

MPSI 1
CPGE Agadir

Contrôle 1
Corrige

1. \emptyset
2. prendre $f(1) = 3, f(3) = 1$ et $f(k) = k$ si $k \in \{2, 4, 5\}$
3. facile
4. celle de la question 2
5. $h(x) \neq x \Rightarrow h(h(x)) \neq h(x)$ (car h est injective) $\Rightarrow h(x) \in \text{supp}(h) \Rightarrow h(x) \notin \text{supp}(g) \Rightarrow g(h(x)) = h(x)$
6. prendre $x \in [1, n]$ et étudier les cas suivants: ($x \in \text{supp}(h)$ et $x \notin \text{supp}(g)$) ou ($x \notin \text{supp}(h)$ et $x \notin \text{supp}(g)$) et montrer alors que $h \circ g(x) = g \circ h(x)$ (NB : le cas ($x \in \text{supp}(g)$ et $x \notin \text{supp}(h)$) ressemble au 1er et le cas ($x \in \text{supp}(g)$ et $x \in \text{supp}(h)$) est impossible)
7. $\text{supp}(g) \subset \text{supp}(f)$ et $\text{supp}(h) \subset \text{supp}(f)$ par définition de \mathfrak{R} d'autre part ($x \notin \text{supp}(g)$ et $x \notin \text{supp}(g)$) $\Rightarrow (g(x) = x$ et $h(x) = x) \Rightarrow f(x) = x \Rightarrow x \notin \text{supp}(f)$ d'où l'autre inclusion par contra posée
8. facile
9. si f irréductible, termine sinon $f = g \circ h$ et on discute encore sur g et h jusqu'à épuisement des éléments
10. ressemble à la division et nombres premiers dans \mathbb{N}