

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
وَعَلَى اللَّهِ فَلْيَتَوَكَّلِ الْمُتَوَكِّلُونَ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمُ

Contrôle 3 (08-09): *Nombres complexes*  
*Developpements limités*

Sup-MPSI, CPGE G.S. High Tech, Rabat



12 novembre 2008  
Durée : 1heure

Blague du jour :

- Un ingénieur pense que ses équations sont une approximations de la réalité.
- Un physiciens pense que la réalité est une approximation de ses équations.
- Un mathématicien s'en moque.



Cardan ← Mathématiciens du jour : → Tartaglia  
Gerolamo Cardano Jérôme Cardan en français (1501-1576), est un mathématicien, un philosophe, un astrologue, un inventeur, et un médecin italien. Il traverse toute sa vie de douloureuses épreuves. Déjà sa mère avait essayé d'avorter de lui.

Nicolo Fontana (1500-1557) était surnommé Tartaglia, le bègue en français, car il perdit sa machoire lors de la guerre alors qu'il avait 12 ans. Autodidacte, Tartaglia s'intéressa non seulement à l'arithmétique, à l'algèbre et à la géométrie mais aussi à la balistique et à la statistique. Cependant il est surtout célèbre pour sa découverte d'une méthode de résolution des équations du 3ème degré. Cette découverte, faite en 1537, fut dévoilée à Cardan en 1539 et c'est celui-ci qui la diffusa. La diffusion de cette méthode engendra un des célèbres conflits mathématiques.



Exercice 1 .

Nombres complexes.

1) Soit  $z \in \mathbb{C}^*$ ,  $z \in \mathbb{C}$ . Montrer que

a)  $|z + z'| = |z| + |z'| \iff \exists \lambda \in \mathbb{R}^+$  tel que  $z' = \lambda z$ .

b)  $|z| + |z'| \leq |z + z'| + |z - z'|$ .

Donner une interprétation géométrique, et discuter le cas d'égalité.

Exercice 2 Calculer  $\lim_{+\infty} \left( x^2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x - ex^3 \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right)$ .

**Fin.**