.

Contrôle : *Logie*
Théorie des ensembles

Vendredi 28 Septembre 2007.

CORRIGÉ

Exercice 1
Supposons que q divise à la fois n et $n+1$, donc divise leur différence égale 1, impossible.
Exercice 2

1) $f(S) \in \mathcal{P}(E)$, donc $f(E) \subset E$, d'où $E \in \mathcal{S} \neq \emptyset$.

2) Par définition de $X_0 = \bigcap\limits_{X \in \mathcal{S}} X \subset X$.

3) $X_0 \subset X \Longrightarrow f(X_0) \subset f(X) \subset X, \forall X \in \mathcal{S}$, donc $f(X_0) \subset \bigcap\limits_{X \in \mathcal{S}} X = X_0$.

4) $f(X_0) \subset X_0 \Longrightarrow f(f(X_0)) \subset f(X_0) \Longrightarrow f(X_0) \in \mathcal{S}$.

5) $f(X_0) \in \mathcal{S}$, donc d'aprés 2) on a $X_0 \subset f(X_0)$, d'où l'égalité.

6) X_0 est fixe par f, d'aprés 5), d'autre part soit X fixe par f, donc $f(X) = X$, en particulier $f(X) \subset X$, donc $X \in \mathcal{S}$, d'aprés 2) $X_0 \subset X$, donc X_0 est la plus petite partie de E stable par f.

Exercice 3

Fin.