

MPSI 1

CPGE Agadir



N° 11

Fonctions usuelles

Mercredi le 05-12-2001

Exercice 1 :

Démontrer les formules suivantes :

1. $\pi/4 = 4\arctan(1/5) - \arctan(1/239)$ (Formule de Machin)

2. $\pi/4 = 4\text{Arctan}(1/5) + 2\text{Arctan}(3/79)$

Exercice 2 :

Montrer que $\forall (x, y) \in]-\pi/2, \pi/2[$ on a : $\text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(y) = \text{Arctan}[(x+y)/(1-xy)] + p$ où p est un réel à déterminer

Exercice 3 :

Résoudre les systèmes suivants :

1. $(\text{ch}x + \text{sh}y = a \text{ et } \text{sh}x + \text{ch}y = b)$ où a et b sont deux nombres réels.

2. $\arcsin \sin x + \arccos \cos y = x + y$

3. $\text{Arctan}(1/2) + \text{Arctan}(1/4) = \text{Arctan}(x)$

4. $2\text{Arctan}(2) - \text{Arctan}(1/4) = \text{Arctan}(x)$

5. $\text{Arccos}(\sin(x)) + \text{Arcsin}(\cos(x)) = 1$

Exercice 4 :

Résoudre l'équation:

1. $2\arcsin x = \arcsin(2x(1-x^2)^{1/2})$

2. $\arctan(1/2 \tan 2x) + \arctan(\cotan^2 x) = \pi - \arctan(\cotan a)$ ou $a \in]0, \pi[$.

3. $\arctan(1/2 \tan 2x) + \arctan(\cotan^2 x) = \pi - \arctan(\cotan a)$ ou $a \in]0, \pi[$.

Exercice 5 :

1. Etudier la fonction $f : x \rightarrow \text{Arccos}(\sin(2x - \pi/3))$

2. Etudier la fonction $f : x \rightarrow \text{Arctan}[\frac{(1-\sin x)}{(1+\sin x)}]^{1/2}$

Exercice 6 :

Déterminer les points d'inflexion de $f : x \rightarrow a^{g(x)}$, avec $g(x) = a^x$ discuter leurs existence et chercher leur lieu quand a varie dans \mathbb{R}^{*+}

