MPSI 1 **2002-2003**

CPGE Agadir

Feuille d'exercices N°29

Mercredi le:18-Juin-2003

Champs de Vecteurs & *Cinématique*

1. Dans chacun des cas suivants calculer le flux de $\vec{V}$ a travers la surface S orientée vers l'extérieur.:
   a. $\vec{V}(x,y,z) = (x2,y2,z2)$, S une sphère quelconque.
   b. $\vec{V}(x,y,z) = (y,x,y+z)$, $S = \{(x,y,z) \in IR^3/2x+y+z = 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.
   c. $\vec{V}(x,y,z) = (y^2,x^2,z^2)$, S est le bord de $\{(x,y,z) \in IR^3/x^2+y^2+z^2 \leq 1, z \geq 0\}$.
   d. $\vec{V}(x,y,z) = (x,y,-2z)$,S est la partie du cône d'équation : $x^2+y^2+z^2 = 0$ comprise entre les plans d'équations $z = 0$ et $z = 1$
2. Calculer les intégrales curvilignes:
   a. $\int_{(\gamma)}(x^2+y^2)ds$ où (γ) est le cercle de centre O et de rayon R.
   b. $\int_{(\gamma)} xyds$ où (γ) est l'ellipse d'équation : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.
   c. $\int_{(\gamma)} \omega$ où $\omega = \frac{(x-y)dx+(x+y)dy}{x^2+y^2}$
      i. $(\gamma) = \wp(O,1)$
      ii. (γ) =le carré de diagonale $A(1,-1);B(-1,1)$
3. Calculer : $\iint_D (x+y)dxdy$ où $D = \left\{(x,y) \in IR^2 \text{ tels que : } x \geq 0; y \geq 0; x^2+y^2 \leq 1\right\}$
   a. Directement
   b. A l'aide d'un changement de variable bien choisi
   c. A l'aide du théoréme de Green-Riemann
4. Reprendre les méme questions pour : $\iint_D xydxdy$ où $D = \left\{(x,y) \in IR^2 \text{ tels que : } x \geq 0; y \geq 0; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\right\}$
5. Soit $\vec{V}$ un champs de vecteurs de classe $\wp^2$ montrer que : $div\left(\overrightarrow{rot}\left(\vec{V}\right)\right) = 0$
6. Une riviére est limitée par deux rives parallélles diastantes de d.Un bateau part d'un point A sur l'une des rives pour se rendre en face en O.Son vecteur vistesse $\vec{V}$ est a chaque instant la somme de sa vitesse propre $\vec{V_1}$ dirigéé vers O et de la vitesse du courant paralléle aux rives
   a. Déterminer la trajectoire du bateau
   b. Quel est le remps mis par le bateau pour rejoindre O
7. Un mobile se déplace le long d'une trajaectoire parabolique d'équation:$y^2 = 2px$.Un autre mobile M_1se déplace le long d'une autre trajaectoire parabolique d'équation:$y^2 = 2p_1x$, $(p > p_1 > 0)$de facon que sa vitesse soit constamment parallélle a celle de M,on suppose de plus qu'a tout instant , le vecteur $\overrightarrow{MM_1}$ et le vecteur de accéléation de M ont meme projection orthogonale sur (Oy).Détérminer les equations du mouvements de M sachant qu'a l'instant initial,M est en O et $\vec{V_0} = v_0\vec{j}$