Préparation aux Oraux 2025

Extraits Centrales Supélec

Planche 1

Math 2 (Python)

Soit f continue de $[a, b]$ dans $\mathbf{R}$ $(a < b)$. On suppose que f atteint un minimum unique en $t_0 \in]a, b[$. On suppose de plus que f est strictement décroissante sur $[a, t_0]$, strictement croissante sur $[t_0, b]$. Le but est de trouver t_0. On définit pour cela deux suites (a_n) et (b_n) de $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ par $a_0 = a$, $b_0 = b$ puis, supposant a_n et b_n définies : on pose $\lambda_n = a_n + r^2\ell_n$, $\mu_n = a_n + r\ell_n$ avec $\ell_n = b_n - a_n$ et r la solution positive de $x^2 + x = 1$. Alors, si $f(\lambda_n) \geq f(\mu_n)$, on pose $a_{n+1} = \lambda_n$ et $b_{n+1} = b_n$. Sinon, on pose $a_{n+1} = a_n$ et $b_{n+1} = \mu_n$.

Montrer que (a_n) et (b_n) convergent vers t_0. Exprimer ℓ_n en fonction de r, n, a et b.

Python : programmer l'algorithme ci-dessus, le tester avec $f : x \mapsto \sin x$ sur $[\pi, 2\pi]$, avec t_0 à 10^{-7} près.

Autres questions : généralisations à des fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles.

Math 1

Dans une urne se trouvent $n > 1$ boules dont $j \geq 0$ rouges et le reste blanches. On tire deux boules sans remise. Si elles sont de même couleur on les remet dans l'urne. Si elles sont de couleurs différentes on les enlève puis on met dans l'urne deux boules de la couleur de la deuxième.

On note X_k la variable aléatoire nombre de boules rouges dans l'urne au bout du k-ième tirage de deux boules. On note U_k le vecteur colonne

$$U_k = (P(X_k = 0), \dots, P(X_k = n))$$

1. Trouver la matrice $A \in \mathcal{M}_{n+1}(\mathbf{R})$ telle que

$$U_{k+1} = AU_k$$

2. Donner A pour $n = 4$.
3. Donner son polynôme caractéristique. Est-elle diagonalisable ?

Planche 2

Math 2 (Python)

Soit f développable en série entière sur $]-R,R[$, $R>0$. On définit, sur $\mathbf{R}$,

$$u_n \ : \ x \mapsto e^x - \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$$

et, sur $]-R,R[$,

$$v_n \ : \ x \mapsto n f^{(n)}(0) u_n(x)$$

1. (Python) Calculer pour différentes valeurs de $x \in [-1,1]$ et $N \in \mathbf{N}_*$

$$\sum_{n=1}^{N} n\left(e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} - \ldots - \frac{x^n}{n!}\right)$$

   et tracer la fonction $x \mapsto \sum_{n=1}^{N} n\left(e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} - \ldots - \frac{x^n}{n!}\right)$ sur $[-1,1]$. Tracer la fonction $x \mapsto x^2 e^x$. Que conjecture-t-on ?

2. Montrer que

$$\forall x \in \mathbf{R} \qquad \forall n \in \mathbf{N} \qquad |u_n(x)| \leq e^{|x|} \frac{|x|^{n+1}}{(n+1)!}$$

3. Montrer que $\sum v_n$ converge simplement sur $]-R,R[$. On pose

$$v \ : \ x \longmapsto \sum_{n=0}^{+\infty} n f^{(n)}(0) u_n(x)$$

4. Montrer que v est solution d'une équation différentielle avec un second membre qui dépend de f.

Math 1

Soit $(A,+,\times,.)$ une $\mathbf{R}$-algèbre commutative, intègre, de dimension $n \geq 2$.

1. Soit $a \in A \setminus \{0_A\}$, $f \ : \ x \mapsto a \times x$. Montrer que f est linéaire, en déduire que a est inversible.
2. Montrer que tout $a \in A$ admet un polynôme annulateur non constant.
3. Montrer que $(\mathbf{C},+,\times,.)$ est la seule $\mathbf{R}$-algèbre de dimension 2 à isomorphisme près. Questions intermédiaires : Montrer que toute famille $(1_A, a, a^2)$ est liée, montrer qu'il existe $a \in A$ tel que $(1_A, a)$ soit libre, montrer qu'il existe $a \in A$ tel que $a^2 = -1_A$.

Exercices Bonus (donné en direct au tableau sans préparation)

Exercice 1 Soit E un sev de dimension ≥ 2, V et W des sev de $\mathcal{L}(E)$ autres que $\{\Theta\}$ tels que $V \oplus W = \mathcal{L}(E)$ et

$$\forall (v,w) \in V \times W \qquad v \circ w + w \circ v = \Theta$$

1. Soit $(v,w) \in V \times W$ tels que $Id_E = v + w$. Montrer que v et w sont deux projecteurs non nuls.
2. Soit $\mathcal{B}$ adaptée à $E = \mathrm{Ker}v \bigoplus \mathrm{Im}v$. Donner la matrice dans la base $\mathcal{B}$ des éléments de V et W.
3. Qu'en déduit-on ?

Exercice 2 Soit l'équation différentielle

$$y'' - y = \frac{1}{1+x^2}$$

(sur $\mathbf{R}$). Résoudre ; puis : y-a-t-il des solutions bornées ?

Planche 1

Math 2 (Python)

commentaires (h.g.)

Examinateur "banal" : très sympathique, très silencieux (beaucoup moins cependant avec mon prédécesseur, qui ne connaissait pas la définition d'un fermé...). A préciser néanmoins concernant la partie informatique : l'examinateur passe vérifier les programmes demandés, mais en quelques secondes seulement. On passe directement au tableau, sans s'appesantir sur le côté programmation, que celui-ci soit juste ou faux.

---

commentaires (b.a.)

Dans le premier cas, on a

$$\ell_{n+1} = b_{n+1} - a_{n+1} = b_n - \lambda_n = (1 - r^2)\ell_n = r\ell_n$$

Dans le deuxième cas,

$$\ell_{n+1} = b_{n+1} - a_{n+1} = \mu_n - a_n = r\ell_n$$

On a donc, par récurrence,

$$\ell_n = r^n(b - a)$$

d'où, en particulier, la convergence de la suite (ℓ_n) vers 0 (car $0 < r < 1$) (on a oublié de dire que (ℓ_n) était à termes positifs). On vérifie aussi que $a_n \leq a_{n+1}$ et $b_{n+1} \leq b_n$ en distinguant les cas. Plus généralement, on a, avec $0 < r < 1$,

$$a_n \leq \lambda_n \leq \mu_n \leq b_n$$

Les suites (a_n) et (b_n) sont donc adjacentes. Or si $f(\lambda_n) \geq f(\mu_n)$, comme en fait $\ell_n > 0$ et $0 < r^2 < r$ donc $\lambda_n < \mu_n$, on a $t_0 \geq \lambda_n$ (par l'absurde). On obtient en étudiant de même l'autre cas que $a_n \leq t_0 \leq b_n$ dans tous les cas, d'où une convergence et surtout un encadrement de t_0 à chaque pas, avec une vitesse de convergence géométrique.

Math 1

commentaires (h.l.)

L'exercice était simple dans la mesure où on ne se perdait pas. Cependant les calculs étaient longs, l'interrogateur était obligé de donner les résultats pour qu'on puisse passer à la question suivante. L'interrogateur a aussi profité de la partie algèbre pour poser des questions de cours directes et simples.

---

commentaires (b.a.)

On peut avoir $X_{k+1} = X_k$ (si on a tiré deux boules de même couleur au $(k+1)$ième tirage) (remarque : pour ce genre d'énoncé, ne pas hésiter à dessiner une urne avec quelques boules si cela vous aide à réfléchir), $X_{k+1} = X_k - 1$ (si au $(k+1)$ième tirage on a tiré une boule rouge puis une blanche), ou $X_{k+1} = X_k + 1$ (si au $(k+1)$ième tirage on a tiré une boule blanche puis une rouge).
Les tirages sans remise (loi hypergéométrique, hors programme) sont plus délicats que les tirages sont remise (loi binomiale). Rappelons que pendant l'année on a discuté la possibilité de considérer évidente l'équivalence entre tirage sans remise et tirage simultané. Mais ici, on a une notion de deuxième boule tirée, il n'est donc pas très adapté de parler de tirage simultané.
On utilise le système complet d'évènements $((X_k = s))_{0 \leq s \leq n}$ pour écrire

$$P(X_{k+1} = r) = \sum_{s=0}^{n} P(X_{k+1} = r, X_k = s)$$

somme dans laquelle ne restent qu'au plus trois termes non nuls d'après la remarque qui vient d'être faite. Il faut faire attention aux extrémités :

$$\begin{aligned}
P(X_{k+1}=0) &= P(X_{k+1}=0, X_k=0) + P(X_{k+1}=0, X_k=1) \\
&= P(X_k=0) + P(X_k=1)P_{(X_k=1)}(X_{k+1}=0) \\
&= P(X_k=0) + \frac{1}{n}P(X_k=1)
\end{aligned}$$

(se retrouver avec 0 boule rouge à partir d'une urne qui en contenait 1, c'est l'avoir tirée en premier ; on aura alors tiré une blanche en deuxième, et remplacé les deux par deux blanches). De même

$$\begin{aligned}
P(X_{k+1}=1) &= P(X_{k+1}=1, X_k=1) + P(X_{k+1}=1, X_k=2) \\
&= \frac{(n-1)(n-2)}{n(n-1)}P(X_k=1) + \frac{2}{n} \times \frac{n-2}{n-1}P(X_k=2)
\end{aligned}$$

(si on avait 0 boule rouge après k tirages, on en a toujours 0 par la suite. Dans ce calcul on suppose $n > 2$. On a intérêt à considérer les tirages successifs. Donc la probabilité de tirer une blanche puis une blanche sans remise dans une urne de n boules dont une est rouge vaut $\frac{n-1}{n} \times \frac{n-2}{n-1}$. Celle de tirer une rouge puis une rouge est évidemment nulle) De l'autre côté :

$$\begin{aligned}
P(X_{k+1}=n) &= P(X_{k+1}=n, X_k=n) + P(X_{k+1}=n, X_k=n-1) \\
&= P(X_k=n) + P(X_k=n-1)P_{(X_k=n-1)}(X_{k+1}=n) \\
&= P(X_k=n) + \frac{1}{n}P(X_k=n-1)
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
P(X_{k+1}=n-1) &= P(X_{k+1}=n-1, X_k=n-1) + P(X_{k+1}=n-1, X_k=n-2) \\
&= \frac{(n-1)(n-2)}{n(n-1)}P(X_k=n-1) + \frac{n-2}{n} \times \frac{2}{n-1}P(X_k=n-2)
\end{aligned}$$

Enfin, si $2 \leq r \leq n-2$,

$$\begin{aligned}
P(X_{k+1}=r) &= P(X_{k+1}=r, X_k=r-1) + P(X_{k+1}=r, X_k=r) + P(X_{k+1}=r, X_k=r+1) \\
&= \frac{n-r+1}{n} \times \frac{r-1}{n-1}P(X_k=r-1) + \left(\frac{n-r}{n} \times \frac{n-r-1}{n-1} + \frac{r}{n}\frac{r-1}{n-1}\right)P(X_k=r) \\
&+ \frac{r+1}{n} \times \frac{n-r-1}{n-1}P(X_k=r-1)
\end{aligned}$$

Effectivement, il est à peu près impossible de faire tous ces calculs attentivement dans un oral d'une demi-heure sans préparation, ou alors on ne fera vraiment pas grand chose d'autre. Si l'interrogateur voit que le candidat « raisonne juste », il *lui donnera des choses pour passer à la suite, c'est ce qui visiblement est arrivé à Houssam et c'est très normal.* Pour $n = 4$, on doit trouver la matrice suivante (sauf erreur) :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 1/3 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 1 \end{pmatrix}$$

Les sommes des coefficients dans chaque colonne sont égales à 1, ce qui est rassurant : c'est dû au fait qu'une probabilité conditionnelle est une probabilité. Pour le polynôme caractéristique, c'est épuisant. . .même si théoriquement on s'en sort, puisqu'il s'agit de matrices dites tridiagonales. Un exercice (trop) technique. . .

Planche 2

Math 2 (Python)

commentaires(l.a.)

Examinateur sympathique, à l'écoute, qui cherchait le dialogue. Ma fonction Python ne marchait pas, mais l'idée était là. L'examinateur a porté beaucoup d'attention à cette question, on a dû passer 10 minutes à chercher pourquoi la fonction ne renvoyait pas le bon résultat, sans succès. Dommage, plus beaucoup de temps pour faire la partie mathématique.

commentaires(b.a.)

Commentaire sur le commentaire de Lucas, d'abord : quand un programme semble correct et qu'il ne marche pas, c'est très naturel de vouloir voir ce qui se passe. Je comprends donc l'attitude de l'examinateur. C'est frustrant pour tout le monde, mais quand on ne trouve pas mieux que le candidat, quand celui-ci est dans une bonne attitude de recherche, le pronostic est plutôt favorable, chercher ensemble a tendance à créer une sympathie, et a priori c'est bien pour la note !
Question 2 : Taylor-Lagrange. En revanche, la conjecture de la question 1 se montre par Taylor-reste-intégrale.
Questions 3 et 4 : Taylor avec reste-intégrale, et festival d'interversions pour obtenir sauf erreur sur mon brouillon une équation

$$v'(x) = v(x) + x\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$$

(apparemment, vu les calculs faits ci-dessous, cela doit être faux !)
De la majoration du 2. on déduit

$$\left|nf^{(n)}(0)u_n(x)\right| \leq n|f^{(n)}(0)|\ e^{|x|}\,\frac{|x|^{n+1}}{(n+1)!} \leq |f^{(n)}(0)|\ e^{|x|}\,\frac{|x|^{n+1}}{n!}$$

d'où la convergence absolue de $\sum v_n$ et même normale sur tout segment inclus dans $]-R, R[$. Notons que les v_n sont de classe C^1. Calculons $u_n'(x) = u_{n-1}(x)$
Ce qui permet assez facilement d'obtenir, par la majoration précédente, une convergence uniforme car normale sur tout segment inclus dans $]-R, R[$ de $\sum v_n'$. Donc par théorème v est C^1 et

$$\forall x \in]-R, R[\quad v'(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} nf^{(n)}(0)u_{n-1}(x)$$

et donc

$$\forall x \in]-R, R[\quad v(x) - v'(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} nf^{(n)}(0)\frac{x^n}{n!} = x\sum_{n=1}^{+\infty} f^{(n)}(0)\frac{x^{n-1}}{(n-1)!} = xf'(x)$$

commentaires(l.a.)

Examinateur sympathique, à l'écoute, qui cherchait le dialogue. Ma fonction Python ne marchait pas, mais l'idée était là. L'examinateur a porté beaucoup d'attention à cette question, on a dû passer 10 minutes à chercher pourquoi la fonction ne renvoyait pas le bon résultat, sans succès. Dommage, plus beaucoup de temps pour faire la partie mathématique.

commentaires(b.a.)

Commentaire sur le commentaire de Lucas, d'abord : quand un programme semble correct et qu'il ne marche pas, c'est très naturel de vouloir voir ce qui se passe. Je comprends donc l'attitude de l'examinateur. C'est frustrant pour tout le monde, mais quand on ne trouve pas mieux que le candidat, quand celui-ci est dans une bonne attitude de recherche, le pronostic est plutôt favorable, chercher ensemble a tendance à créer une sympathie, et a priori c'est bien pour la note !
Question 2 : Taylor-Lagrange. En revanche, la conjecture de la question 1 se montre par Taylor-reste-intégrale.
Questions 3 et 4 : Taylor avec reste-intégrale, et festival d'interversions pour obtenir sauf erreur sur mon brouillon une équation

$$v'(x) = v(x) + x\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$$

(apparemment, vu les calculs faits ci-dessous, cela doit être faux !)
De la majoration du 2. on déduit

$$\left|nf^{(n)}(0)u_n(x)\right| \leq n|f^{(n)}(0)|\ e^{|x|}\frac{|x|^{n+1}}{(n+1)!} \leq |f^{(n)}(0)|\ e^{|x|}\frac{|x|^{n+1}}{n!}$$

d'où la convergence absolue de $\sum v_n$ et même normale sur tout segment inclus dans $]-R,R[$. Notons que les v_n sont de classe C^1. Calculons $u_n'(x) = u_{n-1}(x)$
Ce qui permet assez facilement d'obtenir, par la majoration précédente, une convergence uniforme car normale sur tout segment inclus dans $]-R,R[$ de $\sum v_n'$. Donc par théorème v est C^1 et

$$\forall x \in]-R,R[\quad v'(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} nf^{(n)}(0)u_{n-1}(x)$$

et donc $$\forall x \in]-R,R[\quad v(x) - v'(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} nf^{(n)}(0)\frac{x^n}{n!} = x\sum_{n=1}^{+\infty} f^{(n)}(0)\frac{x^{n-1}}{(n-1)!} = xf'(x)$$

Math 1

commentaire(b.a.)

Première question très intéressante. f est linéaire, or elle est injective, et on est en dimension finie, donc f est surjective, 1_A est atteint...Un grand classique !
Deuxième question à peu près du cours (plusieurs manières de procéder, la plus « haut niveau » étant de dire que le morphisme $P \mapsto P(a)$ (détail : ce n'est pas $\widetilde{P}$, ici) est non injectif sur $\mathbf{K}[X]$ car celui-ci est de dimension finie. Mais aussi bien, plus élémentairement, la famille $(1_A, a, \ldots, a^n)$ est liée...

En dimension 2, on peut choisir $a \notin \mathrm{Vect}(1_A)$. La famille $(a^2, a, 1_A)$ est liée, la famille $(1_A, a)$ est libre, c'est donc une base de A, donc il existe u et v réels tels que

$$a^2 = ua + v1_A$$

Maintenant cherchons $b = \alpha a + \beta 1_A$ tel que $b^2 = -1_A$. Cela équivaut à

$$\begin{cases} \alpha^2 u + 2\alpha\beta & = & 0 \\ \alpha^2 v + \beta^2 & = & -1 \end{cases}$$

ce qui équivaut à $\beta = -\dfrac{u}{2}\alpha$ et $\alpha^2(v + \dfrac{u^2}{4}) = -1$. On aimerait vraiment avoir

$$v + \frac{u^2}{4} < 0$$

Ce qui ressemble à un discriminant...mais de quoi ? Rappelons qie

$$a^2 - ua - v1_A = 0_A$$

Si $u^2 + 4v \geq 0$ on peut factoriser le polynôme $X^2 - uX - v$, par intégrité de A on conclut que $(1_A, a)$ est liée, non...On a donc trouvé b, l'isomorphisme avec $\mathbf{C}$ est alors bien simple.

Exercices Bonus (donné en direct au tableau sans préparation)

commentaires (r.b.)

Exercice 1 : j'avais un peu de mal à me réveiller, mais j'ai vite commencé à raconter des choses, plein de choses, qui n'aboutissaient pas forcément, mais finalement j'ai fini par le faire.

Exercice 2 : c'était un peu mieux, ça allait plus vite.
Examinateur complètement silencieux jusqu'à la dernière question où il m'a éclairci un peu le chemin.

---

commentaires (b.a.)

Exercice 1 On compose par v à gauche et à droite : $v = v^2 + v \circ w$, $v = v^2 + w \circ v$. On ajoute, on obtient $v = v^2$. De même $w = w^2$. Non nuls ? si l'un est nul, l'autre est Id_E. Supposons $Id_E \in V$, alors, pour tout $w \in W$, $w + w = \Theta$. Donc $W = \{\Theta\}$. Et $V = L(E)$. Non.
Ensuite, si $w \in W$, si $x \in \mathrm{Ker} v$, $v(w(x)) = 0_E$, donc $\mathrm{Ker} v$ est stable par w. De même $w(v(y)) = -v(w(y))$ montre que $\mathrm{Im}(v)$ est stable par w. Mais par rapport à v, les noyau et image de w sont permutés, et donc $\mathrm{Ker} v$ et $\mathrm{Im} v$ sont aussi stables par tous les éléments de V. Bref les matrices de tous les éléments de V et de W dans B sont diagonales par blocs. Ce qui implique que tous les éléments de $L(E)$ ont la même propriété. On en déduit que cela ne peut pas se produire.

Exercice 2 Solutions de l'équation homogène : $x \mapsto ae^x + be^{-x}$, a et b réels. On cherche ensuite une solution de la forme

$$\phi \ : \ x \mapsto a(x)e^x + b(x)e^{-x}$$

avec la condition additionnelle

$$\forall x \in \mathbf{R} \qquad e^x a'(x) + e^{-x} b'(x) = 0$$

on a alors

$$\phi' \ : \ x \mapsto a(x)e^x - b(x)e^{-x}$$

et

$$\phi'' \ : \ x \mapsto a'(x)e^x - b'(x)e^{-x} + a(x)e^x + b(x)e^{-x}$$

$\phi''(x) - \phi(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ devient alors

$$e^x a'(x) - e^{-x} b'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

On obtient $a'(x) = \dfrac{e^{-x}}{2(1+x^2)}$, $b'(x) = -\dfrac{e^x}{2(1+x^2)}$, et donc les solutions :

$$x \mapsto Ke^x + Le^{-x} + e^x \int_0^x \frac{e^{-t}}{2(1+t^2)} \mathrm{d}t - e^{-x} \int_0^x \frac{e^t}{2(1+t^2)} \mathrm{d}t$$

De plus, $Le^{-x} \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$, et $e^{-x} \displaystyle\int_0^x \frac{e^t}{2(1+t^2)} \mathrm{d}t \xrightarrow[x \to +\infty]{} 0$ (pour cette dernière, intégration de la relation o, cas de non intégrabilité, en partant de

$$\frac{e^x}{2(1+x^2)} = \underset{x \to +\infty}{\mathrm{o}} (e^x)$$

ou alors majoration simple). Pour que la fonction soit bornée, on voit alors qu'il faut

$$K = -\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{2(1+t^2)}\mathrm{d}t$$

Mais, réciproquement, la fonction

$$x \mapsto -e^x \int_x^{+\infty} \frac{e^{-t}}{2(1+t^2)}\mathrm{d}t$$

est bornée au voisinage de $+\infty$ comme on le voit avec intégration de la relation o, cas d'intégrabilité cette fois, en partant de

$$\frac{e^{-x}}{2(1+x^2)} = \underset{x\to+\infty}{\mathrm{o}}\left(e^{-x}\right)$$

Et elle tend vers 0 en $-\infty$, intégration des relations de comparaison ou majoration directe. On traite de même l'autre partie de l'expression, on trouve une solution bornée, une seule d'ailleurs.

Oral 18 (Remi Cecchinato, Centrale math 2).
Soit

$$M = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et $u \in L(\mathbf{R}^4)$ canoniquement associé à M.

1. Si $x \in \{e_1, \ldots, e_4\}$, conjecturer la valeur de

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} u^k(x)\right)$$

2. (a) Montrer que $P_M = (X^2 + aX + b)^2$ avec a et b des réels à calculer. En déduire un polynôme annulateur de M de degré 2.

   (b) Trouver un plan vectoriel F stable par u. Donner la matrice de $u|_F$ dans une base orthonormale de F.

   (c) Montrer qu'il existe une base $\mathcal{B}'$ telle que

$$\mathcal{M}_{\mathcal{B}'}(u) = \begin{pmatrix} M_1 & (0) \\ (0) & M_2 \end{pmatrix}$$

commentaires(r.c.)

Je n'ai pas pensé à utiliser Python pour la conjecture, d'pù une perte de temps. Et je me suis trompé dans le calcul du polynôme caractéristique. Donc je n'avais pas grand chose en arrivant au tableau. L'examinateur a dû bien aider au début.