

## FEUILLE D'EXERCICES : *Logie.*

MPSI-Maths.

Mr Mamouni : [mamouni.myismail@gmail.com](mailto:mamouni.myismail@gmail.com)

Source disponible sur:

©<http://www.chez.com/myismail>

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
وَقُلْ إِعْمَلُوا فَسَيَرَى اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنِينَ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمِ

*Exercice 1.* Nier la phrase suivante : “Toutes les mamans qui ont un fils aux cheveux châtains partiront en vacances avant 50ans et iront au cinéma”.

*Exercice 2.* Un marchand d'oiseaux vend des gros et des petits oiseaux. Chacun des gros coûte deux fois le prix d'un petit. Une cliente achète 5 gros oiseaux et 3 petits. Si, au lieu de cela, elle avait acheté 3 gros oiseaux et 5 petits, elle aurait économisé 200 . Quel est le prix de chaque oiseau ?

*Exercice 3.* 100 hommes politiques se réunissent pour constituer un nouveau parti. Chacun d'eux est soit un homme honnête, soit une franche canaille. Sachant que parmi eux :

- il y a au moins un homme honnête.
- si l'on en prend 2 au hasard, il y en a toujours au moins un des deux qui est malhonnête

pouvez-vous déduire combien sont honnêtes et combien sont des canailles ?

*Exercice 4.* Les cinq vases.

Dans une maison, il y a cinq vases posés sur une table. Chacun d'eux est d'une couleur différente. Le vase blanc n'est ni à côté du bleu, ni du rouge, ni du gris. Le vase jaune n'est ni à côté du rouge, ni du gris. Le vase gris est à droite du rouge. Retrouve la couleur de chaque vase.

*Exercice 5.* Pendant de nombreuses années les opinions politiques des électeurs d'un certain village n'ont jamais varié. Des habitants votaient systématiquement à gauche et les autres toujours à droite. Un jour cependant, un électeur de droite décida de passer à gauche et ce soir-là il y eu dans le village autant de voix à gauche qu'à droite. Au deuxième tour des élections, le mécontent décida de repasser à droite, entraînant avec lui un électeur de gauche, et depuis ce jour le village compte deux fois plus d'électeurs de droite que de gauche. Combien le village a-t-il d'électeurs en tout ?

*Exercice 6.* Déduire la conclusion qui s'impose des propositions suivantes :

Aucun Z n'est O ; quelques O sont E donc ?

Tous les T sont S ; aucun S n'est R donc ?

Aucun G n'est I : tous les H sont I donc ?

Tous les A sont C ; aucun B n'est C donc ?

Quelques K sont M ; tous les K sont L donc ?

Quelques W sont Y ; tous les Y sont X donc ?

**Exercice 7.** Convertir en langage formalisé; donner la négation, en français et en langage formalisé les énoncés suivants; on pourra noter  $\mathcal{P}$  l'ensemble des nombres premiers.

- (a) Tout entier naturel est somme de 4 carrés.
- (b) Tout nombre premier  $> 3$  est du type  $4n - 1$  ou  $4n + 1$ .
- (c) Tout entier naturel du type  $4n - 1$  est premier.
- (e) Tout multiple de 4 et 6 est multiple de 24.
- (f) Tout nombre complexe possède une racine  $n^{\text{ème}}$ , quel que soit l'entier  $n > 0$ .

**Exercice 8.** Soit  $(u_n)$  une suite numérique; écrire en langage formalisé :

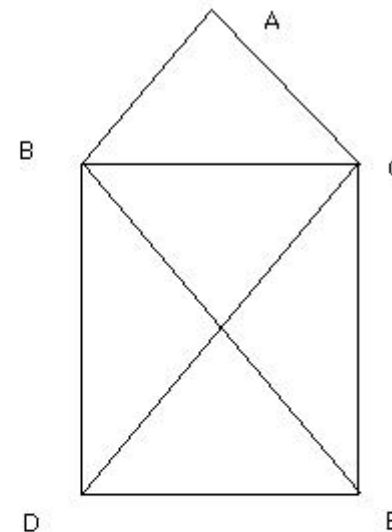
- |  |
|--|
| a) $u_n$ est toujours nul                        |
| a') $u_n$ est toujours non nul                   |
| b) $u_n$ est nul à partir d'un certain rang      |
| b') $u_n$ est non nul à partir d'un certain rang |
| c) $u_n$ est nul une infinité de fois            |
| c') $u_n$ est non nul une infinité de fois       |
| d) $u_n$ est nul au moins une fois               |
| d') $u_n$ est non nul au moins une fois          |

Négations de ces énoncés? Y-a-t-il des implications entre eux?

**Exercice 9.** On rappelle qu'un nombre est dit rationnel s'il s'écrit sous la forme  $\frac{p}{q}$  avec  $p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^*$ , dans le cas contraire il est dit irrationnel.

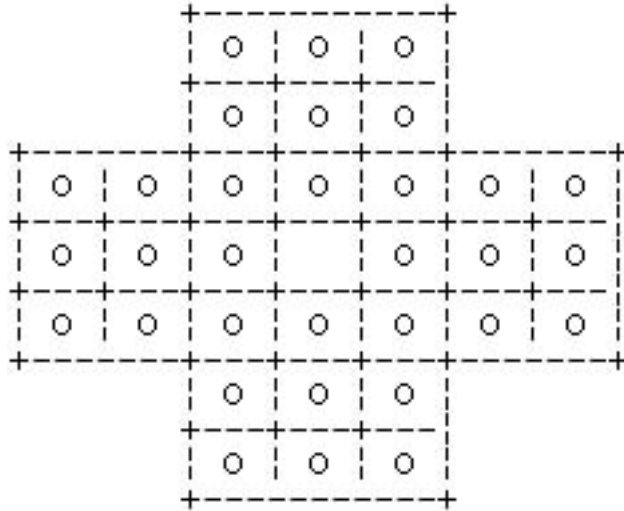
- (a) Démontrer que l'opposé et l'inverse d'un irrationnel sont des irrationnels
  - (b) Démontrer que la somme d'un rationnel et d'un irrationnel est un irrationnel.
  - (c) Que dire :
    - i. du produit d'un rationnel non nul par un irrationnel?
    - ii. de la somme de deux irrationnels positifs?
- $\sqrt{2}\sqrt{3}$  et  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  sont-ils rationnels ou irrationnels?

**Exercice 10. (\*)** On demande de tracer cette maison en un seul coup, c'est à dire sans "lever le crayon" et sans passer par un même chemin deux fois.



**Exercice 11. (\*)** Un coffre-fort est muni de  $n$  serrures différentes et ne s'ouvre que si ces  $n$  serrures sont ouvertes à la fois. On considère 5 personnes A, B, C, D et E; on demande de choisir l'entier  $n$  le plus petit possible et de distribuer des clés à ces 5 personnes (on dispose de chaque clé en autant d'exemplaires que l'on veut) pour que le coffre-fort ne puisse être ouvert que par A et B ensemble, ou bien par A, C et D ensemble, ou bien par B, D et E ensemble.

*Exercice 12. (\*) Le jeu du solitaire* : C'est un jeu (de réflexion) qui se joue seul; le but du jeu est de ne rester qu'avec un seul pion sur l'échiquier; chaque pion peut sauter par dessus un autre pion à condition que la case d'arrivée soit vide; dans ce cas le pion par dessus lequel on a sauté disparaît. Voici l'échiquier du jeu :



*Exercice 13. (\*\*) Le problème d'Einstein* :

De son vivant, Einstein a posé un petit problème de logique, destiné à tout le monde. Le problème n'est pas compliqué en soi, mais il demande un peu de réflexion et une très bonne organisation.

On a cinq maisons alignées de couleurs différentes.

Dans chaque maison vit une personne de nationalité différente.

Chaque personne boit une boisson différente.

Chaque personne fume un type de cigarette différent.

Chaque personne élève un animal différent.

Il faut trouver qui élève les poissons.

*Indices :*

L'anglais vit dans la maison rouge

Le suédois élève des chiens

Le danois boit du thé.

La maison verte est juste à gauche de la maison blanche.

Le propriétaire de la maison verte boit du café.

Le fumeur de Pall Mall élève des oiseaux.

Le propriétaire de la maison jaune fume des Dunhills.

L'homme qui vit dans la maison du centre boit du lait.

Le norvégien vit dans la première maison.

L'homme qui fume des Blends vit à côté de celui qui élève des chats.

L'homme qui élève des chevaux vit à côté du fumeur de Dunhills.

L'homme qui fume des Blue Masters boit de la bière.

L'allemand fume des Prince.

Le norvégien vit à côté de la maison bleue.

L'homme qui fume des Blends a un voisin qui boit de l'eau.

**Fin.**