

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
وَ قُلْ إِعْمَلُوا فَسَيَرَى اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَ رُسُولُهُ وَ  
الْمُؤْمِنُونَ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمِ

## Contrôle 08-09: Géométrie, coniques Nombres réels

Lundi 22 Janvier 2009

Durée : 2 heures

### Communiqué du jour :

Beaucoup d'élèves se sont demandé les causes de la suspension provisoire du service "blague du jour". En réponse : les conditions de la guerre en Gaza ne permettaient pas de continuer d'assurer ce service d'autant plus que notre fournisseur ; un jeune enfant de 4ans de Gaza, a perdu son inspiration, plus encore toute sa famille sauf sa mère lors d'un raid sur une école de l'ONU. Les raisons de la reprise de ce service sont les suivantes : Les atrocités de la vie ne nous empêcherait jamais de rire, d'autant plus que notre fournisseur a repris sa vie normale, plus encore sa mère (voir photo) lui ordonne de continuer à assurer son travail



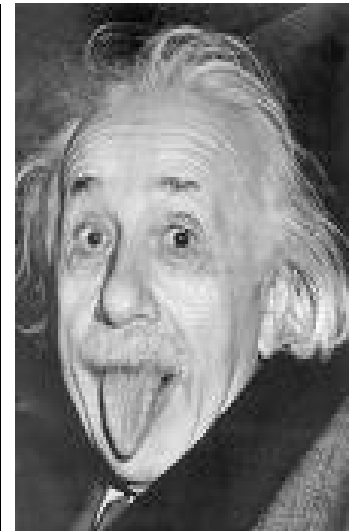
### Mathématicien du jour

Einstein

Albert Einstein (1879-1955) était un physicien allemand, puis apatride, suisse, et enfin helvético-américain.

Il a publié la théorie de la relativité restreinte en 1905 et une théorie de la gravité dite relativité générale en 1915. Il a largement contribué au développement de la mécanique quantique et de la cosmologie. Il a reçu le prix Nobel de physique en 1921 pour son explication de l'effet photoélectrique. Son travail est notamment connu pour l'équation  $E = mc^2$ , qui établit une équivalence entre la matière et l'énergie d'un système. 1900-1902 sera une période de précarité pour Einstein qui postulera à de nombreux postes sans être accepté.

Juif et pacifiste, sa sécurité était menacée avec la montée du parti nazi en Allemagne. Il décide de ne plus revenir en Allemagne. Après un court séjour sur la côte belge, il s'installe aux États-Unis où il continua son combat de pacifiste contre l'armement nucléaire.



### Exercice 1.

Proposé par Mr El Hajoui

Soient  $A$  et  $B$  deux parties non vides de  $\mathbb{R}$ .

1-a) Montrer que  $A \cup B$  est majorée si et seulement si les deux parties  $A$  et  $B$  sont majorées.

b) Lorsque  $A$  et  $B$  sont majorées, prouver :  $\sup(A \cup B) = \max(\sup A, \sup B)$ .

2- On suppose que  $A$  et  $B$  sont non vides, majorées et  $A \cap B \neq \emptyset$ .

a) Montrer que  $A \cap B$  est majorée et que  $\sup(A \cap B) \leq \min(\sup A, \sup B)$ .

b) Peut-on avoir une inégalité stricte ?

3- On pose  $A + B = \{a + b : (a, b) \in A \times B\}$ .

- a) Prouver que  $A + B$  est majorée si et seulement si  $A$  et  $B$  sont majorées.  
b) Lorsque  $A$  et  $B$  sont majorées, prouver :  $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$ .
- 

**Exercice 2.**

Proposé par Mr El Hajoui

---

Soient  $O$  un point de l'espace orienté  $\xi$ ,  $\vec{u}$  un vecteur non nul et  $f$  l'application qui associe à tout point  $M$  le point  $M'$  vérifiant :

$$\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM} - \vec{u} \wedge \overrightarrow{OM}.$$

1- Déterminer  $\Delta$  l'ensemble des points invariants par  $f$ .

2- Soit  $M \in (\xi \setminus \Delta)$ .

- a) Montrer que la droite  $(MM')$  est perpendiculaire au plan déterminé par  $\Delta$  et  $M$ .  
b) Montrer que :  $MM' = \|\vec{u}\|d(M, \Delta)$ .

.

*Fin*  
*Bonne chance*