

## Semaine 11 : *Polynomes*

*Mercredi le 18 Février 2004*

**Exercice 1:**

Soient  $x_1, \dots, x_8$  les racines de  $X^8 + X^7 - X^2 + 3$ . Calculer 
$$\sum_{\substack{1 \leq j < k \leq 8}} \frac{x_j}{x_j x_k}.$$

---

**Exercice 2:**

Soient  $a, b, c$  les racines de  $X^3 - X + 1$ . Calculer  $a^7 + b^7 + c^7$ .

---

**Exercice 3:**

Montrer que  $\prod_{k=0}^{n-1} (\omega^{2k} - 2\omega^k \cos \theta + 1) = 2(1 - \cos(n\theta))$  avec  $\omega = e^{\frac{2i\pi}{n}}$ .

---

**Exercice 4:**

Montrer que si  $p \leq n$ , alors  $X^{2p} + X^{2p-1} + 1$  divise  $X^{2n} + X^{2n-1} + 1$ .

---

**Exercice 5:**

Effectuer la division suivant les puissances croissantes de  $X^3 - 1$  par  $X^2 + 1$  à l'ordre 3. En déduire une primitive de  $f : x \mapsto \frac{x^3 - 1}{x^4(x^2 + 1)}$ .

---

**Exercice 6:**

Effectuer la division suivant les puissances croissantes à un ordre  $n$  quelconque de 1 par  $(1 - X)^2$ .

En déduire  $1 + 2 \cos \theta + 3 \cos 2\theta + \dots + n \cos(n-1)\theta$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\theta \in \mathbb{R}$ .

---

*FIN*

© : [www.chez.com/myismail](http://www.chez.com/myismail)

Mamouni My Ismail PCSI 2 Casablanca Maroc