

# FEUILLE D'EXERCICES : *Limites.*

MPSI-Maths.

Mr Mamouni : [mamouni.myismail@gmail.com](mailto:mamouni.myismail@gmail.com)

Source disponible sur:

©<http://www.chez.com/myismail>

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
وَقُلْ إِعْمَلُوا فَسَيَرَى اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنُونَ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمِ

**Exercice 1.** Étudier les limites suivantes :

1)  $\lim_0 \frac{\sin 2x}{\sqrt{1-x}}$ .

2)  $\lim_2 \frac{\sqrt{4x+1}-3}{\sqrt{3x-2}-2}$ .

3)  $\lim_{\frac{\pi}{2}} (\pi - 2x) \tan x$ .

4)  $\lim_{+\infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}} - \sqrt{x}$ .

5)  $\lim_{+\infty} x \left( \sqrt{x + \sqrt{x+1}} - \sqrt{x + \sqrt{x-1}} \right)$ .

6)  $\lim_{+\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x + 2}{x+3}$ .

**Exercice 2.** Étudier la continuité de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = E(x) - (x - E(x))^2$ .

**Exercice 3.** Peut-on prolonger les fonctions suivantes définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :

1)  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ .

2)  $g(x) = \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$ .

3)  $h(x) = \frac{(1+x)^n - 1 - nx}{2x^2}$  où  $n \geq 2$ .

**Exercice 4.** Montrer que toute fonction périodique qui admet une limite finie en  $+\infty$  est constante.

**Exercice 5.** Soit  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

Montrer que  $\varphi$  n'est continue en aucun point de  $\mathbb{R}$ .

Indication : Raisonner par l'absurde en utilisant le fait qu'entre deux réels on peut toujours trouver un rationnel et un irrationnel.

Fin.