

Préparation Oral 2021
Etroub Mines - Télécom

Ex1 : Convergence et calcul de $I = \int_0^{+\infty} \ln\left(\frac{1+t^2}{t^2}\right) dt$

Ex2 : arg de $\sum_{n \geq 0} \cos\left(\pi n^2 \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)\right)$

Ex3 : X, Y var. discrètes positives > 0 indépendantes
et suivent la loi loi, mg $E\left(\frac{X}{Y}\right) \geq 1$

Ex4 : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \sin\left(\frac{k\pi}{n+1}\right) = ?$

Ex5 : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n^2}$

Ex Bonus : $A, B \in \mathcal{M}_n^+(\mathbb{R})$ mg $\det(A+B) \geq \max(\det A, \det B)$

Théorèmes

Ex 1

Cage : utiliser les DL
Calcul : IPP $\mu' = 1$

Ex 2

DL

Ex 3

- 1) $E(XY) = E(X)E(\frac{1}{X})$
- 2) Cauchy Schwarz $\sqrt{x}$ et $\frac{1}{\sqrt{x}}$

Ex 4

1) Rappel le théorème de Riemann

Ex 5

DL $a^x = e^{x \ln a}$

Bonus

1) traiter le cas $A, B \in \mathcal{J}_n^{++}(\mathbb{R})$

2) Mq $\exists R \in \mathcal{J}_n^{++}(\mathbb{R})$ $A = R^2$

3) Mq $A \in \mathcal{J}_n^{++}(\mathbb{R})$, $B \in \mathcal{J}_n^{++}(\mathbb{R}) \Rightarrow AB$ diagonale
 $\text{Sp}(AB) \subset \mathbb{R}^+$

$$AB = R^2 B R R^{-1} \Rightarrow AB \sim R B R \Rightarrow$$

4) $\det(A+B) = \det A \underbrace{\det(I + A^{-1}B)}_{\geq 1}$

car $A^{-1}B \sim R^{-1}BR^{-1}$
 $\text{Sp}(A^{-1}B) \subset \mathbb{R}^+$