CPGE My Youssef, Rabat

بِسمِ اللَّهِ الرَّحمَنِ الرَّحِيم
وَ قُلِ إعمَلُوا فَسَيَرَى اللَّهُ عَمَلَكُم وَ رَسُولُهُ وَ المُؤ مِنُون

صَدَقَ اللَّهُ العَظِيم

Feuille d'exercices: *Coniques*

4 janvier 2009

Citations du jour
En essayant continuellement, on finit par réussir. Donc plus ça rate, plus on a de chances que ça marche."

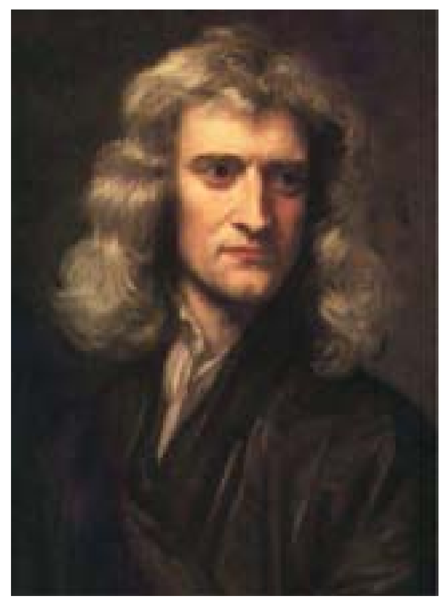
Devise des Shadocks

"Tout le monde veut vivre au sommet de la montagne, sans soupçonner que le vrai bonheur est dans la manière de gravir la pente"

Gabriel Garcia Marquez

mathématicien du jour ***Newton***

Isaac Newton (1642-1727), mathématicien et physicien anglais. Elève peu attentif, il préfère construire de petites machines et observer la nature.
Newton est le fondateur incontesté de l'analyse moderne. Il perfectionna aussi le télescope. Il prouva que la lumière blanche est en fait l'addition de lumières colorées. C'est en 1687 que paraît son oeuvre maîtresse : *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Cet ouvrage expose le principe d'inertie, la proportionnalité des forces et des accélérations, l'égalité de l'action et de la réaction, les lois du choc, étudie le mouvement des fluides, donne la théorie des marées, etc. Mais Newton y développe avant tout sa théorie de l'attraction universelle : *les corps s'attirent avec une force inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare*. C'est d'ailleurs ce sujet qu'il qui lui attira beaucoup d'ennemis l'accusant de plagiat. Mais en 1692, le physicien subit des troubles émotifs graves et tombe dans un état de prostration, causé peut-être par l'excès de travail, la mort de sa mère et l'incendie de son laboratoire d'alchimie.



Exercice 1 .
Reconnaitre la conique d'équation : $x^2 + y^2 + 2xy - x + y - 1 = 0$

Déterminer l'axe et le sommet de la parabole d'équation : $\begin{cases} y = x^2 + x + 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$

Exercice 2 . **une hyperbole** (H) **admet** O **pour foyer et pour asymptote la droite d'équation :** $y = a$ **quel est l'ensemble décrits par ses sommets lorsque a décrit** أ*

Exercice 3 **. Soit le cercle d'équation : $x^2+y^2-2ax-2by-c^2=0$, à quelle condition la droite d'équation $ux+vy+w=0$ est - elle tangente au cercle**

Exercice 4 **. Soit A un point fixes de l'axe (Ox). Déterminer l'ensemble des centres des cercles (γ) passant par A dont les tangentes menées en O sont orthogonale**

Exercice 5 **. Trouver la normale à une ellipse la plus éloignée du centre.**

Exercice 6 **. Soit (P) la parabole d'équation : $y^2=2px$**
Reconnaitre l'ensemble (H) des points M du plan d'où l'on peut mener deux tangentes telles que le segment joignant les points de contact soit vu du foyer sous un angle droit

Exercice 7 **. Déterminer l'ensemble décrit par le centre d'un hyperbole équilatére (asymptotes perpendiculaire) qui passe par deux points fixes.**

Exercice 8 **. Soit (γ) une conique passant par O et de directrice la droite d'équation $\Delta : ax+by+c=0$ tel que $c\neq 0$**
Déterminer le lieu de foyer F de (γ) pour que (γ) soit tangente à (Ox) en O

Exercice 9 **. Soit (P) la parabole d'équation : $y^2=2px$. Déterminer et construire le lieu des centres des cercles tangents à la parabole et passant par le foyer.**

Exercice 10 **. Soit (H) l'hyperbole d'équation : $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{3a^2}=1$ tel que $a>0$, un cercle passant par le sommet $(-a,0)$ et le foyer $(c,0)$ coupe (H) en trois points M_1,M_2,M_3.**
Montrer qu'ils forment un triangle équilatéral .

Exercice 11 **. Soit (P) la parabole d'équation : $y^2=x$, la normale en un point M de (P) recoupe (P) en N, par M on méne la paralléle à la tangente en N, et par N on méne la parallele à la tangente en M, ces deux droites se coupent en Q.**
Reconnaitre l'ensembles des positions de Q quand M decrit (P)

Exercice 12 **. Soit (P) la parabole d'équation : $x^2=2py$, trois tangentes à (P) formant un triangle, montrer que son orthocentre, intersection des hauteurs, appartient à la directrice.**

Exercice 13 **. Soit M un point d'une ellipse de foyers F et F', montrer que la bissectrice de $\widehat{MF,MF'}$ est normale à l'ellipse au point M.**

Exercice 14 **. Soit deux cercles de centres $\Omega(a,0)$ et $\Omega'(-a,0)$ et de rayons R et R' respectivement.**
Montrer que les droites D coupant ces deux cercles suivant des cordes de meme longueur sont tangente à une parabole fixe dont on donnera l'équation

Exercice 15 **. Soit $(\gamma),(\gamma')$ deux cercles de centres $\Omega(1,0)$ et $\Omega'(-R,0)$ et de rayons 1 et R respectivement.**

1) **Donner l'équation de la tangente à (γ) au point $M(1+\cos(\theta),\sin(\theta))$**
2) **Ecrire une CNS sur R et θ pour que cette droite reste tangente a (γ') aussi, donner les coordonnés du point de contact $P\in(\gamma')$**
3) **Déterminer le lieu géometrique des milieux de $[M,P]$**

Exercice 16 . **Déterminer la nature et les éléments de la courbe d'équation :**

1) $16x^2 - 24xy + 9y^2 + 35x - 20y = 0$.
2) $5x^2 + 7y^2 + 2xy\sqrt{3} - (10 + 2\sqrt{3})x - (14 + 2\sqrt{3})y - 4 + 2\sqrt{3} = 0$.
3) $x^2 + xy + y^2 = 1$.
4) $x^2 + 2y^2 + 4xy\sqrt{3} + x + y\sqrt{3} + 1 = 0$.
5) $mx^2 + 4mx + (m-1)y^2 + 2 = 0$ $(m \in \mathbb{R})$.

Exercice 17 . ***Lieu orthoptique d'une parabole.***
Soit P une parabole de foyer F et de directrice D. Soit $M \in P$, et M' le point de P tel que les tangentes en M et M' sont orthogonales.

1) **Montrer que ces tangentes se coupent au milieu de $[H, H']$.**
2) **Montrer que M, F, M' sont alignés.**
3) **En déduire dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ donné, toutes les paraboles tangentes aux axes de coordonnées.**

Exercice 18 . ***Paraboles passant par un point.***
Soient D une droite et $F \in D$.

1) **Montrer que pour tout point $M \notin D$, il passe exactement deux paraboles de foyer F et d'axe D.**
2) **Montrer que les tangentes à ces paraboles en M sont orthogonales.**

Exercice 19 . ***Lieu orthoptique d'une ellipse.***
Soit $\mathcal{E}$ une ellipse de foyers F, F', de centre O, de dimensions a et b.
Soient $M, M' \in \mathcal{E}$ tels que les tangentes à $\mathcal{E}$ sont perpendiculaires en un point T.
Montrer que $TF^2 + TF'^2 = 4a^2$. Quel est le lieu de T quand M et M' varient ?

Fin
Á la prochaine