

# DS 2 : Nombres Complexes

Lundi le 20 Octobre 2003

Durée : 3 heures

### Exercice 1:

Soit  $ABCD$  un quadrilatère quelconque. On construit quatre points  $M, N, P, Q$  de façon que les triangles  $AMB, BNC, CPD$  et  $DQA$  soient rectangles isocèles directs (les angles droits étant en  $M, N, P, Q$  respectivement). Exprimer les affixes  $m, n, p, q$  des points  $M, N, P, Q$  en fonction des affixes  $a, b, c, d$  des points  $A, B, C, D$ . En déduire que les segments  $[MP]$  et  $[NQ]$  sont perpendiculaires et de même longueur. Faire un schéma. (4 points)

### Exercice 2:

Soient  $A, B, C, D$  quatre points distincts du plan, d'affixes  $a, b, c, d$ . On suppose que

$$a + ib = c + id \quad \text{et} \quad a + c = b + d.$$

Montrer que le quadrilatère  $ABCD$  est un carré (*penser aux propriétés des diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$* ). Étudier la réciproque. (4 points)

### Exercice 3:

Soient  $a, b, c$  trois nombres complexes distincts, affixes des sommets  $A, B, C$  d'un triangle. Soit  $z$  un nombre complexe. On pose

$$f(z) = \frac{z - a}{b - c} \quad \text{et} \quad g(z) = \frac{z - b}{c - a} \quad \text{et} \quad h(z) = \frac{z - c}{a - b}$$

Montrer que, si deux des trois expressions ci-dessus est imaginaire pure, alors la troisième l'est aussi. Interprétation géométrique ? (4 points)

### Exercice 4:

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , on définit une transformation géométrique qui, à tout point  $M$  d'affixe  $z$  ( $z \neq 2i$ ), associe le point  $M'$  d'affixe  $z'$  donnée par

$$z' = \frac{z - 3 + i}{2i - z}$$

1. Quel est l'ensemble des points  $M$  tels que  $M'$  soit sur l'axe réel ? (2 points)
2. Quel est l'ensemble des points  $M$  tels que  $\arg(z') = \frac{3\pi}{2}$  modulo  $2\pi$  ? (2 points)
3. Quel est l'ensemble des points  $M$  tels que  $|z'| = 2$  ? (2 points)
4. Représenter graphiquement (sur un même schéma) ces trois ensembles. (2 points)

*FIN*

© : [www.chez.com/myismail](http://www.chez.com/myismail)

Mamouni My Ismail PCSI 2 Casablanca Maroc