

Contrôle N°3

Samedi le 23-Novembre-2002

Programme:Suites Réelles

Durée:1h

Exercice 1:(5 points)

$\forall n \in \mathbb{N}$ on pose : $u_n = \frac{1}{C_{n+p}^p}$, $S_n = \sum_{k=1}^n u_k$ (p étant un entier naturel fixé dans tout l'exercice)

1. (1 pt) Montrer que : $p \in \{0, 1\} \Rightarrow S_n$ diverge.
On suppose dans la suite $p \geq 2$
2. (0.5 pts) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, (n+p+2)u_{n+2} = (n+2)u_{n+1}$.
3. (1 pt) En déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}; (p-1)S_n = 1 - (n+p+1)u_{n+1}$.
4. (0.5 pts) $\forall n \in \mathbb{N}$ on pose : $v_n = (n+p)u_n$, montrer que (v_n) est décroissante.
5. (0.25 pts) En déduire que (v_n) converge vers une limite $l \geq 0$.
6. (0.75 pts) Montrer que $u_n \rightarrow 0$
7. (0.25 pts) En déduire alors que S_n converge vers une limite S qu'on exprimera en fonction de p, l
8. (0,75 pts) Montrer que: $l = 0$, exprimer S en fonction de p

Exercice 2:

1. (1,5 pt) Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} nr^n = 0$ où $r \in]0, 1[$
2. (1,5 pt) Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln(n)r^n = 0$ où $r \in]0, 1[$
3. (2 pts) Montrer que $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \ln(n)$ (indication : On pourra utiliser les integrales)