MPSI 1 **2002-2003**

CPGE Agadir

Controle N°2

Corrigé

1. Facile.
2. Facile.
3. $\varphi(p) = p - 1$
4. les nombres non premiers p^α dans $[|1, p^\alpha|]$ sont $\{kp/1 \leq k \leq p^{\alpha-1}\}$, leurs nombres est $p^{\alpha-1}$, donc $\varphi(p^\alpha) = p^\alpha - p^{\alpha-1}$
5. Montrer que f est injective.
6. $\varphi(100) = \varphi(2^2 5^2) = \varphi(2^2)\varphi(5^2)$
7. les diviseurs de p^α dans $[|1, p^\alpha|]$ sont $\{p^k/0 \leq k \leq \alpha - 1\}$, d'où $s(p^\alpha) = \sum_{k=0}^{\alpha-1} p^k = \frac{p^\alpha - 1}{p-1}$.
8. Comme $2^{p-1} \wedge (2^p - 1) = 1$ *et* $2^p - 1$ *premiers* alors les diviseurs de E_p sont de la forme $2^k(2^p - 1)$ ou bien 2^k avec $0 \leq k \leq p,$ donc $s(E_p) = \sum_{k=0}^{p-1} 2^k(2^p - 1) + \sum_{k=0}^{p-1} 2^k = 2^p \sum_{k=0}^{p-1} 2^k = 2^p(2^p - 1).$
9. D'aprés (8).
10. Vue en TD.
11. n est un carré parfait $\Leftrightarrow$ les α_i sont tous pairs $\Leftrightarrow$ $\Psi(n)$ impair