

CONTRÔLE : *Géométrie affine et euclidienne*
Courbes planes et coniques.

MPSI-Maths.

Mr Mamouni : *myismail1@menara.ma*

Source disponible sur :

©<http://www.chez.com/myismail>

Lundi 25 Juin 2007.

Durée 1 heure.

Conseils pour la rédaction et la présentation des copies.

- Chaque variable utilisée dans une démonstration doit être définie.
- L'énoncé ne doit pas être recopié sur les copies.
- Chaque résultat annoncé doit être justifié en citant précisément le théorème du cours avec ses hypothèses exactes utilisé ou en citant le numéro de la question précédente utilisée.
- Les résultats importants doivent être simplifiés et encadrés.
- Les calculs doivent être détaillés et expliqués à l'aide de phrases simples.
- Laisser une marge à gauche de chaque feuille, en tirant un trait vertical, et un horizontal de la 1ère double feuille pour la note et les remarques du correcteur.
- Numéroté les double feuille de la façon suivante : $1/n, 2/n, \dots, n/n$ où n est le nombre total de double feuille.
- Les questions doivent être traités dans l'ordre de l'énoncé.
- Tirer deux traits diagonaux pour rayer une partie du raisonnement que vous considérez fausse.

Barème sur 30 points, dont 2 points pour la présentation et la rédaction.

Exercice 1. Reconnaître les transformation affine définies dans le repère cartésien canonique par les expressions analytiques suivantes :

$$1) \begin{cases} x' = \frac{1}{2}(-x - \sqrt{3}y) - 6 \\ y' = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x - y) + 7 \end{cases} \quad (1 \text{ points})$$

$$2) \begin{cases} x' = 3x + 4y - 2z - 4 \\ y' = -2x - 3y - 2z + 4 \\ z' = -4x + 8y + 5z - 8 \end{cases} \quad (2 \text{ points})$$

Exercice 2. Soit \mathcal{C} la conique dont l'équation cartésienne dans le repère canonique est :

$$3x^2 - 2xy + 3y^2 - 4x - 4y = 2$$

- 1) Préciser la nature de \mathcal{C} . (0.5 point)
- 2) Donner son équation réduite. (1.5 points)
- 3) Préciser son foyer, son excentricité et sa directrice. (1 points)

Exercice 3. Déterminer l'équation de la perpendiculaire commune des deux droites d'équations :

$$D_1 : \begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}, \quad D_2 : \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - y + z = 4 \end{cases}$$

En déduire $d(D_1, D_2)$. (2 points)

Exercice 4. Dessiner les courbes planes d'équation :

$$1) \begin{cases} x(t) = \frac{t^3}{t^2 + t - 2} \\ y(t) = \frac{t^2 - 2t}{t - 1} \end{cases} \quad (1.5 \text{ points})$$

$$2) \rho(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{\sin \theta + \cos \theta}. \quad (1.5 \text{ points})$$

Bonne Fin d'année.