MPSI 1 **2002-2003**

CPGE Agadir

Controle N°7

Jeudi le:26-Mars-2003

Espaces Affines

Durée:2h

Exercice 1 :

Soeint :$A\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}-1\\-1\\-2\end{pmatrix}, C\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix}, D\begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix}$ dans le répére canonique

1. (0.25)Donner l'equation cartesienne de la droite $\Delta = (AB)$
2. (0.25)Donner l'equation cartesienne du plan $\pi = (ABC)$
3. (0.75)Donner l'exprerssion analytique de la projection $p = p_{\Delta//\pi}$
4. (0.25) Donner l'equation cartesienne de $p(BD)$
5. (0.5) Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ dans le répére canonique donner ses coordonnés dans $\Re\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$
6. (0.5) Reconnaitre $h_{A,-1}oh_{B,-2}$,puis donner son expression analytique
7. (1 pt) Reconnaitre l'application definie par son expression analytique suivante :
$$\begin{cases} x' = 3x+6y+2z+1 \\ y' = y \\ z' = -4x-12y-3z-2 \end{cases}$$

Exercice 2 :

Soient D et D' deux droites affines de l'espace et π un plan tels que π n 'est parallèle ni a D ni a D.On note par q la projection sur π parallèlement a D et par p la projection sur π parallèlement a D'.Soit $\lambda \in]0,1[$ on définit l'application affine f par $f(M) = Bar(p(M)(\lambda), q(M)(1-\lambda))$

a. Montrer que $\vec{p}o\vec{q} = \vec{p}$, $\vec{q}o\vec{p} = \vec{q}$ (indication : on pourra travailler sur une base $(\vec{e_1},\vec{e_2},\vec{e_3})$ de IR^3 choisie telle que : $\left(\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ base de π àet $\vec{e_3}$ qui dirige D
b. Reconnaître $\vec{f}$, en déduire que f est une projection
c. montrer que f est la projection sur π parallèlement a la droite Δ passant par le point $C = Bar(A(\lambda), B(1-\lambda))$ où $\{A\} = D \cap \pi, \{B\} = D' \cap \pi$ et dirigée par le vecteur $\lambda\vec{e_3} + (1-\lambda)\vec{q}\left(\vec{e_3}\right)$
d. Application numérique :; calculer $f(M)$ si M est de coordonnes (1,-1,1) dans le repère cartésien canonique si π : x+2y-3z=1 , D passe par $M_1(1,0,1)$ dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ et D passe par $M_2(-1,1,1)$ dirigée par $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\2\\2\end{pmatrix}$

Exercice 3

Soit $f : \zeta \to \xi$ affine

a. montrer que :$\forall A \in \xi, \forall \vec{u} \in o\vec{\xi}$ on a: $f(A+\vec{u}) = f(A) + \vec{f}(\vec{u})$

b. trouver une CNS sur $\vec{u}$ pour que $t_{\vec{u}}$commute avec:

   i. homothétie

   ii. symétrie

   iii. projection