5=9$! »

15. Un mathématicien voyage dans un avion Air Transat, sans escale, de Edmonton à Frankfurt. Il est prévu neuf heures de vol. Après avoir décollé, le pilote annonce qu'un moteur ne fonctionnera pas suite à un incident mécanique :
« Ne vous inquiètez pas, nous craignons rien. Le seul changement notable est que désormais, il est prévu dix heures de vol au lieu de neuf. »
Quelques heures plus tard, le pilote informe ses passagers qu'un autre moteur s'est éteint, encore une fois suite à un incident mécanique :
« Mais ne vous inquiétez, nous craignons toujours rien. Seulement : notre temps de vol est désormais de douze heures. »
Quelques temps plus tard, un troisième moteur fait défaut, et s'éteint. Mais le pilote continue de rassurer ses passagers :
« Ne vous inquiètez pas... Même avec un seul moteur, nous craignons absolument rien. Nous avons juste un temps de vol total de désormais seize heures avant d'arriver à Frankfurt. »
Le mathématicien fait remarquer à ses compagnons de fortune :
« Si le dernier moteur se casse, alors, nous serons dans les airs tous ensemble pendant vingt-quatre heures ! »

16. Comment un mathématicien induit un bon comportement à ses enfants ?
– Je te l'ai dit n fois, je te l'ai dit $n+1$ fois...

17. Un père très inquiet au sujet des résultats en mathématiques de son fils décide de l'envoyer dans une école catholique. À la fin de son premier trimestre, son fils ramène à la maison son bulletin ; il a un 19 en mathématiques. Le père est, évidemment, ravi, mais veut comprendre :
« Pourquoi tes notes en mathématiques sont-elles devenues si bonnes ?
– Tu sais, explique son fils, quand j'ai traversé la salle de cours le premier jour, et que j'ai vu ce mec cloué à un signe plus, j'ai compris une chose : on ne déconne pas ici ! »

18. Un mathématicien remarque qu'un tuyau fuit chez lui, et appelle donc un plombier. Le plombier change un joint et demande 100 $.
« Comment est-ce possible ? Vous avez travaillé seulement dix minutes, et en ce qui me concerne il me faut toute une semaine pour gagner 100 $, s'exclame le mathématicien.
– Pour tout dire, c'est pour ça que je suis devenu plombier. Je vous donne un tuyau : voici l'adresse de ma boîte. Allez-y et dites que vous voulez devenir plombier. Et ne précisez pas que vous êtes mathématicien. »
Et c'est ce que le mathématicien fait. Très vite il se met à gagner beaucoup d'argent.
Mais la boîte décide de relever le niveau de ses plombiers, et les envoie à l'école primaire. Le premier jour, on demande au mathématicien d'écrire au tableau la formule donnant la surface d'un cercle. Il n'arrive pas à

se la rappeler, mais essaye d'utiliser le calcul intégral pour la retrouver. Malheureusement, il se trompe et obtient un résultat négatif. Il répète le calcul deux fois, trois fois, et obtient encore un résultat négatif.
Il regarde stressé sa classe et entend tous ses camarades plombiers lui souffler : « Inverse les bornes d'intégration ! Inverse les bornes ! »

19. Deux mathématiciens sont dans un bar et parlent des blondes. L'un d'eux les défend et prétend qu'elles ne sont pas plus bêtes que d'autres. Il s'avance même et soutient que la serveuse d'un blond platiné qui les a servis est même capable de répondre à des questions de mathématiques. Dès que son collègue s'absente un bref instant, il fait signe à la serveuse, lui glisse un billet de dix euros dans la main et dit : « Mon collègue va te demander quelque chose. Quoi qu'il te demande, réponds simplement $\frac{1}{3}x^3$.
– Inter deuzix hocube ?
– Non, un tiers de x au cube.
– Altère de hicsocube ?
– Presque ! Un tiers de x au cube.
– Entière de hixocub.
– Ca ira, retenez bien ça, je vous appelle tout à l'heure ! »
Elle s'éloigne en se répétant « Entière de hixocub... ».
Quand le collègue réapparaît, il annonce : « Je parie que la serveuse ne sait pas calculer les primitives !
– Je ne te crois pas !
– Tu vas voir ! »
Il fait signe à la blonde de s'approcher et lui demande : « Quelle est la primitive de x^2 ? »
Elle répond (correctement) : « $\frac{1}{3}x^3$. » (Étonnement !)
Ils libèrent la serveuse avec bienveillance, non sans avoir exprimé l'admiration qu'elle méritait.
La blonde se retourne alors et murmure en s'éloignant : « Plus une constante ! » †.

20. Un mathématicien a passé des années à essayer de prouver l'hypothèse de Riemann, sans succès. Finalement, il décide de vendre son âme au diable en échange d'une démonstration. Le diable lui promet une démonstration dans les quatre semaines à venir. Quatre semaines passent, sans aucun signe. Six mois plus tard, le diable refait surface, d'un air plutôt sombre. « Je suis désolé, dit-il, mais je n'ai pas réussi à prouver l'hypothèse de Riemann non plus. Par contre – et son visage s'éclaire – je pense que j'ai trouvé un lemme vraiment très intéressant... »

21. Un mathématicien a une conférence à donner. Le titre de sa conférence est *Démonstration de l'hypothèse de Riemann*.
Dès que la conférence commence, il parle de quelque chose qui n'a abso-

†. Variante : le mathématicien demande le développement de $(a+b)^2$, ce à quoi la serveuse répond : « Bah à l'évidence ça fait $a^2 + b^2$... Dans un corps de caractéristique 2 ! »

lument rien à voir. Après sa présentation, un collègue lui demande :
« Tu as décelé une erreur dans ta démonstration ?
– Non, je n'ai jamais eu de démonstration, répond-il.
– Mais alors, pourquoi cette annonce ?
– C'est ma précaution habituelle, au cas où je meurs sur le chemin de la conférence... » ‡

22. Il y a longtemps, très longtemps... Quand les règles à calcul étaient encore l'outil de calcul le plus sophistiqué en possession des scientifiques et des ingénieurs...
Des étudiants en ingénierie passent un examen final de mathématiques. Bien sûr, les règles à calcul ne sont plus autorisées. Et, bien sûr, quelqu'un a triché et a ramené une règle à calcul pour l'examen. Il la cache sous son bureau, mais l'étudiant à sa gauche, coincé dans un calcul difficile, le remarque :
« Hey, chuchote-t-il. Tu peux m'aider ? Combien font trois fois six ? »
Son camarade de classe prend sa règle à calcul, puis répond après quelques secondes :
« Dix-neuf.
– Tu es sûr ? »
Le tricheur prend encore sa règle à calcul, et après quelques autres secondes il répond :
« Tu as raison. C'est plus proche de dix-huit, dix-huit virgule trois, pour être précis. »

23. Après le succès phénoménal du viagra©, Pfizer a développé une nouvelle tendance pharmaceutique : les pilules de connaissance.
Un étudiant, complètement à la masse en cours de littérature française, va à la pharmacie et demande à la pharmacienne s'ils ont des pilules de connaissance pour la littérature française.
« Bien sûr », lui répond la pharmacienne. L'étudiant lui en achète une, l'avale, et une heure après il sait tout ce qu'il y a à savoir sur la littérature française. Si c'est si facile d'engranger de la connaissance, pense-t-il, pourquoi passer des heures à bousiller notre cervelle avec des livres ennuyeux ?
Alors, il décide d'arrêter d'étudier, et dès qu'un examen est proche, il va à la pharmacie et achète la pilule de connaissance nécessaire : biologie, histoire de l'art, histoire-géographie ; il y a juste à demander.
Au moment de passer un examen de mathématiques, il va encore à la pharmacie et demande une pilule de connaissance en mathématiques.
« Un instant », dit la pharmacienne. Elle disparaît à l'arrière de la pharmacie et revient avec une pilule aussi grosse qu'un melon.
« Mais comment suis-je supposé avaler ça ? s'exclame l'étudiant.
– Vous savez, les mathématiques ont toujours été un peu dures à avaler... »

‡. Renseignez-vous, à cet effet, sur l'histoire vraie mêlant Hardy, Dieu et l'hypothèse de Riemann. On la trouve dans toute biographie, ou sur Wikipedia. Elle est d'autant plus amusante qu'elle est vraie !

24. Lors d'une conférence, un mathématicien prouve un théorème. Quelqu'un dans l'audience l'interrompt :
« Cette preuve doit être erronée, j'ai un contre-exemple à votre théorème...
– Je m'en fiche, j'ai une autre preuve de ce résultat ! »

25. Il y a très longtemps, pendant la Guerre froide, alors qu'il était encore difficile pour les Occidentaux de venir dans l'Union soviétique, un mathématicien britannique voyage jusqu'à Moscou pour parler lors du séminaire d'un célèbre professeur russe. Il commence la conférence en écrivant un théorème au tableau. Alors qu'il veut le prouver, le professeur l'interrompt :
« Ce théorème est clair ! »
Le conférencier est, bien sûr, embêté, mais le cache. Il continue avec un second théorème mais, encore une fois, quand il veut commencer par démontrer le résultat, son hôte l'interrompt :
« Ce théorème aussi est clair ! »
Le visage austère, il écrit un troisième théorème sur le tableau et demande :
« Ce théorème aussi est clair ?! »
Son hôte acquiesce. Le visiteur sourit et dit :
« Ce théorème est faux... »

26. Quatre amis s'en sortaient vraiment bien pendant leurs cours de calcul différentiel et intégral : ils ont obtenu les notes maximales (ou presque) à leurs devoirs à la maison et aux partiels. Alors, au moment de l'examen final, ils décident de ne pas étudier le week-end qui précède, mais de conduire jusqu'à la fête d'anniversaire d'un ami dans une ville voisine, même si l'examen est prévu pour le lundi matin. Comme on pouvait s'y attendre, ils ont trop bu à la fête, et lundi matin ils étaient complètement faits, et ont dormi trop longtemps. Quand ils arrivent finalement sur le campus, l'examen est déjà terminé.
Ils vont dans le bureau du professeur pour lui fournir une explication. « On était à la fête d'anniversaire d'un ami, et quand nous sommes revenus à la maison en conduisant, très tôt ce matin, on a soudainement eu un pneu à plat. On n'en avait pas de rechange, et comme nous étions sur des routes secondaires, il nous a fallu des heures avant de recevoir de l'aide. »
Le professeur fait un signe sympathique de la tête et dit : « Je vois que ce n'est pas de votre faute. Je vous autorise à refaire l'examen manqué, demain matin. »
Quand ils arrivent tôt le mardi matin, les étudiants sont introduits dans un grand amphithéâtre par le professeur, et sont assis loin les uns des autres, sans espoir de tricherie. Les sujets d'examen sont déjà en place et, confiants, les étudiants commencent à écrire.
La première question – cinq points sur cent – est un simple exercice d'intégration par parties, que les quatre finissent en dix minutes.
Quand le premier d'entre eux a fini le problème, il tourne la page du sujet d'examen et lit la suivante :

Problème 2 (95 points sur 100) : *Quel pneu était à plat ?*

27. Une foule d'une infinité (dénombrable !) de mathématiciens entre dans un bar. Le premier demande une pinte, le second une demi-pinte, le troisième un quart de pinte...

    « Imbéciles », dit le barman, et leur sert deux pintes.

28. CNN vient d'annoncer que le nouveau nombre premier découvert est quatre fois plus grand que le record précédent.

29. Un professeur de mathématiques (le même que celui de la blague sur les moutons ?) annonce à ses élèves : « Supposons que le nombre de moutons soit x...
    – Monsieur, et s'il n'y en a pas x ? »

30. Une blague « de chez nous » : « Pourquoi est-ce que les chimistes alsaciens ne prennent jamais les routes nationales ?
    – Parce qu'ils préfèrent les autoroutes à pH. »
    Rien à voir avec les mathématiciens, mais je la trouvais sympa !

31. Pour finir, la blague la plus courte de tous les temps : Soit $\varepsilon < 0$.

Chapitre 5

Secrets de profession

> *Oui, je pensais que ce n'était qu'un jeu... Puis j'ai commencé à en faire en semaine... Vous savez, rien de terrible : dérivation, cinématique. Puis je me suis mis aux intégrations par parties... J'ai commencé à en faire toutes les nuits : intégrales sur des chemins, fonctions holomorphes. Maintenant j'étudie des équations diophantiennes et nage dans les méandres de l'analyse transfinie. Ne les laissez pas vous convaincre que ce n'est qu'un jeu.*
> *Heureusement, je peux m'arrêter quand je veux.*

D'un mathématicien anonyme.

Le pire c'est que ce n'est même pas le témoignage d'un excentrique... Le pire ou le mieux, allez savoir, c'est qu'ils sont heureux comme ça, les bougres ! Pour mieux comprendre ces animaux bizarres au premier abord, vingt pages de stupidité sur ce qui n'intéresse que les mathématiciens (du genre : quelle constante est la meilleure entre e et π ?), sur ce qu'ils savent, ce qu'ils font, ce qu'ils aiment. Cela fournit, en plus des plaisanteries des autres sections, une bonne description de cette belle vocation... Car il n'y a pas de cliché sur les mathématiciens, il n'y a que des choses vraies.

Quelques faits classiques, inclassables :

1. Les mathématiciens savent ce qui a causé le big bang : Dieu a divisé par zéro. Oups !
2. L'enthousiasme d'un professeur à l'idée d'enseigner le pré-calcul différentiel et intégral varie inversement proportionnellement à l'habitude qu'il a à le faire.
3. La différence entre un mathématicien introverti et extraverti est ici : un mathématicien introverti regarde ses chaussures quand il vous parle. Un mathématicien extraverti regarde les vôtres.
4. À quoi pouvez-vous voir que vous avez affaire à la mafia mathématique ? Ils vous font une offre que vous ne pouvez pas comprendre.

5. De nos jours, même la plus pure et abstraite des mathématiques est en danger d'application.
6. La raison pour laquelle toutes les grandes universités conservent un département de mathématiques est parce qu'il est plus économique de faire ça que d'institutionnaliser tous ces individus.
7. Quelle est la différence entre un doctorat en mathématiques et une grande pizza ? Une grande pizza peut nourrir une famille de quatre...
8. Les plus grands moments de la vie d'un mathématicien sont les moments qui suivent immédiatement la démonstration d'un résultat, mais encore avant que quelqu'un n'y découvre une erreur.
9. Règle d'or de la dérivation : ne jamais croire un résultat démontré après 23h.
10. La qualité professionnelle d'un mathématicien est inversement proportionnelle à l'importance qu'il accorde à l'espace de travail et l'équipement.
11. Les relations entre mathématiciens purs et appliqués sont basées sur la confiance et la compréhension. Plus précisément, les mathématiciens purs ne font pas confiance aux mathématiciens appliqués, et les mathématiciens appliqués ne comprennent pas les mathématiciens purs.
12. Certains mathématiciens sont si tendus de nos jours qu'ils ne dorment pas durant les séminaires.

5.1 Vous êtes peut-être un mathématicien si...

- Les sommations hypergéométriques sont la chose la plus marrante que vous puissiez faire habillé,
- Vous ne pouvez pas vous empêcher de lâcher des contre-exemples dès que quelqu'un soutient une impossibilité,
- À 19 ans vos années les plus productives sont déjà derrière vous,
- Votre résultat majeur est nommé d'après le nom de quelqu'un d'autre,
- Vous faites des erreurs... mais ce sont des erreurs *très* intéressantes,
- Vous vous demandez comment Euler prononçait « Euclide »,
- Vous avez déjà souri pendant 10 secondes à la fin d'une preuve,
- Vous comprenez toutes les mathématiques que Gauss a manipulées... jusqu'à ses 13 ans,
- La lettre de Russell envoyée à Frege décore votre mur,
- Vous êtes passé de la haine à l'amour, en un corollaire,
- Votre matière principale était les mathématiques, la seconde la caféine,
- Vous connaissez tout l'alphabet grec, sans connaitre un seul mot de grec,
- Votre histoire préférée est *Pretty Poly Nomial* et *Curly Pi*,
- Ces irrésistibles petits puzzles à base d'astuces de combinatoire apparaissent comme un tic nerveux,
- Votre progéniture est soulagée d'apprendre que les mathématiques ne sont pas héréditaires,

- La solution à tout problème passe par le décompte de balles dans des boîtes,
- Vous pouvez plier des bandes planes dans des polyèdres réguliers... Tout ça de tête,
- Faire plus d'une chose à la fois est ennuyeux,
- Vous avez déjà en votre possession votre lecture des trois années à venir,
- C'est difficile de songer à la retraite, étant donné l'état actuel de l'hypothèse du continu,
- Vous célébrez l'anniversaire de Rota tous les dix ans, avec des beignets et du champagne dans des coupes de papier,
- Vous vous remémorez des adresses postales par des moyens arithmétiques : « Le plus petit entier qui peut s'écrire de deux façons comme somme de deux cubes »,
- Vous savez compter jusqu'à 32 avec les doigts de la main (en binaire),
- Votre côté romantique surgit dès que vous montrez un fort intéret pour les compétences mathématiques de votre bien-aimé(e),
- Vous connaissez en anglais un mot de six lettres et trois voyelles, lesquelles sont toutes « y » [*],
- Vous êtes contents de parler français pour lire Bourbaki,
- Vous apportez les *Variétés differentiélles analytiques* de Bourbaki en vacances,
- Vous ne voyez pas l'intérêt de prendre des vacances si vous pouvez lire Bourbaki à la maison,
- Vous visitez le monde seulement pour des conférences et des obligations familiales,
- Votre opinion au sujet d'*Un homme d'exception* (*A Beautiful Mind*) est « Bof, déjà vu, déjà fait. », suivi d'un air blasé,
- Vous pensez aux mathématiques en tant qu'art, pas (forcément) en tant que science...
- Vous trouvez que les blagues mathématiques sont drôles,
- Vous vous surprenez en train de dire « il existe » au lieu de « il y a »,
- Vous avez déjà eu des débats virulents autour de $0,999\ldots = 1$,
- Ou des débats virulents autour de la différence entre « Deux pièces sont lancées et l'une d'elles tombe sur face » et « Deux pièces sont lancées. Cette pièce donnée tombe sur face »,
- Vous essayez désespérement de plaire aux gens par vos mathématiques,
- Vous trouvez que l'ensemble de Cantor est « beau »,
- Vous prévoyez de démontrer la conjecture des nombres premiers jumeaux pendant votre retraite,
- Vous trouvez ça *cool*, des nouvelles formules dont la somme donne e,
- La preuve de la diagonale de Cantor vous paraît tout à fait sensée,
- Vous passez votre temps à faire de l'aide aux devoirs pour des inconnus,
- Vous avez déjà lu des articles avec des titres tels que *Betti numbers of*

∗. Il s'agit « syzygy », ou « syzygie » en français. C'est une situation où trois objets sont alignés.

Z^n-graded modules,
- Vous connaissez la différence entre vrai et démontrable,
- Savoir comment les gens prononcent « Euler » a de l'importance pour vous,
- Vous pensez que Zénon était un fouteur de m...,
- Vous savez ce qu'est un nombre d'Erdős,
- Vous avez un nombre d'Erdős (fini),
- Vous écrivez des emails en LaTeX,
- Vous prouvez votre innocence lors d'un interrogatoire en commençant par « Supposez en effet que je sois coupable... », point à partir du quel vous êtes arrêté,
- Votre célébrité repose sur les questions que vous posez et dont vous n'avez pas les réponses,
- Quand le docteur vous annonce que votre grande tante vient tout juste de s'éteindre, vous contestez son manque de rigueur,
- Quand vous faites une conférence dans une salle avec fenêtres, les gens à l'extérieur font tout le temps des allers et retours,
- On vous demande systématiquement de couper les gâteaux, et vous savez que vous ne ferez pas mieux, car $\cos(2\pi/9)$ n'est pas constructible,
- Mélanger un jeu de cartes vous fait penser au groupe symétrique $\mathfrak{S}_n$,
- Vous répondez toujours « C'est difficile à expliquer » quand on vous demande ce que vous faites dans la vie,
- Ascoli vous évoque plus l'équicontinuité que le foot italien,
- Vous savez que 1+1 ne fait pas toujours 2,
- Vous avez calculé plusieurs façons (en ignorant les réflexions) de lacer vos chaussures,
- Vous savez pourquoi le ruban adhésif s'arrache toujours dans un angle... En utilisant la formule des angles.
- Vous célébrez l'anniversaire d'Erdős avec du benzedrine suivi d'un double *expresso*,
- Le chômage est pour vous une opportunité rêvée pour progresser dans votre travail,
- La caféine fait partie intégrante de votre alimentation,
- Vous utilisez le mot « trivial » quotidiennement,
- Votre correspondance a des notes de bas de page et une bibliographie,
- Vous êtes surpris quand vous tombez parfois sur une page web non mathématique,
- Quand vous lisez quelque chose au sujet d'Hillary Clinton qui dit que sa fausse déclaration était un « accident mineur » au milieu des « millions de mots » qu'elle prononce tous les jours, vous vous rendez compte que vous ne comprenez pas l'humour du propos, puisque tout le monde sait bien que même sous l'hypothèse d'un mot par seconde, un million de secondes égalent un peu plus de onze jours et demi,
- Vous grimacez chaque fois que vous lisez ou entendez quelqu'un dire « et réciproquement » incorrectement,
- Vous relisez les manuscrits à contenu (pseudo-)mathématique que ploucs

et clochards illuminés vous apportent fièrement,
- Peu importe ce que vous regardez, vous voyez juste des suites de nombres,
- Vous étiez allé voir le film Matrix parce que vous vous attendiez à des mathématiques...

5.2 Le dictionnaire

Le dictionnaire, ou comment savoir ce que les professeurs disent constamment, et savoir ce qu'ils entendent par là. Tout ce qui suit est en supposant qu'on n'est pas dans la situation critique où le professeur veut dire A, écrit B, prononce C alors qu'il fallait dire D. Certaines des définitions sont tirées d'une source qui les tire de [NUT].

Bref : Je manque de temps, je vais donc faire des raisonnements elliptiques, écrire et parler plus vite.

Brute force : Quatre cas particuliers, trois variables et deux récurrences fortes.

Clairement : Je ne veux pas écrire toutes les étapes intermédiaires.

De même : Au moins une ligne de la preuve de ce cas est la même que précédemment.

Formellement : On manipule des symboles en suivant des assertions logiques, sans avoir la moindre idée de leur vrai sens.

Il en découle aisément que : Même l'étudiant pourrait le démontrer (pense l'enseignant). L'étudiant forcené qui souhaite le faire va gâcher son prochain week-end à la tâche.

Il est évident que : Seulement évident pour l'auteur de l'ouvrage, ou pour Karl Friedrich Gauss. Plus souvent, seulement pour Gauss. La dernière fois que j'ai vu ça, c'était dans une étape d'une démonstration du Dernier Théorème de Fermat.

Indication : Parmi toutes les façons de le démontrer, la plus difficile.

La preuve n'entre pas dans le cadre de ce cours/cette conférence : À l'évidence, il s'agit d'une esquive. Le lecteur ne trouvera jamais d'article avec la preuve. La preuve n'existe pas. Le théorème s'avérait juste utile pour l'auteur.

La preuve est laissée au lecteur à titre d'exercice : L'enseignant a perdu ses notes de cours.

On peut montrer facilement que : On peut montrer ceci en moins de quatre heures... En général, l'enseignant, ou le conférencier, prend une heure environ pour le faire au tableau, donc il préfère l'éviter. Une autre possibilité est que l'enseignant ne comprend pas la preuve en question.

On peut prouver que : Ça pourrait prendre pas plus d'une année, mais pas moins de quatre heures ; il en découlerait cinq piles de brouillon, cent crayons, ou cent mines de critérium. Si vous n'êtes pas encore doctorant, n'essayez même pas de le démontrer, ce serait impossible. L'enseignant, ou le conférencier, pense que la proposition est vraie, mais ne sait pas du tout comment le prouver.

On sait que : J'ai cru entendre que quelqu'un l'a démontré, un jour.

Preuve admise : Croyez-moi, c'est vrai.

Preuve de deux lignes : Je passe tout sous silence sauf la conclusion, vous ne pouvez pas questionner la preuve si vous ne pouvez pas la voir !

Preuve élégante : Aucune connaissance préalable sur le sujet n'est requise, et ça prend moins de dix lignes.

Trivial : Si je dois le montrer, vous n'êtes pas à votre place ici. Mais en vérité, c'est seulement évident pour l'enseignant qui a déjà fait le cours cent fois, ou à un doctorant spécialisé dans le domaine.

Vous avez vu en Terminale que : Si vous aviez été en Terminale en 1969 (quand j'y étais), vous auriez vu que.

Vous vérifierez : C'est la partie ennuyeuse de la preuve, vous pouvez la faire dans votre temps libre.

5.3 Test de pureté mathématique

Pour connaitre votre pureté mathématique, comptez le nombre de « oui » que vous répondez aux questions, soustrayez le résultat de 60, et multipliez le résultat par $\frac{10}{6}$. Ceci fournira un résultat sur 100.

Partie 1 (Les bases)

Avez-vous déjà :

1. Été excité par des maths ?
2. Déjà fait un rêve excitant sur des maths ?
3. Fait des calculs mathématiques ?

4. Manipulé le numérateur d'une expression ?
5. Manipulé le dénominateur d'une expression ?
6. Créé votre propre problème ?
7. Travaillé sur un problème après 15h ?
8. Travaillé sur un problème toute une nuit ?
9. Travaillé sur un problème vraiment difficile ?
10. Travaillé sur un problème en continu, pendant plus de trente minutes ?
11. Travaillé sur un problème en continu, pendant plus de quatre heures ?
12. Commencé et fini plus d'un problème en une nuit ?
13. Commencé et fini plus de trois problèmes en une nuit ?
14. Suivi un cours de maths pendant toute une année ?
15. Été inscrit à deux cours de maths différents à la fois ?
16. Fait au moins un problème par semaine pendant plus de quatre mois ?
17. Fait au moins un problème par nuit pendant plus d'un mois (week-ends exclus) ?
18. Fini un problème seul ?
19. Fini un problème à trois ou plus ?
20. Fini un problème à quinze ou plus ?
21. Étaient-ce des gens sans rapport entre eux ?
22. Marché par inadvertance à côté de personnes faisant un problème ?
23. Et rejoint ces gens juste après ?
24. Utilisé de la nourriture pendant un problème ?
25. Et tout mangé ?
26. Eu à supporter qu'un animal de compagnie vous embête pendant un problème ?
27. Fini un problème dans un endroit public où vous pouviez être surpris ?
28. Été surpris en train de faire un problème ?

Partie 2 (Les choses sérieuses)

Avez-vous déjà :

1. Appliqué vos connaissances mathématiques à une science dure ?
2. Appliqué vos connaissances mathématiques à une science molle ?
3. Fait une intégration par parties ?
4. Fait deux intégrations par parties dans un unique problème ?
5. Borné un domaine et calculé le rang d'une fonction ?
6. Essayé de dominer une fonction pour les intégrales impropres ?
7. Utilisé la méthode de Newton ?

8. Utilisé l'automorphisme de Frobenius ?
9. Utilisé le théorème des gendarmes ?
10. Utilisé le théorème de la valeur moyenne ?
11. Utilisé une surface de Gauss ?
12. Utilisé un objet extérieur dans un problème de mathématiques (une calculatrice ?) ?
13. Utilisé un logiciel pour améliorer votre technique en mathématiques (MAXIMA, Maple) ?
14. Non utilisé des parenthèses alors qu'il aurait fallu ?
15. Intégré une fonction sur sa période ?
16. Fait un calcul dans un espace à trois dimensions ?
17. Fait un calcul dans un espace à n dimensions ?
18. Fait un changement de base ?
19. Fait un changement de base juste pour augmenter les coordonnées du vecteur ?
20. Travaillé entre quatre bases complètes en une seule nuit (Par exemple avec la méthode de Graham-Schmidt) ?
21. Introduit un nombre dans une équation ?
22. Calculé le résidu à un pole ?
23. Eu un score parfait à un test de mathématiques ?
24. Assimilé tout ce qu'un professeur vous a enseigné ?
25. Utilisé des notations explicites dans un problème ?
26. Omis volontairement des étapes importantes dans un problème ?
27. Créé votre propre problème ?
28. Été emporté par un test ?
29. Corrigé votre professeur dans un test ?
30. Multiplié 23 par 3 ?
31. Borné votre fonction de Bessel, de sorte que la membrane ne s'en aille pas à l'infini ?
32. Compris la citation suivante : « La relation de Z^0 à C_0, B_0, et H_0 est un exemple d'un principe général que nous avons déjà rencontré : le noyau de l'adjoint d'une transformation linéaire est à la fois l'espace d'annulation de l'image de la transformation, et l'espace dual du quotient de l'espace dont l'image est un sous-espace par l'image. » (Shlomo & Bamberg's, « Cours » de mathématiques pour étudiants en physique.)

5.4 L'amour en mathématiques

Parce que l'amour, c'est comme les mathématiques : une idée simple, mais ça peut vite se compliquer.

5.4.1 La drague...

Je m'adresse à présent aux trois ou quatre personnes qui ont jeté un coup d'œil à ce recueil parce que dans « curiosités » ils entendaient « techniques de drague mathématique », car oui, je suis sûr qu'il y en a... Oui... Bon, d'accord, j'essaye de vendre mon truc piteusement. Mais puisqu'il faut bien savoir vendre son *beefsteak*, une preuve par une anecdote qu'on ne drague pas un mathématicien « juste comme ça », on a besoin de stratégies d'approche :

Une femme entre dans un bar pour emballer un mathématicien. Il va falloir attendre un peu avant de commander à boire, le barman entretient une discussion avec une demoiselle, un chien et une vache (il est fou lui). Bref, elle l'aborde :
« Quel âge vous me donnez ? demande-t-elle, empreinte de fausse modestie.

- Eh bien, je vous donne 18 ans pour vos yeux rayonnants, 19 pour vos joues éclatantes, 20 parce que vous avez le visage radieux, et sommer tout ça devrait être de votre ressort... »

Je vous l'avais dit, que les méthodes classiques ne fonctionnaient pas. Pour certains, la situation est même dramatique :

Théorème 13 *Tu ne connaîtras jamais l'amour.*

PREUVE : Considérons l'ensemble des hommes $\mathbb{H}$, et l'ensemble des femmes $\mathbb{F}$, et l'application *Amour* : $\begin{cases} \mathbb{H} & \rightarrow & \mathbb{F} \\ h & \mapsto & f \end{cases}$ Cette application est clairement non-bijective, en effet il y a plus de femmes que d'hommes sur terre. Quoique rigoureusement la polygamie existe dans certains endroits, dans ce cas-là *Amour* peut être surjective, mais non-injective car les femmes trompent les hommes (autrement dit, pour deux hommes differents on peut trouver une même femme, qu'on notera $f_{coquine}$ par convention). Malgré tout, supposons qu'elle soit bijective [*] de $\mathbb{H}^* \rightarrow \mathbb{F}^*$. Donc pour tout homme, et pour toute femme dans $\mathbb{H}^*$ et $\mathbb{F}^*$ on peut créer un couple qui va s'aimer. Or toi tu es un gros nul, donc tu resteras seul à jamais. $\square$
On remarquera qu'une démonstration dans l'autre sens est analogue.

Quoi qu'il en soit, je présente quelques *pick up lines* comme on dit, des phrases qui permettent de charmer sur le coup, ou de sauver une situation désespérée. Ne négligez pas cette partie, la drague mathématique peut marcher (c'est du vécu) !

1. Voulez-vous Cauchy avec moi ?
2. Et si on engendrait un groupe libre ?
3. Ta beauté défie l'analyse réelle et complexe.
4. J'aimerais être une dérivée, pour être tangent à tes courbes.

$*$. Ce qui à notre époque est le cas, et on appelle cette nouvelle application $Mariage$.

5. J'aimerais être une intégrale, pour être sous tes courbes.
6. C'était le destin, nos vies respectives sont des suites adjacentes : nous n'avons plus qu'à converger vers un même point.
7. Ta beauté ne peut pas être décrite par une base finie de vecteurs.
8. Mon amour est comme une fonction exponentielle ; il est non borné.
9. Mon amour pour toi est comme une fractale : il continue à l'infini.
10. Toi et moi, nous nous sommons mieux qu'une somme de Riemann.
11. J'espère que tu connais la théorie des ensembles, parce que je veux m'unir et m'intersecter avec toi.
12. Tu as plus de courbes qu'une triple intégrale.
13. Viens, on va calculer les coordonnées de ton point G.
14. J'aimerais être ton problème de mathématiques, parce qu'alors je serais très dur, et tu me ferais sur le bureau. [†]
15. Hey... belle asymptote.
16. Je te pousse jusqu'à la limite du possible si tu me montres ton comportement asymptotique.
17. Tu es l'asymptote de mon cœur, j'aimerais tant me rapprocher de toi indéfiniment.

Je tiens à préciser que je ne peux être tenu responsable en cas d'échec sentimental qui ôte toute crédibilité à vie, pas de ma faute si vous n'aviez pas l'air sûr de ce que vous disiez. Toutes ces répliques ont reçu le sceau d'approbation de *Slovenian School of "Hitting on"* en 1957 [‡], vous pouvez donc avoir confiance, même si votre scepticomètre vient d'exploser.

Pour aller plus loin, vous pouvez même vous lancer dans la poésie ou la musique ; on retiendra cette très charmante performance du Klein Four Group (en anglais), ci-dessous ! Leur musique s'intitule *Finite Simple Group (of Order Two)*, et on peut les voir à l'œuvre au lien suivant :
`http://www.youtube.com/watch?v=UTby_e4-Rhg`.

Voici les paroles au contenu mathématique finement employé :
The path of love is never smooth
But mine's continuous for you
You're the upper bound in the chains of my heart
You're my Axiom of Choice, you know it's true

But lately our relation's not so well-defined
And I just can't function without you
I'll prove my proposition and I'm sure you'll find

†. Attention, phrase « carré blanc » (ou presque) !

‡. Et par là même je mets en lumière une application de la section *Comment faire une preuve* du recueil !

We're a finite simple group of order two

I'm losing my identity
I'm getting tensor every day
And without loss of generality
I will assume that you feel the same way

Since every time I see you, you just quotient out
The faithful image that I map into
But when we're one-to-one you'll see what I'm about
'Cause we're a finite simple group of order two

Our equivalence was stable,
A principal love bundle sitting deep inside
But then you drove a wedge between our two-forms
Now everything is so complexified

When we first met, we simply connected
My heart was open but too dense
Our system was already directed
To have a finite limit, in some sense

I'm living in the kernel of a rank-one map
From my domain, its image looks so blue,
'Cause all I see are zeroes, it's a cruel trap
But we're a finite simple group of order two

I'm not the smoothest operator in my class,
But we're a mirror pair, me and you,
So let's apply forgetful functors to the past
And be a finite simple group, a finite simple group,
Let's be a finite simple group of order two
(Oughter : "Why not three ?")

I've proved my proposition now, as you can see,
So let's both be associative and free
And by corollary, this shows you and I to be
Purely inseparable. *Q. E. D.*

5.4.2 La vie en couple...

Parce que le plus dur est toujours à venir (toujours). Et les mathématiciens ne sont pas toujours compris !

1. Quel est le point commun entre l'arithmétique et l'amour ?

Réponse : Ça commence par des Bézout, s'envoie Euler dans Lagrange et finit par des Gauss.

2. Qu'offre un mathématicien à sa fiancée quand il la demande en mariage ? Un anneau polynomial !
3. Un mathématicien à son ami : « Es-tu fidèle ?
   – Oui, à isomorphisme près. »
4. Un médecin, un légiste et un mathématicien discutent des mérites comparés d'une épouse et d'une maîtresse.
   Le légiste : « Il vaut mieux avoir une maîtresse. En cas de divorce, une épouse pose de nombreux problèmes légaux. »
   Le médecin : « Il vaut mieux avoir une épouse, car le sentiment de sécurité réduit le stress, et c'est bon pour la santé. »
   Le mathématicien : « Vous avez tous les deux tort. Le mieux est d'avoir les deux. Quand votre femme vous croit chez votre maîtresse, et votre maîtresse chez votre femme, vous pouvez faire des maths. »
5. Un jeune marié est découragé par l'obsession de sa femme pour les mathématiques. Effrayé à l'idée de passer au second plan après son métier, il la met finalement au pied du mur :
   « Est-ce que tu aimes les mathématiques plus que moi ?
   – Mais bien sûr que non, mon amour, je t'aime bien plus !
   – Alors, prouve-le ! dit-il, heureux mais plutôt sceptique.
   – Ok... répond-elle après quelques secondes de réflexion. Soit $(\{A_i\}_{i\in I}, \leq)$ l'ensemble des choses aimables muni d'une relation d'ordre... »
6. « Le mariage de ce professeur de mathématiques tombe en ruine !
   – Tu m'étonnes ! Il est dans l'informatique... Et elle est incalculable ! »

5.4.3 La séparation...

1. « Ce n'était pas hier, ton premier anniversaire de mariage ? Qu'est-ce que ça fait d'avoir été marié à une mathématicienne pendant toute une année ?
   – Elle vient tout juste de remplir les papiers de divorce...
   – Je ne peux pas le croire ! Vous avez oublié votre jour de mariage ?
   – Non. En fait, alors que je rentrais chez moi, je me suis arrêté devant un fleuriste, et ai acheté un bouquet de roses rouges pour ma femme. Quand je suis arrivé à la maison, je lui ai donné le bouquet et ai dit : je t'aime.
   – D'accord... Et après ?!
   – Eh bien, elle a pris les roses, m'a frappé avec sur le visage, donné un coup de pied à l'aine, puis m'a jeté de l'appartement...
   – Quelle garce !
   – Non, non... Tout est de ma faute... J'aurais dû dire : je t'aime, *toi et seulement toi* ! »
2. « Alors, quoi de neuf avec ton copain, cet étudiant en mathématiques ?
   – Ne me parle plus de ce pervers fou furieux ! On a rompu.

– Comment peux-tu être aussi méchant à son sujet ? Il semblait être si adorable...
– Imagine ! Il était sans répit le jour et ne pouvait pas dormir la nuit, toujours à s'efforcer de résoudre des problèmes de mathématiques. Quand il arrivait finalement à les finir, il n'était pas plus content : il se traitait d'idiot complet de ne pas avoir su résoudre ça plus vite, et jetait tous ses brouillons à la corbeille. Un jour, je ne pouvais plus supporter ça, et je lui ai dit d'arrêter les mathématiques. Tu sais ce qu'il m'a répondu ?
– Non...
– Il m'a dit qu'il trouvait ça jouissif ! ! ! »

3. « Comment ça se passe avec ton copain, ce très bel étudiant en mathématiques ?
– Il n'est plus mon copain. Je l'ai pris en flagrant délit de tromperie.
– Je ne peux pas croire qu'il t'ait trompée !
– Pourtant, il y a quelques nuits je lui ai téléphoné, et il m'a dit qu'il était au lit en train de se débattre avec trois inconnues... »

4. Alors que la femme d'un professeur de mathématiques rentre à la maison après le travail, elle trouve une enveloppe sur la table du salon. Elle l'ouvre et y trouve une lettre (!) de son mari :

   Ma tendre femme,
   Nous sommes mariés depuis presque trente ans, et je t'aime toujours autant depuis le jour où je t'ai demandée en mariage. Tu dois cependant comprendre que tu as maintenant 54 ans, et n'es désormais plus capable de satisfaire quelques besoins que j'ai toujours. J'espère vraiment que tu ne vas pas être blessée en apprenant que, à l'heure où tu lis ceci, je suis dans une chambre d'hôtel avec une jeune élève de 18 ans de ma classe de calcul intégral. Je serai à la maison avant minuit.
   Ton mari, qui jamais ne cessera de t'aimer.

   Lorsque le professeur rentre de l'hôtel, peu avant minuit, il trouve également une enveloppe dans le salon. Il l'ouvre et lit :

   Mon mari chéri,
   Je me permets de te rappeler que toi aussi, tu as 54 ans et n'es plus en mesure de satisfaire certains besoins que j'ai toujours. Par conséquent, j'espère que tu ne vas pas etre blessé en apprenant que, à l'heure où tu lis ceci, je suis dans une chambre d'hôtel avec le beau maître nageur de 18 ans. Ta femme bien-aimée.
   P.S : En tant que mathématicien, tu dois avoir conscience du fait que 18 entre dans 54 bien plus souvent que 54 entre dans 18. Alors, ne reste pas éveillé à m'attendre.

5.5 Philosophie (mathématique) de comptoir

Quelques-unes de ces réflexions sont fortement inspirées de [Apa]. Ce sont des phrases chics, d'une profondeur insondable, à sortir dans les grandes soirées, pour subtilement se faire passer pour un érudit mathématique, quelqu'un qui a du recul, tout ça...

1. Classer les problèmes mathématiques en tant que linéaires et non-linéaires est comme classer les choses de l'Univers en tant que bananes et non-bananes.
2. Le propos de la théorie des catégories est de montrer que ce qui est trivial est trivialement trivial.
3. Le principe du tiers exclu est vrai ou n'est pas vrai.[*]
4. Pour un mathématicien, la vraie vie est un cas particulier.
5. J'ai cru entendre que les droites parallèles se rencontrent tout de même, mais sont très discrètes.
6. Dans les mathématiques modernes, l'algèbre a pris tant d'importance que les nombres se limiteront bientôt à un sens symbolique.
7. On utilise des symboles algébriques quand on ne sait pas de quoi on parle.
8. Il y a un avantage dans les avancées des mathématiques : on peut faire des erreurs avec plus d'exactitude.
9. Pour chaque problème, il existe une preuve d'une ligne... si on commence suffisamment à gauche.
10. Un mathématicien est quelqu'un qui a un don pour les nombres, mais n'a pas la personnalité d'un comptable.
11. Les gens avaient-ils moins froid avant l'invention des nombres négatifs ?
12. Si les définitions de « vrai » et de « faux » étaient échangées, alors cette phrase ne serait pas fausse...
13. Là où le pessimiste voit un intervalle semi-fermé, l'optimiste voit un intervalle semi-ouvert !
14. Doit-on dire « Tous les nombres premiers sont impairs sauf un », ou « Tous les nombres premiers sont impairs sauf deux » ?
15. Si les droites parallèles se coupent à l'infini, il doit y avoir un désordre monstrueux à l'infini, avec toutes ces droites qui se rentrent dedans !
16. Pourquoi, quand le mathématicien Gerbert d'Aurillac est devenu le pape Sylvestre II, ne s'est-il pas plutôt nommé Pie 3.14 ?
17. Le mathématicien Denis Poisson est mort le 25 avril 1840. C'était un samedi. Ce n'était pas le jour de Poisson...
18. Au fond, Gérard Klein n'abusait-il pas un peu de la bouteille ?
19. Les spécialistes des fractales sont-ils nés dans un chou-fleur Romanesco ?

5.6 Comment faire une preuve

Voici des astuces transmises de mathématiciens en mathématiciens pour éviter les foudres des correcteurs trop attentifs :

[*]. Tout le monde est d'accord ? !

Preuve par l'exemple L'auteur démontre le cas $n = 2$ et prétend qu'il contient la plupart des idées de la preuve générale.

Preuve par généralisation « Ça marche pour 17, donc ça marche pour tout nombre réel. »

Preuve par intimidation « Trivial. »

Preuve par épuisement Un ou deux numéros de journal consacrés à la preuve sont utiles.

Preuve par omission « Les deux cent cinquante-trois autres cas sont analogues », « Le lecteur règlera facilement les détails. »

Preuve par le cours « Par théorèmes », « D'après le cours », « Par Lebesgue » (marche avec n'importe quel autre mathématicien)

Preuve par obscurcissement Une suite longue et incohérente d'assertions syntaxiquement proches, toutes vraies et–ou sans signification.

Preuve par calcul « Cette preuve requérant du calcul, nous passons à la suite. »

Preuve par fin de l'exposé « Vu l'heure, je laisserai la preuve de ce théorème en exercice. »

Preuve par fin de l'exposé, deuxième méthode « Donc on n'a pas le temps mais EN GROS ON MAJORE LE RESTE ET PUIS VOILÀ » (écrit vite et mal).

Preuve par flemme En tendant la craie : « Quelqu'un veut venir la faire ? »

Preuve par citation souhaitée L'auteur cite pour fonder ses assertions la négation, la réciproque ou la généralisation d'un théorème de la littérature.

Preuve par financement Comment trois agences gouvernementales différentes pourraient-elles se tromper ?

Preuve par consensus « Tous d'accord ? »

Preuve par démocratie « Que ceux qui sont pour lèvent la main. » À utiliser seulement si la preuve par consensus est impossible.

Preuve par éminence « J'ai vu Stanley dans l'ascenseur et il a dit que c'était vrai. »

Preuve par cosmologie « La négation de l'assertion est absurde ou inimaginable. » Populaire pour prouver que Dieu existe ou que les ordinateurs ne peuvent pas penser.

Preuve par communication personnelle « Tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers [Wiles, communication personnelle]. »

Preuve par référence à un laïus « Au congrès de Genève, Wiles a prouvé que le problème de la factorisation des nombres premiers était polynomial. »

Preuve par référence inaccessible L'auteur cite un corollaire simple d'un théorème démontré dans les *Proceedings* de la Société Philologique d'Islande (1883). Fonctionne encore mieux si l'article cité n'a jamais été traduit de l'islandais.

Preuve par référence fantôme Rien n'ayant un rapport même lointain avec le théorème cité n'apparaît dans la référence donnée. Se combine très bien avec la preuve par référence inaccessible.

Preuve par réference mutuelle Dans la référence A, le théorème 5 suit du théorème 3 de la référence B, prouvé par le corollaire 6.2 de la référence C, qui est une conséquence triviale du théorème 5 de la référence A.

Preuve par référence perdue « Je sais que j'ai vu la preuve quelque part, mais où ? »

Preuve par référence anticipée La référence est habituellement un prochain article de l'auteur, qui souvent se révèle moins prochain que prévu.

Preuve par importance De la proposition en question découle un grand nombre de corollaires utiles.

Preuve par insignifiance « Qui se soucie de ce résultat, de toute façon ? »

Preuve par désintérêt « Quelqu'un tient-il vraiment à voir cette preuve ? »

Preuve par entêtement « Quoi que vous puissiez dire, ce résultat est vrai. »

Preuve par probabilité « Une recherche longue et minutieuse n'a mis à jour aucun contre-exemple. »

Preuve par procrastination « La preuve étant longue et difficile, elle sera donnée dans l'appendice. »

Preuve par évitement La limite de la preuve par procrastination pour T tendant vers l'infini.

Preuve par distraction Permet de rapidement changer un signe au tableau noir après avoir attiré l'attention de l'audience sur ce qui se passe au fond de la salle.

Preuve par définition « Nous définissons ceci comme vrai. »

Preuve par tautologie « Le théorème est vrai car le théorème est vrai. »

Preuve par pavage « Cette preuve est la même que la précédente. »

Preuve par science-fiction Le théorème étant manifestement faux pour les mathématiques actuelles, on construit un nouveau système logique dans lequel il est vrai.

Preuve par métapreuve On donne une méthode pour construire la preuve souhaitée. La justesse de la méthode est prouvée par n'importe laquelle des techniques ici citées.

Preuve par dessin Une forme plus convaincante de la preuve par l'exemple. Se combine bien avec la preuve par omission.

Preuve par graphismes Une animation $3D$ multicolore convaincra n'importe qui que votre algorithme fonctionne. Il vaut la peine d'investir dans une bonne carte graphique.

Preuve par choix de variable intelligent « Soit A le nombre tel que cette preuve marche... »

Preuve par graphe adapté N'importe quelle courbe peut montrer le résultat désiré après transformation convenable des variables et de l'échelle des axes. Preuve très commune dans le travail expérimental.

Preuve par craie invisible « Il n'y a maintenant plus qu'à intégrer sur le contour en bleu foncé. »

Preuve par assertion véhémente Il est utile d'avoir un peu d'autorité sur l'audience ; cette preuve est donc particulièrement efficace dans le cadre d'un cours.

Preuve par répétition alias preuve de Bellman : « Ce que je dis trois fois est vrai. »

Preuve par appel à l'intuition Plusieurs dessins en forme de nuages sont fortement recommandés.

Preuve par brassage d'air Agiter vigoureusement les bras fonctionnera très bien dans le cadre d'un cours, d'un séminaire ou d'un atelier.

Preuve par glissement sémantique Pour simplifier l'énoncé du résultat, on change quelques définitions standard mais un peu lourdes.

Preuve par notation encombrée La plus efficace utilise au moins quatre alphabets, des symboles spéciaux et la dernière version de LaTeX.

Preuve par abstraction Une version de la preuve par intimidation. L'auteur utilise termes et théorèmes de mathématiques avancées, qui ont l'air très impressionnants mais dont le rapport avec le problème traité est plutôt anecdotique. Quelques tours d'algèbre par-ci, quelques groupes de cohomologie par-là et qui pourra dire si vous avez prouvé quoi que ce soit ?

Preuve par réduction au mauvais problème « Pour voir que ce problème de coloration d'un graphe en dimension infinie est décidable, on se ramène au problème de l'arrêt. »

5.7 π contre e : la bagarre !

5.7.1 $\ln(e^{10})$ raisons de préférer e à π

1. e est plus facile à épeler que π.
2. $\pi \simeq 3,14$, alors que $e \simeq 2,718281828459045$
3. Le caractère pour e peut être trouvé sur un clavier, mais pour π certainement pas.
4. Tout le monde se bat pour cette partie de *pie* (ne marche qu'en anglais celle-là !)...
5. $\ln(\pi)$ est un nombre absolument horrible, mais $\ln(e) = 1$.
6. e est utilisé en calcul différentiel et intégral, alors que π est utilisé pour de la géométrie « bon enfant ».
7. e est la voyelle la plus présente dans « Roue de la fortune ».
8. e veut dire « Nombre d'Euler », π ne veut rien dire.
9. On n'a pas à avoir la moindre notion de grec pour savoir utiliser e.
10. On ne peut pas confondre e avec de la bouffe (pareil, en anglais...).

5.7.2 $E(\pi^{E(\pi)}/E(\pi))$ raisons de préférer π à e

1. Il y a aucun challenge à épeler e, au contraire de π.
2. $e \simeq 2.718281828459045$, qui peut facilement être retenu jusqu'à sa milliardième décimale, alors que π nécessite des « astuces » pour être mémorisé *.
3. Le caractère e est tellement minable qu'il peut être trouvé sur n'importe quel clavier. Alors que π est spécial (on doit le chercher dans « Caractères spéciaux » dans les logiciels de traitement de texte.)
4. « pi » est le plus gros morceau de *pie*.
5. e a une définition facile à l'aide des séries infinies. La définition de π en tant que limite d'une série infinie est bien plus complexe.
6. La signification de e est immédiate à comprendre, même si on l'apprend tardivement, dans les cours d'introduction au calcul différentiel et intégral. Mais π, même cinq ou six ans après l'avoir découvert, c'est toujours difficile de savoir ce que c'est vraiment.
7. Les gens confondent souvent le nombre d'Euler e avec la constante d'Euler γ. Il n'y a aucune confusion avec le seul et unique π.
8. e est nommé d'après le e du nom d'une personne, mais π se suffit à lui-même.
9. π est plus court et facile à dire que « nombre d'Euler ».
10. Pour lire π, vous n'avez pas besoin de savoir que le nom d'Euler se prononce en fait « Oiler ».

5.8 10 excuses pour ne pas faire ses devoirs de maths

1. J'ai accidentellement divisé par zéro et mes copies ont pris feu.
2. Je pouvais seulement m'approcher arbitrairement près de ma copie. Je ne pouvais pas l'atteindre.
3. J'avais une preuve, mais il n'y avait pas assez de place pour l'écrire dans la marge.
4. J'étais en train de regarder *The World Series* et m'étais mis en tête de prouver qu'elle convergeait.
5. J'ai une calculatrice à énergie solaire et le ciel était nuageux.
6. J'avais rangé ma copie dans mon sac mais un hyperchien de dimension 4 l'a attrapé et l'a mangé.
7. Je ne pouvais pas trouver si j'étais le carré de -1 ou si j'étais la racine carrée de -1.

*. Par exemple : Que j'aime à faire connaitre ce nombre utile aux sages ! Immortel Archimède, artiste ingénieux, qui de ton jugement peut priser la valeur ? Pour moi ton problème eut de sérieux avantages... Il existe bien plus long, et en plusieurs langues !

8. J'ai pris le temps de casser la croûte avec un beignet et une tasse de café, et j'ai passé le reste de la nuit à savoir lequel plonger dans l'autre.
9. J'aurais juré avoir mis mon devoir dans une bouteille de Klein, mais ce matin je ne pouvais pas la trouver.
10. Anniversaire d'Isaac Newton.

Chapitre 6

Mystification numérique

Dans l'esprit de la première curiosité de ce recueil, il existe des calculs faux où on simplifie des chiffres, qui mènent pourtant à des résultats justes (je pense par exemple à $64/16 = 4/1$, $26/65 = 2/5$, ou $98/49 = 8/4 = 2$). On peut dire des choses intéressantes sur ces calculs ; on montre par exemple qu'en base 4, ces artifices ne marchent que pour $32/13 = 2/1$. Mais ce n'est pas l'objet de ce chapitre. Je présente ici un extrait de [Mag], qui traite de l'erreur « 7 fois 13 égale 28 ».

Il y a au moins deux manières de faire des opérations : juste ou fausse. Mais si une opération est fausse, on peut souvent s'en rendre compte en faisant les calculs « à l'envers » ; par exemple si $7 \times 13 = 28$, alors on doit aussi avoir $13 = 28/7$, et si l'une des deux opérations est fausse, l'autre l'est aussi. La situation suivante est un classique de la mystification numérique : on y « montre » la justesse de ces deux opérations (et d'autres, toutes aussi farfelues). N'hésitez pas à l'exposer à votre professeur de mathématiques : ambiance garantie.

Le chef d'un relais de poste demande à son palefrenier de répartir également 28 chevaux dans un convoi de 7 wagons pour leur visite chez le vétérinaire. Sûr de lui et voulant montrer ses connaissances mathématiques, le chef lui explique que la division est la bonne méthode : il la pose en disant « 7 va une fois dans 8, je mets le 1 au quotient et il reste 1, que je pose sous le 8. J'abaisse le 2 : 21. 7 va 3 fois dans 21 ; il faut donc mettre 13 chevaux dans le wagon. »

$$\boxed{\begin{array}{cc|cc} 2 & 8 & 7 & \\ \cline{3-4} 2 & 1 & 1 & 3 \end{array}}$$

Le palefrenier regarde successivement le troupeau et le convoi. Ayant le sens pratique, il doute du résultat obtenu par son chef. Il ne sait pas faire les divisions mais peut vérifier grâce à une addition : il la pose en disant « 3 plus 3, 6, plus 3, 9, plus 3, 12, plus 3, ..., 21, plus 1, 22, plus 1, 23, plus 1, ..., 28. C'est bon. Le chef avait raison : treize fois sept font bien 28. »

$$\begin{array}{rcc} & 1 & 3 \\ + & 1 & 3 \\ + & 1 & 3 \\ + & 1 & 3 \\ + & 1 & 3 \\ + & 1 & 3 \\ + & 1 & 3 \\ \hline & 2 & 8 \end{array}$$

Pour plus de sûreté, il décide de vérifier directement en faisant la multiplication, et il la pose, en disant « Sept fois trois : 21. Sept fois un : 7. $\boxed{\begin{array}{rcc} & 1 & 3 \\ \times & & 7 \\ \hline & 2 & 1 \\ & & 7 \\ \hline & 2 & 8 \end{array}}$ Ça fait bien 28 (et la preuve par neuf marche, bien sûr !). » Il s'empresse alors de remplir le premier wagon avec 13 chevaux, puis le deuxième. Il ne reste alors que 2 chevaux pour le reste des wagons. Il y avait bien une erreur quelque part !

Heureusement le palefrenier a l'esprit pratique. Il décide de se passer des opérations. Après avoir récupéré les 28 chevaux, il en fait rentrer 1 dans chaque wagon, puis il recommence jusqu'à ce qu'il ne lui reste aucun cheval. Il ne sait pas combien il y en a par wagon mais ça lui est égal... Arrive alors le chef qui veut vérifier si le palefrenier a bien exécuté ses ordres. Hélas pour lui, les portes sont déjà fermées, mais il peut voir le bas des chevaux grâce à une petite grille placée dans la partie inférieure de chaque wagon. Il compte alors le nombre de pattes : il y en a 16 par wagon et il raisonne ainsi : « Chaque cheval a $\boxed{\begin{array}{cc|cc} 1 & 6 & 4 & \\ \cline{3-4} 1 & 2 & 1 & 3 \end{array}}$ 4 pattes et je vois 16 pattes, il y a donc “16 divisé par 4” chevaux par wagon, voyons si cela fait bien 13 : 4 va une fois dans 6, je mets le 1 au quotient et il reste 2 que je pose sous le 6. J'abaisse le 1 : 12. 4 va 3 fois dans 12. Il y a donc bien 13 chevaux par wagon. Le palefrenier a bien exécuté mes ordres, le convoi peut partir. »

Imaginez une situation analogue dans laquelle on peut ainsi se tromper en cascade. Par exemple, le même type de faux calculs « montrent » que $17 \times 6 = 48$.

Chapitre 7

Petites histoires, anecdotes

La première histoire ne concernant pas von Neumann est malheureusement, contrairement à ce que pense l'usage, fausse (elle a été écrite dans *Reader's Digest* en 1958), mais les autres sont a priori authentiques. On ne peut jamais en être sûr, c'est comme la classique histoire autour d'Euler et Diderot (« $\exp(i\pi) + 1 = 0$, donc Dieu existe. Répondez ! ») qui est, pour l'entendement général, vraie, alors qu'il n'en est rien. Pour la beauté de la situation, je préfère penser qu'elles sont vraies ! Elles ne sont pas forcément « drôles », elles sont « intéressantes » (Le mieux pour expliquer ce que je veux dire serait d'utiliser l'anglais : Ce n'est pas *fun*, c'est *funny* (ou bien c'est l'inverse ? Je ne sais plus, pfff...)).

7.1 Les histoires de VON NEUMANN

Selon les sources, ces histoires sont attribuées à von Neumann ou à Hardy [*]. Puisqu'il faut faire un choix, je les attribue à von Neumann, mais sans conviction absolue !

- Von Neumann était réputé pour avoir l'habitude de seulement écrire les réponses finales des devoirs à faire à la maison au tableau (la méthode étant, bien sûr, évidente), quand on lui demandait comment résoudre les problèmes. Un jour, un de ses étudiants essaya d'avoir une aide plus utile en demandant s'il y avait une autre façon de résoudre le problème. Von Neumann regarda dans le vide un petit moment, pensif, pour finalement répondre : « Oui. »
- Le problème suivant peut être résolu de deux manières, la méthode facile et la méthode difficile :
  Deux trains séparés par 200 kilomètres de distance se dirigent l'un vers l'autre ; les deux vont à une vitesse de 50 kilomètres par heure. Une mouche part du même point qu'un des deux trains, et vole d'un train à l'autre en faisant des allers et retours, à une vitesse constante de 75 kilomètres par

[*]. Ce dernier choix semble d'ailleurs très crédible, c'est un personnage haut en couleur dont la présentation dépasserait les ambitions de ce recueil.

heure. Et ce, jusqu'à ce que les trains se rentrent dedans et pulvérisent la mouche. Quelle distance totale la mouche aura-t-elle parcourue ?
La mouche rencontre chaque train une infinité de fois avant d'etre écrasée, et on pourrait donc résoudre le problème via une méthode difficile qui consiste à sommer une série infinie de distances. La méthode facile procède comme suit : puisque les trains sont éloignés de 200 kilomètres et que chaque train se déplace à 50 kilomètres par heure, ils se rencontrent au bout de deux heures. Ce qui signifie que la mouche a volé pendant deux heures. Comme la mouche volait à 75 kilomètres par heure, la mouche a parcouru 150 kilomètres. C'est tout.
Quand le problème fut posé à John von Neumann, il répondit dans l'instant même : « 150 kilomètres.
– C'est étrange, fit remarquer le questionneur, mais presque tout le monde essaye de sommer la série infinie.
– Étrange, comment ça ? demanda von Neumann. C'est ce que j'ai fait ! »

7.2 ... Et les autres.

(Elles sont bien aussi)

Mesure d'un building *Provenant d'un professeur de physique du début du siècle :*

J'ai reçu un coup de fil d'un collègue à propos d'un étudiant. Il estimait qu'il devait lui donner un zéro à une question de physique, alors que l'étudiant réclamait un 20.

Le professeur et l'étudiant se mirent d'accord pour choisir un arbitre impartial et je fus choisi. Je lus la question de l'examen : « Montrez comment il est possible de déterminer la hauteur d'un building à l'aide d'un baromètre. »

L'étudiant avait répondu : « On prend le baromètre en haut du building, on lui attache une corde, on le fait glisser jusqu'au sol, ensuite on le remonte et on calcule la longueur de la corde. La longueur de la corde donne la hauteur du building. »

L'étudiant avait raison vu qu'il avait répondu juste et complètement à la question. D'un autre côté, je ne pouvais pas lui mettre ses points : dans ce cas, il aurait reçu son grade de physique alors qu'il ne m'avait pas montré de connaissances en physique. J'ai proposé de donner une autre chance à l'étudiant en lui donnant six minutes pour répondre à la question avec l'avertissement que pour la réponse il devait utiliser ses connaissances en physique. Après cinq minutes, il n'avait encore rien écrit. Je lui ai demandé s'il voulait abandonner mais il répondit qu'il avait beaucoup de réponses pour ce problème et qu'il cherchait la meilleure d'entre elles.

Je me suis excusé de l'avoir interrompu et lui ai demandé de continuer. Dans la minute qui suivit, il se hâta pour me répondre : « On place le baromètre à la hauteur du toit. On le laisse tomber en calculant son temps de chute avec un chronomètre. Ensuite en utilisant la formule : $x = \frac{g \cdot t^2}{2}$, on trouve la hauteur du building. »

À ce moment, j'ai demandé à mon collègue s'il voulait abandonner. Il me répondit par l'affirmative et donna presque 20 à l'étudiant.

En quittant son bureau, j'ai rappelé l'étudiant car il avait dit qu'il avait plusieurs solutions à ce problème. « Hé bien, dit-il, il y a plusieurs façons de calculer la hauteur d'un building avec un baromètre. Par exemple, on le place dehors lorsqu'il y a du soleil. On calcule la hauteur du baromètre, la longueur de son ombre et la longueur de l'ombre du building. Ensuite, avec un simple calcul de proportions, on trouve la hauteur du building. »

Bien, lui répondis-je, et les autres ? « Il y a une méthode assez basique que vous allez apprécier. On monte les étages avec un baromètre et en même temps on marque la longueur du baromètre sur le mur. En comptant le nombre de traits, on a la hauteur du building en longueurs de baromètre. C'est une méthode très directe. Bien sûr, si vous voulez une méthode plus sophistiquée, vous pouvez prendre le baromètre à une corde, le faire balancer comme un pendule et déterminer la valeur de g au niveau de la rue et au niveau du toit. À partir de la différence de g, la hauteur de building peut être calculée.

De la même façon, on l'attache à une grande corde et en étant sur le toit, on le laisse descendre jusqu'à peu près le niveau de la rue. On le fait balancer comme un pendule et on calcule la hauteur du building à partir de la période de précession. »

Finalement, il conclut : « Il y a encore d'autres façons de résoudre ce problème. Probablement la meilleure est d'aller au sous-sol, frapper à la porte du concierge et lui dire : “ J'ai pour vous un superbe baromètre si vous me dites quelle est la hauteur du building.” »

J'ai ensuite demandé à l'étudiant s'il connaissait la réponse que j'attendais. Il a admis que oui mais qu'il en avait marre du collège et des professeurs qui essayaient de lui apprendre comment il devait penser.

Pour l'anecdote, l'étudiant était Niels Bohr et l'arbitre Rutherford.

Cette histoire très intéressante (SI, ELLE L'EST) a par ailleurs inspiré beaucoup d'autres blagues.

Ernst Eduard Kummer Ernst Eduard Kummer (1810-1893), un algébriste allemand, était plutôt mauvais en arithmétique. Chaque fois qu'il avait l'occasion de faire de l'arithmétique basique en classe, ses étudiants devaient l'aider. Un jour, il devait trouver 7×9. Kummer se dit alors : « Hum... Le produit ne peut pas donner 61, parce que 61 est premier ; ça ne peut pas être 65, parce que 65 est un multiple de 5, 67 est premier, 69 est trop gros... Il ne reste que 63. »

Norbert Wiener Wiener était très étourdi. L'histoire suivante tient de lui : quand ils ont déménagé de Cambridge à Newton, sa femme, sachant qu'il serait inutile pour ce déménagement, l'a envoyé s'occuper au MIT pendant qu'elle s'occupait du déménagement. Elle savait qu'il oublierait qu'ils ont déménagé, et où ils ont déménagé, et elle a donc écrit la nouvelle adresse sur un bout de

papier, qu'elle lui a confié.
Évidemment, ce jour-ci, il eut une idée en plein cours. En cherchant dans sa poche, il trouva un morceau de papier sur lequel il griffonna quelques notes, réfléchit, décida qu'il y avait une erreur dans cette idée, et jeta le papier.
À la fin de la journée, rentrant à la maison (à l'ancienne adresse bien sûr), il réalisa qu'ils avaient déménagé, qu'il n'avait aucune idée de la nouvelle adresse, et que le papier sur lequel elle était écrite avait disparu depuis longtemps. Heureusement il avait quelques ressources : une jeune fille traînait dans la rue et il décida de lui demander où il avait déménagé, en demandant :
« Excusez-moi, peut-être que vous me connaissez. Je suis Norbert Wiener, et ma famille vient tout juste de déménager. Est-ce que vous savez où est notre nouvelle adresse ? » Ce à quoi la jeune fille répondit : « Oui papa, maman savait que tu oublierais. »

Toujours au sujet de Norbert Wiener, une anecdote qui semble énorme, trop énorme :

On raconte qu'un jour, assis à une table de la bibliothèque universitaire, il semblait plongé dans une profonde réflexion. Un étudiant ayant pourtant besoin de lui poser une question s'approche, intimidé, et lui dit : « Pardon, Monsieur Wiener...

– Merci, merci, répondit celui-ci, sortant de sa torpeur, voilà le nom que je cherchais ! »

Lev Loytiansky Cette histoire est attribuée au professeur Lev Loytiansky, cela se passant lors d'un stage dans l'union soviétique, dans les années trente ou quarante. Loytiansky organisait un séminaire sur l'hydrodynamique dans son université. Parmi les participants réguliers figuraient deux hommes en uniforme, à l'évidence des ingénieurs militaires. Ils n'ont jamais parlé des problèmes sur lesquels ils travaillaient. Mais un jour ils ont demandé à Loytiansky de les aider sur un problème de mathématiques. Ils expliquaient que la solution d'une certaine équation oscillait, et demandaient comment changer les coefficients pour la rendre monotone. Loytiansky regarda l'équation et répondit : « Allongez les ailes ! »

Lev Landau Cette anecdote est attribuée à Landau (le physicien russe Lev, pas le mathématicien de Göttingen Edmund). Le groupe de travail de Landau discutait au sujet d'une nouvelle théorie brillante, et un des collègues junior de Landau prétendait qu'il l'avait découverte indépendamment quelques années avant, mais n'a pas pris la peine de la publier.
« Je ne répéterais pas cette revendication si j'étais vous, répondit Landau : il n'y a rien de répréhensible à ne pas trouver une solution à un problème particulier. En revanche, si quelqu'un la trouve et ne la publie pas, il fait preuve d'un mauvais jugement, et d'une incapacité à comprendre ce qui est important dans la physique contemporaine. » [*]

∗. Il l'a bien défoncé...

Richard Bellman (d'après Knuth) Le livre *Dynamic Programming* de Richard Bellman est un ouvrage pionnier important, dans lequel des problèmes sont regroupés en fins de chapitre sous le titre *Exercises and Research Problems*, dans lesquels des questions triviales se mêlent à des problèmes profonds, voire insolubles. On laisse dire qu'un jour, on a demandé à Bellman comment différencier les exercices des problèmes de recherche, ce à quoi il a répondu :
« Si vous arrivez à résoudre la question, c'est un exercice ; sinon, c'est un problème de recherche. »

Russell est le pape Bertrand Russel déclara qu'une fois admis le postulat « $2 + 2 = 5$ », il pourrait démontrer n'importe quoi. (Ce qui est vrai d'ailleurs, vu que $P \Rightarrow Q$ est toujours vraie dans le cas où P est fausse.) Aussi, un jour, un étudiant lui demanda :
« Prétendez-vous que de $2 + 2 = 5$, il s'ensuit que vous êtes le pape ? » Bertrand Russel réfléchit un instant, puis répondit :
« Supposons que $2 + 2 = 5$. Soustrayons 2 de chaque membre de l'identité. Nous obtenons $2 = 3$. Par symétrie, $3 = 2$. Soustrayant 1 de chaque côté, il vient : $2 = 1$. Maintenant, le pape et moi sommes deux. Puisque $2 = 1$, le pape et moi sommes un. Par suite, je suis le pape. »

7.3 L'histoire de 2 + 2 = 5

Cette histoire est de Houston Euler (traduite et adaptée par Denis Feldmann)

> *Par-dessus tout, c'était un logicien. Au moins trente-cinq années de son demi-siècle d'existence avaient été exclusivement dévouées à démontrer que deux et deux font toujours quatre, sauf dans certaines situations exceptionnelles, où ils font trois ou cinq suivant le cas.*

Jacques Futrelle, *Le Problème de la cellule 13.*

La plupart des mathématiciens sont habitués – ou du moins ont vu dans la littérature des références – à l'équation $2 + 2 = 4$. Cependant, l'équation $2 + 2 = 5$, moins connue, a elle aussi une riche et complexe histoire derrière elle. Comme toute autre quantité complexe, cette histoire a une partie réelle et une partie imaginaire ; c'est de cette dernière que nous nous occuperons exclusivement ici.

De nombreuses cultures, dans les premières étapes de leur développement mathématique, découvrirent l'équation $2 + 2 = 5$. Par exemple, la tribu des Bolbs, descendante des Incas d'Amérique du Sud, comptait en marquant des nœuds sur des cordes. Ils comprirent vite que lorsque une corde à deux nœuds est jointe à une autre corde à deux nœuds, il en résulte une corde à cinq nœuds.

De récentes découvertes indiquent que les Pythagoriciens avaient découvert une preuve de ce que $2 + 2 = 5$, mais que cette preuve ne fut jamais mise par écrit. Contrairement à ce qu'on pourrait penser, la non apparition de la preuve ne fut pas causée par une dissimulation analogue à celle tentée pour la découverte de l'irrationalité de racine de 2. En fait, ils ne purent tout simplement pas payer les services de scribes. Ils avaient perdu leurs subventions, à la suite des protestations d'un groupe d'activistes défenseurs des droits des bœufs, qui n'approuvaient pas la façon dont la Fraternité célébrait la découverte de théorèmes [*]. Il en résulta que l'équation $2 + 2 = 4$ fut la seule utilisée dans les *Éléments* d'Euclide, et l'on n'entendit plus parler de $2 + 2 = 5$ durant plusieurs siècles.

Vers l'an 1200, Léonard de Pise (Fibonacci) découvrit que quelques semaines après avoir mis deux lapins mâles plus deux lapins femelles dans la même cage, il se retrouvait avec considérablement plus de quatre lapins. Craignant qu'une contradiction trop importante avec la valeur 4 donnée par Euclide soit accueillie avec hostilité, Léonard annonça prudemment que « $2 + 2$ semble plus proche de 5 que de 4. » Même cet exposé raisonnable de ses résultats fut sévèrement critiqué, et faillit mener Léonard à une condamnation pour hérésie, ses justifications maladroites à l'aide de l'équation $1 = 3$ n'ayant pas convaincu Rome. Soit dit en passant, il persista dans son habitude de sous-estimer le nombre des lapins ; son célèbre modèle de populations fait apparaître deux nouveaux lapereaux à chaque naissance, une sous-estimation grossière s'il en fut jamais une.

Quelque quatre cents ans plus tard, la piste fut à nouveau reprise, cette fois par les mathématiciens français. Descartes annonça : « Je pense que $2 + 2 = 5$; par conséquent cela est. » Cependant, d'autres objectèrent que son argument n'était pas complètement rigoureux. Il semble que Fermat ait eu une preuve plus solide qui devait apparaître dans l'un de ses livres, mais cette preuve, et d'autres résultats, furent supprimés par l'éditeur pour que le livre puisse être imprimé avec des marges plus larges.

Entre l'absence d'une démonstration définitive de $2 + 2 = 5$, et l'excitation créée par le développement du calcul infinitésimal, les mathématiciens, vers 1700, s'étaient à nouveau désintéressés de l'équation. En fait, la seule référence connue du XVIIe siècle à $2 + 2 = 5$ est due à l'évêque Berkeley qui, la découvrant dans un vieux manuscrit, eut ce commentaire ironique : « Bon, à présent je sais où toutes ces quantités évanescentes sont parties : à droite de l'équation. »

Mais au début du XIXe siècle, la valeur exacte de $2 + 2$ recommença à prendre une grande importance. Riemann développa une arithmétique dans laquelle $2 + 2 = 5$, parallèle à l'arithmétique euclidienne où $2 + 2 = 4$. De plus, durant cette période, Gauss construisit une arithmétique où $2 + 2 = 3$, mais, craignant de n'être pas compris par les béotiens, il ne la publia pas, et découragea Bolyai de s'engager sur une voie analogue. Naturellement, il en

∗. Je ne me suis pas permis de modifier le fond original, et je ne veux pas faire le rabat-joie, mais on remarquera qu'on ne tient pas compte du fait que les pythagoriciens devaient être végétariens, lire par exemple [Ovi] livre XV... Mais cette modification historique est au nom de l'humour.

résulta des décennies de grande incertitude concernant la véritable valeur de 2 + 2. En raison des opinions changeantes à ce sujet, la preuve de Kempe, en 1880, du théorème des quatre couleurs, fut réputée, onze ans plus tard, être en fait une preuve du théorème des cinq couleurs. Dedekind entra dans ce débat avec un article intitulé *Was ist und was sollen 2 + 2 ?*

Frege pensa avoir réglé la question alors qu'il préparait une version abrégée de son *Begriffsschrift*. Ce résumé, intitulé *Die Kleine Begriffsschrift* (le petit *Schrift*), contenait ce qu'il pensait être une preuve définitive de $2 + 2 = 5$. Mais alors qu'il était sous presse, Frege reçut une lettre de Bertrand Russell, lui rappelant que dans *Grundbeefen der Mathematik*, Frege avait lui-même démontré que $2 + 2 = 4$. Cette contradiction découragea tant Frege qu'il abandonna complètement les mathématiques pour se consacrer à l'administration universitaire.

Face à cette profonde (et troublante) question fondamentale concernant la valeur exacte de 2 + 2, les mathématiciens suivirent la voie la plus naturelle : ils choisirent prudemment d'éviter les paradoxes ainsi créés, et se cantonnèrent au champ des mathématiques « orthodoxes », où $2 + 2 = 4$. Durant le XX^e siècle, il n'y eut pour ainsi dire aucune tentative de développement de l'équation rivale. Des rumeurs prétendaient que Bourbaki aurait prévu de consacrer un volume à $2 + 2 = 5$ (dont les quarante premières pages seraient occupées par l'expression symbolique du nombre cinq), mais elles n'ont jamais été confirmées. Récemment, cependant, on a entendu parler de preuves assistées par ordinateur de ce que $2 + 2 = 5$, utilisant souvent les ordinateurs de sociétés boursières. Peut-être le XXI^e siècle verra-t-il une nouvelle renaissance de cette équation historique.

7.4 La preuve ultime du Dernier Théorème de Fermat

Il y a de longues années que sévit sur sci.math un « fermatiste » obstiné, James Harris, qui produit littéralement quotidiennement des démonstrations du Grand Théorème de Fermat (et parfois d'autres merveilles, comme, récemment, une méthode de calcul rapide de nombres premiers), alternant cris de victoires (et injures pour les mathématiciens orthodoxes incapables de reconnaître son génie) et messages provisoirement plus sobres, du type « Je reconnais que ma démonstration précédente était erronée, mais je l'ai réparée, et cette fois, je suis sûr de mon coup. » C'est dans ce contexte survolté que Jim Ferry publia, en 1998, le texte qui suit (adapté et traduit par Denis Feldmann).

Vous qui avez travaillé sur le Grand Théorème de Fermat, vous pouvez mettre fin à vos efforts. J'ai construit une démonstration dont la simplicité ne peut être surpassée.

Théorème 14 *(Dernier Théorème de Fermat) Pour tout entier $n > 2$, il n'existe pas d'entiers non nuls x, y et z tels que $x^n + y^n = z^n$.*

DEMONSTRATION :

□

Oui, vous avez bien lu ! Ma démonstration est... la démonstration vide ! Cette démonstration a de nombreux avantages, quand on la compare à celles produites par d'autres auteurs :

1. Quand on prend la mesure du sens de l'humour de Fermat, on se rend compte que ceci est la preuve à laquelle il pensait. La marge trop étroite ? Ha ! La démonstration figurait dans la marge depuis le début, mais les mathématiciens, incapables de se libérer de leur vision étriquée de ce qui constitue une preuve, furent simplement incapables de la voir. (On m'a fait remarquer qu'un certain Dupin aurait construit une démonstration similaire (l'anecdote est rapportée par E.A. Poe dans *La Lettre Volée*), mais bien entendu, l'analogie entre les deux démonstrations ne saurait être que superficielle, celle de Dupin ne concernant la théorie des nombres que dans ses rapports à la cryptographie.)
2. Elle est brève.
3. C'est (et ce sera) ma seule et unique version.
4. Il n'y a aucune lacune de raisonnement, aucun saut injustifié entre les étapes.
5. Il n'y a aucune définition inusitée ou non mathématique ; aucune tentative de reformuler l'énoncé.

Naturellement, des mathématiciens envieux ont tenté de critiquer ma démonstration. Mais aucun de leurs contre-arguments ne tient la route :

a) « Ce n'est pas une preuve. C'est tout simplement idiot. »

Ce n'est pas un contre-argument. C'est seulement une fanfaronnade. Jusqu'à ce que quelqu'un produise un contre-exemple, ou précise le point exact où ma preuve est insuffisante, je considèrerai ma démonstration comme valide. Vos attitudes émotionnelles ne peuvent pas servir de substitut à la logique.

b) « Hmm, en quoi cela est-il une démonstration du Théorème de Fermat plutôt que, mettons, de n'importe quel autre théorème ? Pourquoi ne pas affirmer que vous avez démontré l'hypothèse de Riemann ? »

Qu'est-ce qui fait de n'importe quelle preuve une preuve de ce qu'elle prouve plutôt qu'une preuve d'autre chose ? Le fait qu'elle le prouve. Qu'est-ce qu'il vous faut de plus ?

c) « Ridicule. C'est même difficile de la commenter. Une démonstration doit prouver quelque chose. Une démonstration est une série d'assertions qui amènent à un résultat. Les démonstrations ont forcément un contenu sémantique. Même les démonstrations les plus insensées ont au moins un contenu syntaxique. Votre “démonstration” n’est pas plus une preuve du Grand Théorème de Fermat que ne l’est une boîte de sardines (qui, soit dit en passant, a au moins un contenu). »

Une boîte de sardines ? Encore des arguments hystériques. Encore un mathématicien qui prétend que vous trichez si vous ne respectez pas ses règles. Avez-vous produit un contre-exemple ? Avez-vous trouvé un endroit précis de ma preuve qui soit erroné ? Alors fermez-la.

Il est déjà pénible de constater que la communauté mathématique, repliée sur elle-même, refuse de reconnaître ma gloire. Mais qu’elle ajoute à cela le mépris et les insultes... Oh, je ne devrais pas me montrer surpris. Toujours la même vieille histoire : la noblesse et l’intelligence pourchassée par la meute vicieuse des ignorants. Soupir...

Chapitre 8

Paradoxes

> *Le paradoxe est le moyen le plus tranchant et le plus efficace de transmettre la vérité aux endormis et aux distraits.*

Miguel de Unamuno, *Essais*.

La plupart des paradoxes ici présents sont directement issus de Wikipedia *.

8.1 Les paradoxes de Zénon

8.1.1 Le paradoxe d'Achille et de la tortue

Dans le paradoxe d'Achille et de la tortue, formulé par Zénon * d'Élée, il est dit qu'un jour le héros grec Achille a disputé une course à pied avec le lent reptile. Comme Achille était réputé être un coureur très rapide, il avait accordé gracieusement à la tortue une avance de cent mètres.

Énoncé : Zénon d'Élée affirme alors que le rapide Achille n'a jamais pu rattraper la tortue.

Paradoxe 1 *« En effet, supposons pour simplifier le raisonnement que chaque concurrent court à vitesse constante, l'un très rapidement, et l'autre très lentement ; au bout d'un certain temps, Achille aura comblé ses cent mètres de retard et atteint le point de départ de la tortue ; mais pendant ce temps, la tortue aura parcouru une certaine distance, certes beaucoup plus courte, mais non nulle, disons un mètre. Cela demandera alors à Achille un temps supplémentaire pour parcourir cette distance, pendant lequel la tortue avancera encore plus loin ; et puis une autre durée avant d'atteindre ce troisième point, alors que la tortue aura encore progressé. Ainsi, toutes les fois qu'Achille atteint l'endroit où la tortue se trouvait, elle se retrouve encore plus loin. Par conséquent, le rapide Achille n'a jamais pu et ne pourra jamais rattraper la tortue. »*

*. Encyclopédie libre en ligne, consultable sur `http://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil`.
*. Zénon, oui, comme dans « zénophobie » (la peur des séries convergentes).

Le raisonnement de Zénon paraît impeccable et irréfutable ; pourtant, nous savons tous que c'est Achille qui a gagné la fameuse course !

La solution ! En analyse moderne, le paradoxe est résolu en utilisant fondamentalement le fait qu'une série infinie de nombres strictement positifs peut converger vers un résultat fini.

En l'occurrence, ce paradoxe fonctionne en découpant un événement d'une durée finie (Achille rattrape la tortue) en une infinité d'événements de plus en plus brefs (Achille fait 99 pourcent de la distance manquante). Ensuite, l'erreur mathématique introduite dans le paradoxe consiste à affirmer que la somme de cette infinité d'événements de plus en plus brefs tend vers l'infini, c'est-à-dire qu'Achille n'arrive jamais (temps infini) à rattraper la tortue.

Numériquement, chaque étape est cent fois plus brève que la précédente. Si l'on considère que la première étape a pris 10 secondes, alors la suivante a pris 0,1 seconde et on obtient la série suivante : $10 + 0,1 + 0,001 + 0,00001 \ldots = 10,10101 \ldots$ secondes. Ce paradoxe montre donc simplement qu'Achille ne peut pas rejoindre la tortue en moins de 10,100 secondes. Mathématiquement, on peut écrire la somme sous cette forme :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{10}{100^n} = 10 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{100}} = 10 \cdot \frac{100}{99} \simeq 10,10101.$$

On notera aussi qu'à travers ce paradoxe, existe une volonté de montrer que l'infiniment petit n'existe pas. Pensée également partagée par Démocrite, l'inventeur de la notion d'atome. La physique quantique va elle aussi dans ce sens en admettant l'existence d'une unité de temps et d'une unité de taille toutes deux indivisibles (approximativement 10^{-44} secondes et 10^{-33} mètres).

8.1.2 Le paradoxe de la pierre lancée sur un arbre

Le paradoxe suivant, celui de la pierre lancée vers un arbre, est une variante du précédent.

Paradoxe 2 *Zénon se tient à huit mètres d'un arbre, tenant une pierre. Il lance sa pierre dans la direction de l'arbre. Avant que le caillou puisse atteindre l'arbre, il doit traverser la première moitié des huit mètres. Il faut un certain temps, non nul, à cette pierre pour se déplacer sur cette distance. Ensuite, il lui reste encore quatre mètres à parcourir, dont elle accomplit d'abord la moitié, deux mètres, ce qui lui prend un certain temps. Puis la pierre avance d'un mètre de plus, progresse après d'un demi-mètre et encore d'un quart, et ainsi de suite ad infinitum et à chaque fois avec un temps non nul. Zénon en conclut que la pierre ne pourra frapper l'arbre qu'au bout d'un temps infini, c'est-à-dire jamais.*

Quand on sait, de nos jours, que :

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2,$$

ce paradoxe ne fait plus vraiment peur...

8.1.3 Le paradoxe de la flèche

Celui-là c'est mon préféré !

Paradoxe 3 *Nous imaginons une flèche en vol. À chaque instant, la flèche se trouve à une position précise. Si l'instant est trop court, alors la flèche n'a pas le temps de se déplacer et reste au repos pendant cet instant. Maintenant, pendant les instants suivants, elle va rester immobile pour la même raison. La flèche est toujours immobile et ne peut pas se déplacer : le mouvement est impossible.*

La solution ! Ce paradoxe est résolu mathématiquement comme suit : étant donné que la vitesse de la flèche n'est pas nulle, la limite du taux de variation en un instant n'est pas nulle et donc le taux de variation entre deux instants très courts ne sera pas nul. Autrement dit, même si l'instant est très court, la flèche parcourra une certaine distance.

Il existe aussi une solution physique à ce paradoxe : après tout, suivant le même raisonnement, un objet initialement au repos ne pourrait jamais démarrer, puisque immobile ! En réalité, la capacité d'un objet à se déplacer à un instant t n'est pas liée au fait qu'il soit mobile ou non à cet instant t, mais à son énergie cinétique à cet instant. Un objet « immobile », mais doté d'une certaine énergie cinétique, se déplacera à l'instant suivant. Maintenant, comme, en translation, l'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse, les solutions physique et mathématique ne sont pas si éloignées l'une de l'autre qu'il pourrait le paraître au premier regard...

Par ailleurs, dans la formulation du paradoxe ci-dessus, il y a confusion entre instant et moment. Certes à un instant donné, la flèche est immobile, mais un moment n'est jamais trop court pour qu'une flèche ait le temps de se déplacer ! Si la flèche peut être considérée comme « immobile » à un instant donné, par contre, entre deux instants successifs, séparés par un moment même infinitésimal, elle se déplace.

Enfin, si on va au fond des choses, même à un instant donné, la flèche n'est pas vraiment « immobile » : n'importe quel photographe sait qu'un objet en mouvement apparaît sur une photo avec un certain flou dans la direction du mouvement, ce qui le distingue des objets véritablement immobiles. De même, la mécanique quantique nous dit qu'un objet en mouvement présente une certaine incertitude sur sa position (certes, cette incertitude est infinitésimale pour un objet d'une taille aussi grande et une vitesse aussi faible que celles d'une flèche, mais elle n'en existe pas moins), ce qui le distingue radicalement d'un objet au repos, et permet la poursuite du mouvement.

Au sujet de Zénon Il serait naïf de croire que Zénon contestait qu'une flèche puisse frapper un arbre. Les paradoxes qu'il utilisait avaient bien entendu pour but de mettre en lumière des zones sombres dans le processus de certains types de raisonnement faisant intervenir l'infini. Il ne remettait pas en cause le fond, mais l'outil qui nous sert à penser le monde, c'est-à-dire dire notre cerveau. La difficulté principale mise en évidence par ses paradoxes vient du fait que le temps et le mouvement sont des notions par essence continues, qui ne se laissent pas appréhender de façon adéquate par le truchement d'un séquencement. Découper le temps sans précaution, comme on découpe un gâteau, mène à des absurdités. L'esprit a du mal à raisonner sur le temps, l'écoulement, la continuité, le mouvement ou l'infini. Nos intuitions sur ces sujets sont souvent fautives. Cela vient de ce qu'à la base, le cerveau humain fonctionne par associations d'idées, non par déductions logiques. Ainsi, nous ne sommes pas naturellement rationnels, et nous avons une conception préconçue du continu par exemple, qui vient interférer avec tout raisonnement à ce sujet. En conclusion, nous devons nous montrer particulièrement prudents quand nous nous mêlons de manipuler de telles notions.

8.2 Le paradoxe des anniversaires

On parle ici de paradoxe parce qu'il contredit l'intuition. Il est bien pratique pour gagner des paris. Par exemple tu paries de l'argent avec ton voisin, dans une réunion de 50 personnes, que deux personnes sont nées le même jour, et tu es presque sûr de gagner !
Le paradoxe des anniversaires, dû à Richard von Mises, est, à l'origine, une estimation probabiliste du nombre de personnes que l'on doit réunir pour avoir une chance sur deux que deux personnes de ce groupe aient leur anniversaire le même jour.

Paradoxe 4 *Il se trouve que ce nombre est 23, ce qui choque un peu l'intuition. À partir d'un groupe de 57 personnes, la probabilité est supérieure à 99 pourcent !*

Les gens pensent en général à la probabilité que 2 personnes soient nées un même jour donné, probabilité qui est en effet très faible.

PREUVE : Le plus simple pour obtenir le résultat annoncé est de calculer la probabilité $\overline{p}$ que chaque personne ait un jour anniversaire différent de celui des autres. On va procéder par dénombrement, c'est-à-dire, que nous allons compter le nombre de cas où n personnes ont des jours d'anniversaires différents et nous diviserons par le nombre de possibilités. Il y a n personnes, pour chacune il y a 365 jours possibles, donc au total si on ne se fixe aucune contrainte, il y a 365^n possibilités. Si maintenant on veut des jours différents, nous obtenons un arrangement de n parmi 365, soit :
$A_{365}^n = (365-0)(365-1)\ldots(365-n+1) = \frac{365!}{(365-n)!}$. On a donc

$$\overline{p}(n) = \frac{365!}{(365-n)!} \cdot \frac{1}{365^n},$$

Où $\overline{p}(n)$ est la probabilité de l'évènement « Un jour anniversaire différent par personne » qui est le complémentaire de « Au moins deux jours d'anniversaires identiques ». Par conséquent la probabilité recherchée est $p(n) = 1 - \overline{p}(n) \sim 1 - exp(-\frac{n^2}{730})$ lorsque $n \longrightarrow +\infty$. On peut alors faire l'application numérique :

n	$p(n)$
10	0,12
20	0,41
30	0,70
50	0,97
100	0,9999996
366	1

8.3 L'interrogation surprise

Le paradoxe de l'interrogation surprise a été relevé par le professeur de mathématiques Lennart Ekbom. Il fut publié en 1948 dans *Mind*.

Énoncé : Un professeur annonce à ses élèves : « Il y aura une interrogation surprise la semaine prochaine. » Précisons les termes. Il faut comprendre trois choses :

1. Une interrogation aura lieu durant un « cours » soit le lundi, soit le mardi, soit le mercredi, soit le jeudi, soit le vendredi.
2. Juste avant le début de l'interrogation, l'élève ne pourra avoir la certitude que l'interrogation va avoir lieu.
3. Une unique interrogation aura lieu.

Paradoxe 5 *Un élève futé fait le raisonnement suivant : Si jeudi soir, l'interrogation n'a pas eu lieu, alors je serai certain qu'elle est pour vendredi. Ce ne sera donc plus une surprise. L'interrogation ne peut donc avoir lieu vendredi parce c'est le dernier jour possible. Mais puisque l'interrogation ne peut avoir lieu le dernier jour, l'avant-dernier jour devient de facto, le dernier jour possible. Ainsi, par récurrence, on en déduit que l'interrogation ne peut avoir lieu.*

Essayons de formaliser le problème. L'énoncé peut être (partiellement) interprété ainsi : « $\exists i\ : P(i) \wedge \neg(\forall j < i\ : \neg P(j)) \Rightarrow P(i)$ » où i et $j \in [\![1, 5]\!]$ sont des jours de la semaine et $P(i)$ le prédicat : « Il y a une interrogation le jour i » ($\neg$ est la négation et $\wedge$ la conjonction). Or, en utilisant l'équivalence entre $\neg(a \Rightarrow b)$ et $(a \wedge \neg b)$, on voit immédiatement la contradiction :
$\exists i\ : P(i) \wedge \neg P(i) \wedge \ldots$

La solution... ? Apparemment, il ne s'agit que d'un propos fallacieux de même nature que les paradoxes sorites.

Cependant, l'élève peut pousser plus loin le raisonnement. De la première conclusion, il doit déduire que le professeur a obligatoirement menti. Mais en quoi a-t-il menti ? Si le vendredi soir, l'examen a bien eu lieu, alors le mensonge est dans l'effet de surprise uniquement. Mais puisque le professeur est un menteur, il se peut qu'il n'y ait pas du tout d'examen. Le raisonnement initial n'est donc plus valable ; l'interrogation constituera bien une surprise même si elle survient le vendredi. Finalement, le professeur ne mentira pas si et seulement s'il est pris pour un menteur. On retrouve donc le paradoxe du menteur.

Ce paradoxe est en réalité inhérent au mot surprise et à la notion d'aléatoire.

Si Lennart dit à Marie : « Je vais te faire une surprise. » alors Marie doit s'attendre à une surprise. La surprise sera alors conforme à son attente ; donc non surprenante. Lennart ne peut plus surprendre Marie que par l'absence de surprise ; c'est-à-dire, en se démentant par le non-faire. En se démentant, il surprend ; donc ne se dément pas.

En définitive, annoncer la surprise, c'est ôter l'effet de surprise.

Une solution ! En réalité, si la logique mathématique donne raison à l'élève, le sens commun se rangera du côté du professeur. Mais où se situe l'erreur de l'élève ? Comme l'a fait remarquer Thomas O'Beirne en 1965, elle se trouve dans le postulat implicite initial que « Le professeur ne pouvait mentir. » Il faut donc considérer que la surprise est due non seulement à la date de l'interrogation, mais aussi à la non-sincérité du professeur. La sincérité du professeur ne repose que sur la possibilité du mensonge. Si la première interprétation était au premier degré, et cette interprétation est au second degré. Elle ne fait que déplacer le paradoxe. On retrouve la première interprétation en ajoutant un (méta-)axiome : *Le professeur dit vrai.*

En d'autres termes, les premiers axiomes sont vrais.

Encore une solution ! « Annoncer la surprise, c'est ôter l'effet de surprise » est la conclusion abérrante d'un raisonnement basé sur une interprétation vicieuse (voire erronée) du mot surprise. Mais alors, quel sens faut-il donner à un « événement surprise », lorsqu'il est annoncé ?

Qu'il s'agisse d'« avoir une interrogation surprise » ou de « recevoir un cadeau surprise », il faut bien comprendre que la surprise ne peut pas être causée par la survenue de l'évènement, mais réside dans le fait que cet évènement n'est pas totalement défini : la date de l'interrogation surprise ; la nature du cadeau. On doit donc envisager de multiples évènements (mutuellement exclusifs) dont l'un seulement arrivera (en l'occurrence : « avoir une interrogation surprise lundi », ... et « recevoir un jouet », « recevoir de l'argent », ...). Il faut également considérer que la surprise est synonyme d'imprévu, aussi minime soit-il. Ainsi la survenue d'un évènement incertain, mais aussi la non-survenue d'un évènement envisageable, constitueront des surprises.

Avec cette nouvelle interprétation, il est facile de démonter le raisonnement de l'élève à sa base : au jeudi soir, l'interrogation ne constituera certes pas une surprise ; mais la surprise aura déjà eu lieu répartie sur le lundi, le mardi, le mercredi et le jeudi (et donc le professeur aura tenu parole). En réalité, la surprise survient au moins le lundi et peut se reproduire chaque jour jusqu'au jeudi au plus tard.

La formule « interrogation surprise » est raccourci de « interrogation à une date surprise » et constitue une forme d'abus de langage, qui tend à faire croire que la surprise n'a lieu que le jour de l'interrogation.

En conclusion, l'erreur est donc de considérer une surprise comme un unique évènement ; c'est une vision *a posteriori*. Une situation de surprise est constituée d'au moins deux évènements incertains (une alternative).

8.4 La vie sur Ganymède

Si l'on prend au pied de la lettre une définition ancienne de la probabilité comme rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas possibles, on arrive à des résultats curieux.

Ainsi y a-t-il des hommes sur le satellite (de Jupiter) Ganymède ? Si nous prenons la définition de la probabilité sans précaution, nous pourrions être tentés de supposer qu'il y a une chance sur deux ! En ce cas, la probabilité qu'il n'y ait autour de Ganymède ni hommes, ni chats, ni chiens, ni poules, ni cafards, ni vers de terre, ni poissons, ni oiseaux peut être rendue aussi proche de 0 qu'on le veut $(1/2)^N$, N étant le nombre d'espèces considérées. Il va de soi qu'on ne peut pas prendre le problème de cette façon. Nombre de formules se targuant de démontrer qu'il existe quasi-certainement de la vie ailleurs que sur Terre ont cependant ce type d'approche.

8.5 2 = 1, ou 1/0

2 = 1 C'est une preuve qui fait beaucoup rêver la jeunesse. Soient a et b deux réels, qu'on va supposer non nuls tant qu'à faire, tels que $a = b$. Alors, en multipliant par b de chaque côté : $a \cdot b = b^2$. Soit donc, en soustrayant a^2 de chaque côté : $a \cdot b - a^2 = b^2 - a^2$, ce qu'on va s'empresser de factoriser pour avoir : $a \cdot (b - a) = (b - a) \cdot (b + a)$. On simplifie, car on doit toujours simplifier quand c'est possible (bon tu vas me dire que $a = b$ est assez simple comme ça), et on obtient $a = a + b$. Comme $a = b$, on conclut : $a = 2a$, soit donc $1 = 2$.
C'est un classique que je n'ai pas à expliquer !

Autre preuve que $2 = 1$: Soit x un entier. Par définition de la fonction carrée, $x^2 = x + \cdots + x$ (x termes).
En dérivant par rapport à x : $2x = 1 + \cdots + 1$ (x termes), d'où en simplifiant par x : $2 = 1$.
L'erreur échappe beaucoup plus souvent aux gens ici. Elle provient du fait que la première égalité est valable seulement pour des points isolés (les entiers positifs), alors que la dérivation est une opération qui fait appel aux variations de la fonction, c'est-à-dire à ce qui se passe « autour du point » (ce qui est clair quand on écrit $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$).
Cela aurait échappé à personne si j'avais effectué le même raisonnement avec $\sin(x) = \cos(x) - 1$ pour tout x multiple de 2π pour affirmer ensuite que :
$\cos(x) = -\sin(x)$, ce qui est faux même pour les x multiples de 2π.

J'ai tout de même rencontré une objection au sujet de mon explication ; même si l'objection reçue, qui consistait à montrer qu'on avait en fait l'égalité de la première ligne pour tout réel et pas seulement en des points ponctuels, ne m'a pas vraiment convaincu, je peux faire remarquer que de toute manière, la formule de dérivation classique $(f+g)' = f' + g'$ ne s'applique plus quand le nombre de termes de la somme varie avec la variable x ; cet exemple peut même servir à le prouver, au lieu d'être un paradoxe insoluble !

3 = 0 Encore plus litigeux : considérons l'équation $x^2+x+1=0$. Ses solutions sont également celles (à l'exception de zéro) de

$$x(x^2+x+1)=0 \Leftrightarrow x^3+x^2+x=0 \Leftrightarrow x^3=-x^2-x.$$

Or d'après l'équation initiale :

$$x^2+x+1=0 \Leftrightarrow x^2=-x-1.$$

Donc $x^3 = -(-x-1)-x = 1$. La seule racine réelle possible est 1, et en remplaçant x par 1 dans l'équation initiale, on obtient l'égalité $3=0$ (Ici, la feinte est une grosse erreur de logique, puisque les équations $x^3=1$ et $x^2+x+1=0$ ne sont pas équivalentes).

1= -1 Considérons l'égalité $-1=-1$, qui peut s'écrire sous forme de quotients : $\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$. Or $-1 = i^2$, d'où $\frac{1}{i^2} = \frac{i^2}{1}$. On prend la racine carrée des deux côtés, ce qui donne :

$$\sqrt{\frac{1}{i^2}} = \sqrt{\frac{i^2}{1}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{i^2}} = \frac{\sqrt{i^2}}{\sqrt{1}} \Leftrightarrow \frac{1}{i} = \frac{i}{1}.$$

En multipliant par i de part et d'autre, on obtient $1 = i^2$. Et puisque $i^2 = -1$, nous avons alors : $1=-1$. Expliquer l'erreur proprement reviendrait à discuter du sens de $\sqrt{i}$ (on peut y donner un sens !), et on se doute bien que manipuler la racine carrée innocemment, comme pour des nombres réels positifs, ne reste pas impuni.

2/3 = 0 Considérons l'intégrale $\int_{-1}^{1} t^2 \mathrm{d}t$. Par intégration en tant que monôme du second degré : $\int_{-1}^{1} t^2 \mathrm{d}t = \left[\frac{t^3}{3}\right]_{-1}^{1} = \frac{2}{3}$. Effectuons le changement de variable de classe $\mathcal{C}^1$ $u = t^2 \Leftrightarrow \mathrm{d}u = 2t\mathrm{d}t$. Ainsi :

$$t = -1 \Rightarrow u = 1, t = 1 \Rightarrow u = 1\ .$$

D'où :

$$\int_{-1}^{1} t^2 \mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int_{1}^{1} \sqrt{u}\mathrm{d}u = 0.$$

Des deux calculs de l'intégrale on déduit : $\frac{2}{3} = 0$. Ceci est la preuve de l'importance des difféomorphismes C^1 dans les changements de variables.

4 = 3 Supposons $a + b = c$. Ceci peut aussi s'écrire :

$$4a - 3a + 4b - 3b = 4c - 3c.$$

Après réarrangement des termes :

$$4a + 4b - 4c = 3a + 3b - 3c.$$

En factorisant et en simplifiant par $(a + b - c)$, on trouve

$$4 = 3.$$

Ceci est une simple variante de la première preuve de $2 = 1$.

Tous les entiers strictement positifs sont égaux Pour montrer cela il suffit de prouver que pour tout n, des entiers A et B tels que $\max(A, B) = n$ vérifient $A = B$. Faisons une récurrence. Pour $n = 1$, $\max(A, B) = 1$ implique forcément que $A = B = 1$. Supposons à présent que pour tout n, on ait la proposition formulée. Alors, si A et B vérifient
$\max(A, B) = n+1$, on a $\max(A-1, B-1) = n$, et par hypothèse de récurrence $A-1 = B-1$, donc $A = B$. L'erreur est quelque part dans la dernière phrase...

1+1=2 Ici il n'y a pas d'erreur dans le résultat final, mais je propose cette démonstration car elle est dans le même esprit que quelques preuves précédentes. Soit n un entier naturel quelconque. On a $n(2n - 2) = n(2n - 2)$. Alors

$$(n - n)(2n - 2) = 0.$$

Soit donc, en développant :

$$2n(n - n) - 2(n - n) = 0.$$

En simplifiant, on obtient alors

$$n + n = 2.$$

En particulier, pour $n = 1$, on a effectivement $1 + 1 = 2$.

8.6 Le développement décimal de l'unité

Le développement décimal de l'unité est une curiosité mathématique qualifiée de paradoxe en raison de son caractère contre-intuitif. Il correspond à l'égalité entre les deux écritures du développement décimal de l'unité : $1 = 0,\overline{9}$ avec $0,\overline{9} = 0,99999\ldots$ Le côté contre-intuitif de ce raisonnement tient au fait que, dans notre esprit, l'écriture $0,\overline{9} = 0,99999\ldots$ correspond à une suite finie de 9 (c'est-à-dire 0,9999...9). Ainsi la multiplication par 10 puis le résultat de la soustraction choque l'esprit et semble faux (le serait d'ailleurs si la suite de 9 était finie).

PREUVE 1 : On pose la variable x :

$$x = 0,\overline{9}.$$

En multipliant par 10, il s'ensuit que :

$$10x = 9,\overline{9}.$$

On procède à une soustraction entre les deux équations précédentes :

$$9x = 9,\overline{9} - 0,\overline{9} = 9.$$

À partir de cela, on conclut que :

$$9x = 9 \Rightarrow x = 1.$$

PREUVE 2 : Pour une démonstration plus rigoureuse, il faut commencer par définir parfaitement ce qu'est 0,999... En écrivant $0,99999\ldots = 0,9 + 0,09 + 0,009 + \cdots$, on définit $0,99999\ldots$ comme une série géométrique de premier terme $a = 0,9$ et de raison $q = 1/10$. Ainsi :

$$0,\overline{9} = 0,99999\ldots = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n} 0,9 \times \frac{1}{10^i} = 0,9 \cdot \frac{1}{1 - 10^{-1}} = 1.$$

Le paradoxe illustré par l'exemple de l'unité est que tout nombre décimal, c'est-à-dire admettant un développement décimal fini, admet également un développement infini (formé uniquement de 9 à partir d'un certain rang). Le développement fini est l'écriture propre, celui comportant une infinité de 9 est l'écriture impropre. Finalement, ce sont les objets apparemment les plus simples en écriture décimale qui offrent les pires complexités : on croit que 1 est plus simple à écrire en écriture décimale que π, et pourtant π admet une écriture unique, alors que 1 en admet deux. (!)

8.7 Le paradoxe de Russell

Il n'a rien de marrant (enfin non, pas marrant, mais intéressant, *fun* plutot que *funny*, oh et puis zut...) , c'est juste un petit clin d'œil à ce paradoxe qui a traumatisé quelques générations d'élèves de M. P. !

Paradoxe 6 *L'ensemble des ensembles n'appartenant pas à eux-mêmes appartient-il à lui-même ? Si on répond oui, alors, comme par définition les membres de cet ensemble n'appartiennent pas à eux-même, il n'appartient pas à lui-même : contradiction. Mais si on répond non, alors, il a la propriété requise pour appartenir à lui-même : contradiction de nouveau. On a donc une contradiction dans les deux cas, ce qui rend l'existence d'un tel ensemble paradoxale. Redit dans le langage formel actuel, si l'on pose* $A = \left\{ E \,\middle|\, E \notin E \right\}$*, on a immédiatement que* $A \in A \Leftrightarrow A \notin A$*, donc chacune des deux possibilités,* $A \in A$ *et* $A \notin A$*, mène a une contradiction.*

Le paradoxe utilise très peu des propriétés de l'appartenance, une relation binaire suffit, ce qui a permis à Bertrand Russell de l'illustrer sous la forme plus imagée, mais qui a la même structure, du paradoxe du barbier. Un barbier se propose de raser tous les hommes qui ne se rasent pas eux-mêmes, et seulement ceux-là. Le barbier doit-il se raser lui-même ? L'étude des deux possibilités conduit de nouveau à une contradiction. On résout le problème en affirmant qu'un tel barbier ne peut exister (ou, en jouant sur les mots, qu'il n'est pas un homme), ce qui ne surprendra personne : il n'y a pas vraiment de paradoxe. Plus exactement la démonstration qui précède constitue justement une démonstration de la non-existence d'un tel barbier.

Pourquoi les choses ne sont-elles pas aussi simples en théorie des ensembles ? Un principe qui semble assez naturel est de considérer que toute propriété, plus précisément tout prédicat du langage, définit un ensemble : celui des objets qui vérifient cette propriété. Mais si l'on utilise ce principe, dit principe de compréhension sans restriction, on doit admettre l'existence de l'ensemble paradoxal, défini par le prédicat « ne pas appartenir à soi-même ». C'est ce que l'on a fait justement en « définissant » l'ensemble $A = \left\{ \ E \ \middle| \ E \notin E \ \right\}$ – et la théorie devient contradictoire.

Un paradoxe plus amusant autour des ensembles est celui de Berry : il résulte de la considération des entiers naturels définissables en moins de quinze mots français.

Paradoxe 7 *Soit B cet ensemble. Il est fini, car les séquences de quinze mots français sont en nombre fini. Soit a le plus grand élément de B. Soit b l'entier succédant à a. Il n'appartient donc pas à B. Pourtant b peut être défini en quatorze mots : « Le successeur du plus grand entier naturel définissable en moins de quinze mots français. » D'où la contradiction.*

Chapitre 9

Citations

Pour conclure, quelques petites citations toujours bien sympathiques à connaître. Je ne fais pas part de mon opinion pour toutes ces citations, avec lesquelles je suis parfois en profond désaccord. Je ne peux dire qu'une chose : médite là-dessus !

9.1 Celles de mathématiciens

« Tout est connaissable par le nombre et rien ne peut être connu ou même conçu sans lui. » Philolaos.
« Il y a des choses qui paraissent incroyables à la plupart des personnes qui n'ont pas étudié les mathématiques. » Archimède.
« Lorsque nous ne pouvons approcher le divin d'aucune autre manière qu'à l'aide de symboles, nous nous servons des symboles mathématiques, les mieux adaptés, car ils possèdent une certitude indestructible. » Nicolas de Cuse.
« La connaissance du divin est inaccessible à celui qui est inculte en mathématiques. » Nicolas de Cuse.
« La nature parle la langue des mathématiques : les lettres de cette langue sont les triangles, les cercles et autres figures mathématiques. » Galilée.
« La musique est un exercice d'arithmétique secrète et celui qui s'y livre ignore qu'il manie les nombres. » Gottfried Wilhelm Leibniz.
« Entre tous ceux qui ont ci-devant recherché la vérité dans les sciences, il n'y a eu que les seuls mathématiciens qui ont pu trouver quelques démonstrations, c'est-à-dire quelques raisons certaines et évidentes. » René Descartes.
« Les géomètres qui ne sont que géomètres ont donc l'esprit droit, mais pourvu qu'on leur explique bien toutes choses par définitions et principes ; autrement ils sont faux et insupportables, car ils ne sont droits que sur les principes bien éclaircis. » Blaise Pascal.
« Si j'ai vu plus loin que d'autres, c'est parce que j'étais soutenu par les épaules de géants. » Isaac Newton.
« Les mathématiques sont une sorte de jouet que la nature nous a lancé pour

nous consoler et nous divertir dans cette vallée de larmes. » Jean-Baptiste le Rond d'Alembert.
« L'imagination d'un géomètre qui crée n'agit pas moins que dans un poète qui invente. » Jean-Baptiste le Rond d'Alembert.
« Lisez Euler, c'est notre maître à tous. » Pierre Simon de Laplace [*].
« La Mathématique est la reine des sciences et l'Arithmétique est la reine des mathématiques. » Carl-Friedrich Gauss.
« Il ne faut pas confondre ce qui nous paraît improbable et non naturel avec ce qui est absolument impossible. » Carl-Friedrich Gauss.
« Les mathématiciens se soutiennent les uns les autres sur leurs épaules. » Carl-Friedrich Gauss.
« La vie n'est bonne qu'à deux choses : découvrir les mathématiques et enseigner les mathématiques. » Denis Poisson [†].
« Peut donc qui voudra, dans l'état actuel de la science, généraliser et créer en géométrie ; le génie n'est plus indispensable pour ajouter une pierre à l'édifice. » Michel Chasles.
« Je rêve d'un jour où l'égoïsme ne régnera plus dans les sciences, où on s'associera pour étudier, au lieu d'envoyer aux académiciens des plis cachetés, on s'empressera de publier ses moindres observations pour peu qu'elles soient nouvelles, et on ajoutera "Je ne sais pas le reste". » Évariste Galois.
« Tous les pédagogues s'entendent sur ce point : il faut surtout pratiquer assidûment les mathématiques, parce que leur connaissance nous est de la plus grande utilité pour la vie pratique. » Félix Klein.
« En mathématiques, nous sommes davantage des serviteurs que des maîtres. » Charles Hermite.
« Nous, les mathématiciens, sommes tous un peu fous. » Lev Landau.
« Je peux assurer qu'elle est un grand mathématicien, mais que c'est une femme, je ne peux pas le jurer. [‡] » Lev Landau.
« Dieu a créé les nombres entiers, tout le reste est l'œuvre de l'Homme. » Léopold Kronecker.
« On peut ainsi définir les mathématiques comme étant la science dans laquelle nous ne connaissons jamais ce dont nous parlons et nous ne savons jamais si ce dont nous parlons est vrai. » Bertrand Russell.
« Certaines personnes ont un horizon de rayon zéro et l'appellent leur point de vue. » David Hilbert.
« On ne peut nier qu'une grande partie des mathématiques élémentaires est d'une utilité pratique considérable. Mais ces parties des mathématiques sont dans l'ensemble assez ennuyeuses. Ce sont justement celles qui ont la valeur esthétique la plus faible. Les "vraies" mathématiques des "vraies" mathématiciens, les mathématiques de Fermat, de Gauss, d'Abel et de Riemann sont presque totalement "inutiles". » Godfrey Harold Hardy.
« On se souviendra d'Archimède quand on aura oublié Eschyle, parce que les langues meurent, mais pas les idées mathématiques. Immortalité est sans doute

∗. Et il a tout à fait raison !
†. Lui aussi...
‡. En parlant d'Emmy Noether.

un mot creux, mais un mathématicien a probablement plus de chances d'en jouir qu'un autre. » Godfrey Harold Hardy.
« L'essence des mathématiques, c'est la liberté. » Georg Cantor.
« Faire des mathématiques, c'est donner le même nom à des choses différentes. » Henri Poincaré.
« Comment se fait-il qu'il y ait des gens qui ne comprennent pas les mathématiques ? » Henri Poincaré.
« Le seul objet naturel de la pensée mathématique, c'est le nombre entier. » Henri Poincaré.
« Une théorie est bonne lorsqu'elle est belle. » Henri Poincaré.
« Les mathématiciens n'étudient pas des objets mais les relations entre ces objets. » Henri Poincaré.
« Si les gens ne croient pas que les mathématiques sont simples, c'est uniquement parce qu'ils ne réalisent pas à quel point la vie est compliquée. » John von Neumann.
« Quand les lois mathématiques s'appliquent à la réalité, elles ne sont pas exactes, et quand elles sont exactes, elles ne s'appliquent pas à la réalité. » Albert Einstein.
« En sciences, nous vivons à présent le privilège unique de nous asseoir côte à côte des géants dont les épaules nous soutiennent. » Gerald Holton.
« Les mathématiciens se soutiennent les uns les autres sur leurs épaules, pendant que les informaticiens se soutiennent les uns les autres sur leurs orteils. » Richard Hamming .
« Ce n'est pas qu'en diffusant plus largement la connaissance de la méthode mathématique, on dise forcément plus de choses intelligentes, mais on dit certainement moins de sottises. » Karl Menger.
« L'histoire des sciences exactes est dominée par l'idée d'approximation. » Bertrand Russel[§].
« Est rigoureuse toute démonstration qui, chez tout lecteur suffisamment instruit et préparé, suscite un état d'évidence qui entraîne l'adhésion. » René Thom.
« La logique est l'hygiène des mathématiques. » André Weil.
« Dieu existe, parce que les mathématiques sont cohérentes ; le diable existe, parce que nous ne pouvons pas le prouver. » André Weil.
« Dieu est un enfant et quand il a commencé à jouer, il a fait des mathématiques. C'est le plus divin des jeux entre les hommes. » V. Erath.
« Au début de ce siècle, on introduisit dans les mathématiques (surtout Hilbert) un principe démocratique autodestructeur, selon lequel tous les systèmes axiomatiques ont le même droit à l'analyse et la valeur d'un résultat mathématique n'est pas déterminée par son importance et son utilité pour d'autres disciplines, mais uniquement par sa difficulté, comme en alpinisme. Ce principe a rapidement conduit les mathématiciens à rompre avec la physique et à s'isoler de toutes les autres sciences. Aux yeux de toutes les personnes normales, ils se sont mués en une obscure caste sacerdotale... Des questions

§. C'est exact... Ou du moins, c'est rudement proche de la vérité !

singulières, comme le problème de Fermat ou les sommes de nombres premiers, furent érigés en problèmes soi-disant centraux des mathématiques. » Vladimir Igorevitch Arnold.
« Les bons mathématiciens voient les analogies. Les excellents mathématiciens voient les analogies entre les analogies. » Stanislaw Marcin Ulam.
« Il est difficile de faire la différence entre un mathématicien qui dort et un mathématicien qui travaille. » André Lichnerowicz.
« Les mathématiques consistent en la démonstration des faits les plus évidents par la voie la moins évidente. » György Polya.
« Un mathématicien est quelqu'un qui, prenant une tasse de thé, est capable d'en faire une théorie. » Paul Erdős.
« Un mathématicien est une machine qui transforme le café en théorèmes[¶]. » Alfréd Rényi (souvent attribué à Paul Erdős).
« Cependant, pour les lemmes on utilise seulement du café peu serré. » Paul Turán.
« Les structures sont les armes du mathématicien. » Nicolas Bourbaki.
« Dans mon travail, j'ai toujours essayé d'unir la vérité et la beauté, mais quand j'avais à choisir entre les deux, je choisissais en général la beauté. » Hermann Weyl.
« Le sexe est la sublimation de l'excitation mathématique. » Michael C. Reed.
« On entend dire que les physiciens sont soutenus par les épaules de quelqu'un d'autre. Si c'est vraiment le cas, alors les programmeurs sont soutenus par les orteils de quelqu'un d'autre, et les ingénieurs logiciels creusent leurs cercueils mutuels. » Inconnu.

9.2 Celles de non mathématiciens

« Les mathématiques sont comme le jeu d'échecs, en ce sens qu'elles appartiennent à la jeunesse, ne sont pas trop difficiles, amusantes, et sans péril pour l'âme. » Platon.
« Celui qui peut rigoureusement définir et diviser doit être vu comme un dieu. » Platon.
« Les bons chrétiens devraient se méfier des mathématiciens et de tous ceux qui font des prophéties creuses. Le danger est d'autant plus présent que les mathématiciens ont fait un pacte avec le démon, pour assombrir l'esprit et emprisonner l'homme dans les limites de l'Enfer. » Saint Augustin.
« Si on me donne une formule dont je ne comprends pas le sens, je n'apprends rien ; mais que dire si je sais déjà ce que la formule enseigne ? » Saint Augustin.
« Voici un moyen de ne pas manquer le paradis : d'un côté un mathématicien, de l'autre un jésuite ; c'est ainsi accompagné que l'on fera son chemin ou jamais. » Frédéric II le Grand.
« De bonnes mœurs ont plus de valeur pour la société que tous les calculs de Newton. » Frédéric II le Grand.

¶. C'est surtout vrai des théoriciens de la percolation !

« Dans toute théorie particulière de la nature, il n'y a de science proprement dite qu'autant qu'il s'y trouve de mathématique. » Emmanuel Kant.
« Ceux que l'on appelle les mathématiciens de profession se sont appuyés sur l'incapacité des autres personnes et ont acquis un crédit de profondeur d'esprit, qui présente une grande similitude avec celui de sainteté dont jouissent les théologiens. » Georg Christoph Lichtenberg.
« Les mathématiques sont certes une science admirable, mais les mathématiciens souvent ne valent pas le diable. Il en est des mathématiciens presque comme de la théologie. De même que ceux qui se consacrent à cette dernière, surtout quand ils exercent une fonction, prétendent à un crédit particulier de sainteté et à une parenté plus étroite avec Dieu, bien que bon nombre d'entre eux soient de véritables vauriens, le soi-disant mathématicien revendique très souvent d'être considéré comme un penseur profond, même si parmi eux se trouvent les têtes remplies du plus grand fatras que l'on puisse rencontrer, incapables de quoi que ce soit qui demande de la réflexion, dès lors qu'il n'est pas directement possible de le réaliser par cette facile combinaison de signes qui relève davantage de la routine que de la pensée. » Georg Christoph Lichtenberg.
« Je crois aussi qu'il n'y a rigoureusement pour l'homme qu'une unique science, et c'est la mathématique pure. Ici nous n'avons besoin que de notre esprit. » Georg Christoph Lichtenberg.
« On sourit aux distractions des mathématiciens. On frémit en songeant à celles que pourrait avoir un chirurgien. » Sacha Guitry.
« Les mathématiciens sont une sorte de Français ; quand on leur parle, ils traduisent ce qu'on leur dit dans leur langue et aussitôt c'est tout autre chose. » Johann Wolfgang von Goethe.
« Il est impossible de nouer une relation sereine avec les mathématiciens. » Johann Wolfgang von Goethe.
« Il est mathématicien, donc opiniâtre. » Johann Wolfgang von Goethe.
« Comme la dévotion, les mathématiques servent à tout, mais comme elle, ne sont pas l'affaire de tout le monde. » Chr. J. Krauss.
« La force mathématique est la force d'organisation, le concept de mathématiques est le concept de science même. Toutes les sciences doivent donc devenir des mathématiques, la vie la plus élevée est mathématique, la vie des dieux est mathématiques, les mathématiques pures sont une religion. Quiconque prend un livre de mathématiques sans recueillement et ne lit pas comme la parole de Dieu, ne peut le comprendre. Tous les émissaires de Dieu doivent être des mathématiciens. » Novalis.
« Ce qui prouve que l'arithmétique est la plus basse de toutes les activités intellectuelles, c'est qu'elle est la seule qui puisse être exercée aussi à l'aide d'une machine. Or, toute *analysis finitorum et infinitorum* se ramène finalement au calcul. On peut ainsi mesurer le “profond sens mathématique”. » Arthur Schopenhauer.
« Le “une fois un” ne m'est toujours pas familier. » Franz Grillparzer.
« Celui qui ne peut se représenter un point est tout simplement trop paresseux pour le faire. » Brenneke.
« $1 \times 1 = 1$, indéniablement. Mais $(1)^2$ n'est pas égal à 1, parce que le carré

d'un nombre donné doit être supérieur au nombre lui-même. Logiquement, la racine de 1 ne peut être 1, parce que la racine d'un nombre doit être inférieure au nombre lui-même. Pourtant, du point de vue mathématique ou formel, $\sqrt{1} = 1$. Les mathématiques contredisent dans ce cas la logique ou le simple bon sens et c'est pourquoi les mathématiques sont irrationnelles dans le cas de ce nombre fondamental. C'est sur la base de cette absurdité, le 1, que sont ensuite construites toutes les autres valeurs et sur ces valeurs fausses repose la science mathématique, la "seule science exacte, infaillible". Mais c'est cela les mathématiques ! Un jeu sage pour gens qui n'ont rien à faire. » August Strindberg.
« Là aussi, le principe de base est une application injustifiée d'une méthode logique à des cas auxquels, à strictement parler, elle ne s'applique pas, ou une prise en considération en tant que nombres de figures qui ne sont pas de vrais nombres. Les nombres négatifs constituent une autocontradiction, comme le reconnaissent tous les mathématiciens. » Hans Vaihinger.
« Les mathématiques ne sont pas préjudiciables aux pulsions de vie. » Paul Möbius.
« Son cerveau se développe en permanence, du moins pour ce qui concerne les parties qui traitent les mathématiques. Elles ne cessent de gonfler... Sa voix n'est plus qu'un bruit de crécelle, qui suffit pour produire des formules. Il en perd le rire, sauf quand il s'agit de la découverte soudaine d'un paradoxe mathématique. Son émotion est à son comble, quand il est en train de résoudre un nouvel exercice d'arithmétique. » Herbert George Wells.
« La religion et les mathématiques ne sont que deux différentes formes d'expression de la même exactitude divine. » Michael Faulhaber.
« La majorité des gens éprouvent vis-à-vis des mathématiques des sentiments comme ceux que doit, selon Aristote, éveiller la tragédie, à savoir la pitié et la crainte. La pitié pour ceux qui sont obligés de se tourmenter avec les mathématiques et la crainte que l'on pourrait se retrouver soi-même un jour dans cette situation périlleuse. » Paul Epstein.
« En tout cas, moi je ne connais aucune explication satisfaisante concernant la raison pour laquelle tout nombre impair (à partir de 3), multiplié par lui-même, donne toujours un multiple de 8 avec un reste égal à 1. » Erich Bischoff.
« Les hommes sont comme les chiffres, ils n'acquièrent de valeur que par leur position. » Napoléon Bonaparte.
« Un mathématicien est un aveugle dans une pièce sombre à la recherche d'un chat noir qui n'est pas là. » Charles Darwin.
« La médecine rend les gens malades, les mathématiques les rend tristes et la théologie les rend iniques. » Martin Luther.
« En mathématiques, les noms sont arbitraires. Libre à chacun d'appeler un opérateur auto-adjoint un "éléphant" et une décomposition spectrale une "trompe". On peut alors démontrer un théorème suivant lequel "Tout éléphant a une trompe." Mais on n'a pas le droit de laisser croire que ce résultat a quelque chose à voir avec de gros animaux gris. » Gérald Sussman.
« Si je n'ai pas vu aussi loin que d'autres, c'est parce que des géants se tenaient sur mes épaules. » Hal Abelson.
« Les maths ont toujours été mon point faible. Je n'arrivais pas à convaincre mes

enseignants que la plupart de mes réponses étaient ironiques. » Calvin Trillin.
« J'ai entendu dire que le gouvernement voulait taxer l'ignorance mathématique. C'est drôle, je pensais que c'était le rôle de la loterie ! » Gallagher.
« Il y a deux genres de livres de maths. Ceux dont on n'arrive pas à dépasser la première phrase, et ceux dont on n'arrive pas à dépasser la première page. » Chen Ning Yang *.
« Faire des maths, c'est la seule façon socialement acceptable de se masturber en public. » Inconnu.
« $\mathbb{R}$ a été inventé pour combler les trous de $\mathbb{Q}$. » Inconnu.

$*$. Prix Nobel de physique de 1957...

Eh oui, c'est fini... Ou presque ! Car que serait un ouvrage de mathématiques sans sa bibliographie ? On s'y croirait jusqu'au bout !

Bibliographie

[Ada] Colin Adams, *The Knot Book*, 307 pages, American Mathematical Society, 2004.

[Ang] Dana Angluin, *Sigact News*, Winter-Spring 1983, Volume **15** (1).

[Apa] Chen Apan, *0% de matière grise*, 64 pages, Éditions Pole (simple), 2005.

[Beu] Albrecht Beutelspacher, *In Maths war ich immer schlecht...*, 204 pages, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, 2007. *

[Int] **INTERNETS**, 1990-2009.

[Mag] *La magie du calcul*, 64 pages, Éditions du Kangourou, 1993.

[NUT] NUTWORKS.

[Ovi] Ovide, *Les métamorphoses*, 620 pages, folio classique, 1992.

[Pól] György Pólya, *Uber eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung betref-. fend die Irrfahrt im Straßennetz*, Mathematische Annalen 83 (1921), 149-160.

[Wie] Wiener, *How to change a light bulb.*

∗. En fait je l'ai lu traduit en français, mais ça rend ma bibliographie plus classe comme ça...

Index