Série 26 : *Champs de vecteurs et cinématique*

Vendredi 28 Juin 2004

Exercice 1:

Dans chacun des cas suivants calculer le flux de $\vec{V}$ à travers la surface S orientée vers l'extérieur :

1. $\vec{V}(x,y,z) = (x^2, y^2, z^2)$, S une sphère quelconque.
2. $\vec{V}(x,y,z) = (y, x, y+z)$, $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ tel que :$2x + y + z = 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.
3. $\vec{V}(x,y,z) = (y^2, x^2, z^2)$, S est le bord de $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ tel que :$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$.
4. $\vec{V}(x,y,z) = (x, y, -2z)$,S est la partie du cône d'équation : $x^2 + y^2 = z$ comprise entre les plans d'équations $z = 0$ et $z = 1$.

Exercice 2:

Calculer les intégrales curvilignes :

1. $\int_{(\gamma)} (x^2 + y^2) ds$ où (γ) est le cercle de centre O et de rayon R.
2. $\int_{(\gamma)} xyds$ où (γ) est l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
3. $\int_{(\gamma)} \omega$ où $\omega = \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{x^2+y^2}$.

Exercice 3:

Calculer : $\iint_D (x+y)\, dxdy$ où $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tel que : } x \geq 0; y \geq 0; x^2 + y^2 \leq 1\right\}$.

1. Directement.
2. A l'aide d'un changement de variable bien choisi.
3. A l'aide du théoréme de Green-Riemann.

Exercice 4:

Reprendre les méme questions pour :

$$\iint_D xydxdy$$

où $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que : } x \geq 0; y \geq 0; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\right\}$

Exercice 5:

Soit $\vec{V}$ un champs de vecteurs de classe $\wp^2$ montrer que : $div\left(\vec{rot}\left(\vec{V}\right)\right) = 0$.

Exercice 6:

Une riviére est limitée par deux rives parallélles diastantes de d. Un bateau part d'un point A sur l'une des rives pour se rendre en face en O. Son vecteur vistesse $\vec{V}$ est a chaque instant la somme de sa vitesse propre $\vec{V_1}$ dirigéé vers O et de la vitesse du courant paralléle aux rives

1. Déterminer la trajectoire du bateau
2. Quel est le remps mis par le bateau pour rejoindre O

Exercice 7:

Un mobile se déplace le long d'une trajaectoire parabolique d'équation : $y^2 = 2px$. Un autre mobile M_1 se déplace le long d'une autre trajaectoire parabolique d'équation :
$y^2 = 2p_1x$. $(p > p_1 > 0)$ de façon que sa vitesse soit constamment parallélle à celle de M, on suppose de plus qu'à tout instant , le vecteur $M\vec{M}_1$ et le vecteur de accéléation de M ont meme projection orthogonale sur (Oy). Détérminer les équations du mouvement de M sachant qu'à l'instant initial, M est en O et $\vec{V_0} = v_0\vec{j}$.

Exercice 8:

Soit Γ et Γ' donnés. Quel est l'ensemble des points de l'espace en lesquels $\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma'}$.

Exercice 9:

Soient A et B deux points distincts de l'espace et T un torseur. Donner une condition necessaire et suffisante pour que T soit la somme de deux glisseurs g_1 et g_2 dont les axes contiennent A et B respectivement.

Exercice 10:

Déterminer la trajectoire d'un point mobile M dans le plan sachant que :

1. La vitesse arithmétique de M est, à tout instant, égale au rayon de courbure.
2. A tout instant les vecteurs vitesse et accélération font un angle constant $0 < \omega < \pi$.

FIN

Mamouni My Ismail PCSI 2 Casablanca Maroc