MPSI 1 **2002-2003**

CPGE Agadir

Controle N°4

Corrigé

Fonctions usuelle

1. **a**. $k = E\left(\frac{x}{\pi} - \frac{1}{2}\right) + 1$
   b. $-\frac{\pi}{2} \leq x - k\pi < \frac{\pi}{2}$ donc $\arctan(\tan(x)) = \arctan(\tan(x - k\pi)) = x - k\pi$ avec $k = E\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$
   c. $(2x - E\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)\pi - 1) - \left(x - E\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\pi - 1\right) = x \Leftrightarrow E\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = E\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ facile a résoudre
   d. vérifier que $\tan(\arctan(x) + \arctan(y)) = \tan\left(\arctan\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)\right)$ donc $\arctan(x) + \arctan(y) = \arctan\left(\frac{x+y}{1-xy}\right) + k\pi$ avec $k \in \{-1, 0, 1\}$ suivant le signe de $\frac{x+y}{1-xy}$
   e. $f'(x) = 0$
   f. $f(1) = \frac{\pi}{2}, f(-1) = -\frac{\pi}{2}$ donc $\arctan(x) + \arctan(\frac{1}{x}) = signe(x)\frac{\pi}{2}$
   a. $k = 2p\pi, -\frac{\pi}{2} \leq x - k\pi < \frac{\pi}{2}, \arcsin(\sin(x)) = \arcsin(\sin(x - 2p\pi)) = \arcsin(\sin(x - k\pi)$ avec $k = E\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$
   b. $\arcsin(\sin(y)) = \arcsin(\sin(\pi - y)) = \pi - y$ car $-\frac{\pi}{2} \leq \pi - y \leq \frac{\pi}{2}$
   c. $\left(k = (2p+1)\pi, \frac{\pi}{2} + (k-1)\pi \leq x < \frac{\pi}{2} + k\pi\right) \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2} \leq x - 2p\pi < \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \left(-\frac{\pi}{2} \leq \pi -\right.$ avec $k = E\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$
   d. Utiliser ce qui précéde
   a. $k' = E(\frac{x}{\pi})$
   b. $(k' = 2p'\pi, k'\pi \leq x < (k'+1)\pi) \Rightarrow (0 \leq x - 2p'\pi < \pi) \Rightarrow (x - k'\pi = x - 2p'\pi = \arccos$
   c. $y \in [-\pi, 0] \Rightarrow -y \in [0, \pi] \Rightarrow \arccos(\cos(y)) = \arccos(\cos(-y)) = -y$
   d. $(k' = (2p'+1)\pi, k'\pi \leq x < (k'+1)\pi) \Rightarrow (-\pi \leq x - (2p'+2)\pi < 0) \Rightarrow (0 \leq -x + (2p'$
   e. Utiliser les questions précédentes

Fonctions usuelle

Vus en TD