

CONTRÔLE : *Logie*
Théorie des ensembles

MPSI-Maths.

Mr Mamouni : myismail1@menara.ma

Source disponible sur :

©<http://www.chez.com/myismail>

Mardi 16 Octobre 2007.

Durée 1 heure.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
وَقُلْ إِعْمَلُوا فَمَا يَرَى اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنِينَ
صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمِ

Conseils pour la rédaction et la présentation des copies. (2 points)

- Chaque variable utilisée dans une démonstration doit être définie.
- L'énoncé ne doit pas être recopié sur les copies.
- Chaque résultat annoncé doit être justifié en citant précisément le théorème du cours avec ses hypothèses exactes utilisé ou en citant le numéro de la question précédente utilisée.
- Les résultats importants doivent être simplifiés et encadrés.
- Les calculs doivent être détaillés et expliqués à l'aide de phrases simples.
- Laisser une marge à gauche de chaque feuille, en tirant un trait vertical, et un horizontal de la 1ère double feuille pour la note et les remarques du correcteur.
- Numéroté les double feuille de la façon suivante : $1/n, 2/n, \dots, n/n$ où n est le nombre total de double feuille.
- Les questions doivent être traités dans l'ordre de l'énoncé.
- Tirer deux traits diagonaux pour rayer une partie du raisonne-

ment que vous considérez fausse.

Exercice 1. *Arbre généalogique* *2 points.*

Reconstitue l'arbre généalogique de cette famille.
Gaston est le grand-père de Chloé et Jean. Joël est l'oncle de Sébastien. Florian est le fils de Marie. Sandrine est la soeur de Florian. Jean et Sébastien sont les deux jumeaux de Florian.

Exercice 2. *2 points*

Soient A et B deux parties d'un ensemble E , montrer que :

1) $A \cap B = A \cup B \implies A = B.$

2) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

Exercice 3. *2 points.*

Soit $f : E \longrightarrow E$ vérifiant $f \circ f = f.$

1) Montrer que f injective $\iff f$ surjective.

2) Montrer que pour toute partie A de E on a :

$$f^{-1}(f^{-1}(A)) = f^{-1}(A)$$

Exercice 4. *4 points.*

Les habitants de la planète Olgique sont deux types.
Les anciens qui mentent le mardi, le mercredi, le jeudi et qui disent la vérité les autres jours.

Les modernes qui mentent le vendredi, samedi, dimanche et qui disent la vérité les autres jours.

Dans un long voyage vers le temple de Vérisonge, vous rencontrz des anciens et des modernes, qui vous indiquent à leur manière quel jour on est dans la semaine. Le jour du départ, un moderne : j'ai menti hier ; un ancien : j'ai menti hier.

Première étape, un ancien : je mentai hier ; un ancien : je mentirai dans 3 jours.

Deuxième étape, un moderne : hier, je mentais ; un ancien : ce moderne ment.

A l'arrivée, un moderne : je mentirai demain comme hier ; un ancien : on n'est pas vendredi.

Précisez le jour de la semaine, pour chacune des quatres étapes.

Source : Revue "*Jeux et Stratégie*"

Fin.